**第7讲二次函数与幂函数**





1*.*二次函数的图像和性质

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 解析式 | *y=ax*2*+bx+c*(*a>*0) | *y=ax*2*+bx+c*(*a<*0) |
| 图像 |  |  |
| 定义域 | R | R |
| 值域 |  |  |
| 单调性 | 在上单调递减,  在上  单调递增 | 在上单调递增,  在上  单调递减 |
| 顶点坐标 |  | |
| 奇偶性 | 当时为偶函数 | |
| 对称轴  方程 | *x=-* | |

2*.*幂函数

(1)定义:形如*y=xα*(*α*∈R)的函数称为幂函数,其中*x*是自变量,*α*是常数*.*

(2)常见的五种幂函数的图像和性质比较

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 函数 | | *y=x* | *y=x*2 | *y=x*3 | *y=* | *y=x-*1 |
| 图像 | |  |  |  |  |  |
| 性  质 | 定义  域 | R | R | R |  |  |
| 值域 | R |  | R |  |  |
| 奇偶  性 | 函数 | 函数 | 函数 | 函数 | 函数 |
| 单  调  性 | 在R上单  调递增 | 在上  单调递减;  在上  单调递增 | 在R上  单调递增 | 在  上单调  递增 | 在和  上  单调递减 |
| 公共  点 |  | | | | |

常用结论

1*.*二次函数解析式的三种形式:

(1)一般式:*f*(*x*)*=ax*2*+bx+c*(*a*≠0);

(2)顶点式:*f*(*x*)*=a*(*x-m*)2*+n*(*a*≠0);

(3)零点式:*f*(*x*)*=a*(*x-x*1)(*x-x*2)(*a*≠0)*.*

2*.*一元二次不等式恒成立的条件:

(1)*ax*2*+bx+c>*0(*a*≠0)恒成立的充要条件是“*a>*0且*Δ<*0”;

(2)*ax*2*+bx+c<*0(*a*≠0)恒成立的充要条件是“*a<*0且*Δ<*0”*.*



题组一常识题

1*.***[**教材改编**]** 若函数*f*(*x*)*=*4*x*2*-kx-*8在[5,20]上是单调函数,则实数*k*的取值范围是*.*

2*.***[**教材改编**]** 已知幂函数*y=f*(*x*)的图像过点(2,),则函数*f*(*x*)*=　　　　.*

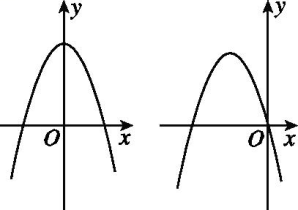
3*.***[**教材改编**]** 函数*f*(*x*)*=x*2*-*2*x+*3在闭区间[0,3]上的最大值为,最小值为*.*

4*.***[**教材改编**]** 若函数*y=x*2*+*(*a+*2)*x+*3,*x*∈[*a*,*b*]的图像关于直线*x=*1对称,则*b=　　　　.*

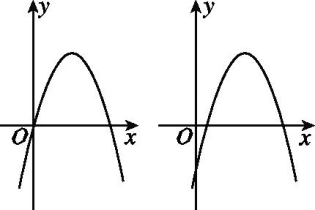
题组二常错题

◆索引:图像特征把握不准出错;不会利用二次函数图像解决问题;二次函数的单调性理解不到位;忽略幂函数的定义域;幂函数的图像掌握不到位出错*.*

5*.*如图2*-*7*-*1,若*a<*0,*b>*0,则函数*y=ax*2*+bx*的大致图像是(填序号)*.*



*①　　　　　②*



*③　　　　　④*

图2*-*7*-*1

6*.*设二次函数*f*(*x*)*=x*2*-x+a*(*a>*0),若*f*(*m*)*<*0,则*f*(*m-*1)0*.*(填“*>*”“*<*”或“*=*”)

7*.*若函数*y=mx*2*+x+*2在[3,*+∞*)上是减函数,则*m*的取值范围是*.*

8*.*已知幂函数*f*(*x*)*=*,若*f*(*a+*1)*<f*(10*-*2*a*),则*a*的取值范围为*.*

9*.*当*x*∈(0,1)时,函数*y=xm*的图像在直线*y=x*的上方,则*m*的取值范围是*.*



id:2147498164;FounderCES探究点一幂函数的图像和性质

例1 (1)已知幂函数*y=xn*,*y=xm*,*y=xp*的图像如图2*-*7*-*2所示,则()

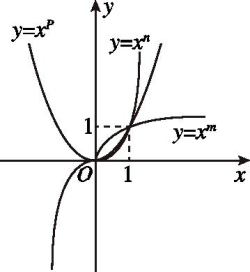


图2*-*7*-*2

A*.m>n>p* B*.m>p>n*

C*.n>p>m* D*.p>n>m*

(2)**[**2018·乌鲁木齐二模**]** 已知点(*m*,8)在幂函数*f*(*x*)*=*(*m-*1)*xn*的图像上,设*a=f*,*b=f*(ln π),*c=f*,则*a*,*b*,*c*的大小关系为 ()

A*.a<c<b* B*.a<b<c*

C*.b<c<a* D*.b<a<c*

[总结反思] 幂函数的性质因幂指数大于零、等于零或小于零而不同,解题中要善于根据幂指数的符号和其他性质确定幂函数的解析式、参数取值等*.*

变式题 **[**2018·湖北重点中学联考**]** 已知幂函数*f*(*x*)*=*(*m*∈Z)的图像关于*y*轴对称,且在区间(0,*+∞*)上为减函数,则*m*的值为*.*

id:2147498178;FounderCES探究点二二次函数的解析式

例2 (1)已知二次函数*f*(*x*)*=ax*2*+bx+*1(*a*,*b*∈R),*x*∈R,若函数*f*(*x*)的最小值为*f*(*-*1)*=*0,则*f*(*x*)*=　　　　　　.*

(2)已知二次函数*f*(*x*)的图像经过点(4,3),它在*x*轴上截得的线段长为2,并且对任意*x*∈R,都有*f*(2*-x*)*=f*(2*+x*),则*f*(*x*)*=　　　　　　.*

[总结反思] 求二次函数解析式的三个策略:(1)已知三个点的坐标,宜选用一般式;(2)已知顶点坐标、对称轴、最大(小)值等,宜选用顶点式;(3)已知图像与*x*轴两交点的坐标,宜选用零点式*.*

变式题 (1)已知函数*f*(*x*)*=x*2*+bx+c*的图像的对称轴是直线*x=*1,并且经过点*A*(3,0),则*f*(*-*1)*=* ()

A*.*6 B*.*2

C*.*0 D*.-*4

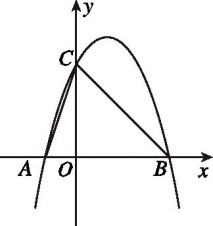


图2*-*7*-*3

(2)**[**2018·烟台一模**]** 图2*-*7*-*3是二次函数*y=f*(*x*)的图像,若*|OC|=|OB|=*3*|OA|*,且△*ABC*的面积*S=*6,则这个二次函数的解析式为*.*

id:2147498192;FounderCES探究点三二次函数的图像与性质问题id:2147498199;FounderCES

微点1通过图像识别二次函数

例3 图2*-*7*-*4是二次函数*y=ax*2*+bx+c*图像的一部分,已知图像过点*A*(*-*3,0),对称轴为直线*x=-*1*.*给出下面四个结论:

*①b*2*>*4*ac*;*②*2*a-b=*1;*③a-b+c=*0;*④*5*a<b.*

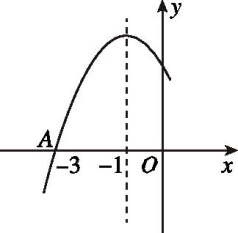


图2*-*7*-*4

其中正确的是 ()

A*.②④*

B*.①④*

C*.②③*

D*.①③*

[总结反思] 一般地,给定了二次函数的图像,我们可以从图像中得到下列信息:(1)开口方向;(2)判别式的正负;(3)对称轴;(4)特殊点的函数值的正负*.*

微点2二次函数的单调性问题

例4 (1)二次函数*f*(*x*)*=ax*2*+bx+c*(*x*∈R)的最小值为*f*(1),则*f*(),*f*,*f*()的大小关系是 ()

A*.f*()*<f<f*()

B*.f<f*()*<f*()

C*.f*()*<f*()*<f*

D*.f*()*<f*()*<f*

(2)已知二次函数*f*(*x*)*=*2*kx*2*-*2*x-*3*k-*2在区间[*-*5,5]上是单调函数,则实数*k*的取值范围为*.*

[总结反思] 对于二次函数的单调性,关键是开口方向与对称轴的位置,若开口方向或对称轴的位置不确定,则需要分类讨论求解;(2)利用二次函数的单调性比较大小,一定要将待比较的两数通过二次函数的对称性转化到同一单调区间上比较,或通过与对称轴之间的距离大小进行比较*.*

微点3二次函数的最值问题

例5 已知函数*f*(*x*)*=x*2*+ax+*3,当函数*f*(*x*)在区间[*-*1,1]上的最小值为*-*3时,求实数*a*的值*.*

[总结反思] 二次函数在闭区间上的最值主要有三种类型:轴定区间定、轴动区间定、轴定区间动*.*不论哪种类型,解题的关键都是对称轴与区间的位置关系,当含有参数时,要依据对称轴与区间的位置关系进行分类讨论*.*

微点4二次函数的恒成立问题

例6 (1)设函数*f*(*x*)*=mx*2*-x-*,若对于一切实数*x*,*f*(*x*)*<*0恒成立,求*m*的取值范围;

(2)已知函数*f*(*x*)*=-*2*x*2*+*4*x+m*,若*f*(*x*)≤2*m-*2在区间[*m*,*m+*2]上恒成立,求*m*的取值范围*.*

[总结反思] (1)判别式转化法:如*f*(*x*)*=ax*2*+bx+c>*0(*a*≠0)恒成立,即转化为(2)对于轴定区间不定的一元二次不等式恒成立问题,可结合对称轴的情况,对不定区间进行讨论,最后得参数的范围*.*

应用演练

1*.*【微点3】已知函数*f*(*x*)*=-x*2*+*4*x+a*,*x*∈[0,1],若*f*(*x*)有最小值*-*2,则*f*(*x*)的最大值为 ()

A*.-*1 B*.*0

C*.*1 D*.*2

2*.*【微点2】函数*f*(*x*)*=x*2*-bx+c*满足*f*(*x+*1)*=f*(1*-x*),且*f*(0)*=*3,则*f*(*bx*)与*f*(*cx*)的大小关系是 ()

A*.f*(*bx*)≤*f*(*cx*)

B*.f*(*bx*)≥*f*(*cx*)

C*.f*(*bx*)*>f*(*cx*)

D*.*不确定

3*.*【微点2】已知函数*f*(*x*)*=x*2*+*2(*a-*1)*x+*2在区间(*-∞*,5]上为减函数,则实数*a*的取值范围为*.*

4*.*【微点4】若一元二次不等式2*kx*2*+kx-<*0对一切实数*x*都成立,则*k*的取值范围为*.*

5*.*【微点4】已知*a*是实数,函数*f*(*x*)*=*2*ax*2*+*2*x-*3在[*-*1,1]上恒小于零,则实数*a*的取值范围为*.*

第7讲二次函数与幂函数

考试说明 1*.*二次函数

(1)掌握二次函数的图像与性质(单调性、对称性、顶点、最值)*.*

(2)了解二次函数的广泛应用*.*

2*.*幂函数

(1)了解幂函数的概念*.*

(2)结合函数*y=x*,*y=x*2,*y=x*3,*y=*,*y=*的图像,了解它们的变化情况*.*

【课前双基巩固】

知识聚焦

1*.　　　　　b=*0

2*.*{*x|x*≥0}{*x|x*≠0}{*y|y*≥0}{*y|y*≥0}{*y|y*≠0}奇偶奇非奇非偶奇(*-∞*,0](0,*+∞*)[0,*+∞*)(*-∞*,0)(0,*+∞*)(1,1)

对点演练

1*.*(*-∞*,40]∪[160,*+∞*)[解析] 二次函数图像的对称轴方程是*x=*,故只需≤5或≥20,即*k*≤40或*k*≥160,故所求实数*k*的取值范围是(*-∞*,40]∪[160,*+∞*)*.*

2*.*[解析] 设*f*(*x*)*=xα*,则*=*2*α*,所以*α=*,故函数*f*(*x*)*=.*

3*.*62[解析] *f*(*x*)*=x*2*-*2*x+*3*=*(*x-*1)2*+*2,*x*∈[0,3],当*x=*1时,函数*f*(*x*)取得最小值2;当*x=*3时,函数*f*(*x*)取得最大值6*.*

4*.*6[解析] 函数*y=x*2*+*(*a+*2)*x+*3的图像在[*a*,*b*]上关于直线*x=*1对称,说明函数图像的对称轴为直线*x=*1,即*-=*1且*=*1,*∴a=-*4,*b=*6*.*

5*.③*[解析] 函数图像的开口向下,对称轴方程为*x=->*0,且过原点,故大致图像是*③.*

6*.>*[解析] *f*(*x*)*=x*2*-x+a*图像的对称轴为直线*x=*,且*f*(1)*>*0,*f*(0)*>*0,而*f*(*m*)*<*0,*∴m*∈(0,1),*∴m-*1*<*0,*∴f*(*m-*1)*>*0*.*

7*.m*≤*-*[解析] 当*m=*0时,函数在给定区间上是增函数,不合题意;当*m*≠0时,函数是二次函数,其图像的对称轴为直线*x=-*,依题意知解得*m*≤*-.*

8*.*(3,5)[解析] *∵*幂函数*f*(*x*)*=*在定义域(0,*+∞*)内单调递减,*∴*由*f*(*a+*1)*<f*(10*-*2*a*),得解得3*<a<*5,故答案为(3,5)*.*

9*.*(*-∞*,1)[解析] 当*m>*0时,根据题意知*m<*1,所以0*<m<*1;当*m=*0时,函数为*y=*1(*x*≠0),符合题意;当*m<*0时,函数*y=xm*的图像过点(1,1),在(0,*+∞*)上单调递减,符合题意*.*综上所述,*m*的取值范围是(*-∞*,1)*.*

【课堂考点探究】

例1[思路点拨] (1)直接根据幂函数图像的特点判断即可;(2)根据幂函数的定义及图像所经过的点确定*m*,*n*的值,再利用单调性比较大小*.*

(1)C(2)A[解析] (1)根据幂函数的性质可得,在(1,*+∞*)上指数大的幂函数其图像在上面,结合所给函数图像可得*n>p>m*,故选C*.*

(2)函数*f*(*x*)*=*(*m-*1)*xn*为幂函数,所以*m=*2*.*由题意,点(2,8)在幂函数的图像上,即8*=*2*n*,所以*n=*3,即*f*(*x*)*=x*3,则*f*(*x*)在(0,*+∞*)上是增函数,

又*<<*1*<*ln π,所以*f<f<f*(ln π),所以*a<c<b*,故选A*.*

变式题2[解析] 易知*m*2*-*4*m*为偶数,且小于0,由*m*2*-*4*m<*0,解得0*<m<*4,又*m*∈Z,所以*m=*2*.*

例2[思路点拨] (1)由已知得所求函数的顶点式,与已知解析式比较对应项系数即可求出参数;(2)找出对称轴,设函数的解析式为零点式,再利用图像过点(4,3)可求出参数*.*

(1)*x*2*+*2*x+*1(2)*x*2*-*4*x+*3[解析] (1)由函数*f*(*x*)的最小值为*f*(*-*1)*=*0,得*f*(*x*)*=a*(*x+*1)2*=ax*2*+*2*ax+a*,又*f*(*x*)*=ax*2*+bx+*1,所以*a=*1,故*f*(*x*)*=x*2*+*2*x+*1*.*

(2)因为*f*(2*-x*)*=f*(2*+x*)对任意*x*∈R恒成立,所以*f*(*x*)图像的对称轴为直线*x=*2*.*又因为*f*(*x*)的图像在*x*轴上截得的线段长为2,所以*f*(*x*)*=*0的两根为1和3*.*设*f*(*x*)*=a*(*x-*1)(*x-*3)(*a*≠0),因为*f*(*x*)的图像过点(4,3),所以3*a=*3,即*a=*1,所以*f*(*x*)*=*(*x-*1)(*x-*3),即*f*(*x*)*=x*2*-*4*x+*3*.*

变式题(1)C(2)*f*(*x*)*=-x*2*+*2*x+*3[解析] (1)由题意知*-=*1,得*b=-*2,*∴f*(3)*=*9*+*3*b+c=*9*-*6*+c=*0,

*∴c=-*3,*∴f*(*x*)*=x*2*-*2*x-*3,

*∴f*(*-*1)*=*1*+*2*-*3*=*0*.*

(2)因为*|OB|=|OC|=*3*|OA|*,所以*|AB|=|OA|+|OB|=*4*|OA|*,

所以4*|OA|×*3*|OA|×=*6,得*|OA|=*1,所以*A*(*-*1,0),*B*(3,0),*C*(0,3)*.*

设这个二次函数的解析式为*f*(*x*)*=a*(*x+*1)(*x-*3),将点*C*(0,3)代入,得*a=-*1,

所以这个二次函数的解析式为*f*(*x*)*=-x*2*+*2*x+*3*.*

例3[思路点拨] 根据二次函数的图像可以知判别式的正负、开口方向、对称轴、*x=-*1处函数值的正负,由这些信息可判断结论的正误*.*

B[解析] 因为图像与*x*轴交于两点,所以*b*2*-*4*ac>*0,即*b*2*>*4*ac*,*①*正确*.*

对称轴为直线*x=-*1,即*-=-*1,即2*a-b=*0,*②*错误*.*

结合图像知,当*x=-*1时,*y>*0,即*a-b+c>*0,*③*错误*.*

由对称轴为直线*x=-*1知,*b=*2*a*,又函数图像开口向下,所以*a<*0,所以5*a<*2*a*,即5*a<b*,*④*正确*.*故选B*.*

例4[思路点拨] (1)二次函数存在最小值,所以图像开口向上,再根据与对称轴之间的距离判断大小关系;(2)由*f*(*x*)在[*-*5,5]上是单调函数可知,对称轴在区间[*-*5,5]的两侧*.*

(1)D(2)∪[解析] (1)因为二次函数*f*(*x*)有最小值*f*(1),所以*a>*0,且其图像的对称轴为直线*x=*1*.*

因为,*-*,与对称轴之间的距离分别为*|-*1*|*,,*|-*1*|*,且*|-*1*|<|-*1*|<*,

所以*f*()*<f*()*<f*,所以选D*.*

(2)*∵f*(*x*)是二次函数,*∴k*≠0*.*

*∵f*(*x*)的图像关于直线*x=*对称,

*∴*要使*f*(*x*)在区间[*-*5,5]上是单调函数,

则必有≤*-*5或≥5,解得*-*≤*k<*0或0*<k*≤,

即实数*k*的取值范围是∪*.*

例5[思路点拨] 根据图像的开口方向和对称轴与区间[*-*1,1]的关系分类讨论求解*.*

解:由题意得,函数*f*(*x*)*=x*2*+ax+*3的图像的对称轴为直线*x=-.*

*①*当1≤*-*,即*a*≤*-*2时,*f*(*x*)在[*-*1,1]上单调递减,

*∴f*(*x*)min*=f*(1)*=*1*+a+*3*=a+*4*=-*3,

解得*a=-*7,符合题意*.*

*②*当*-*1*<-<*1,即*-*2*<a<*2时,

由题意得*f*(*x*)min*=f==-*3,

解得*a*2*=*24,

*∴a=*2或*a=-*2,不合题意,舍去*.*

*③*当*-*≤*-*1,即*a*≥2时,*f*(*x*)在[*-*1,1]上单调递增,

*∴f*(*x*)min*=f*(*-*1)*=*1*-a+*3*=*4*-a=-*3,

解得*a=*7,符合题意*.*

综上可知,*a=*7或*a=-*7*.*

例6[思路点拨] (1)对*m*进行分类讨论,结合二次函数的图像和性质得到关于*m*的不等式,求得*m*的取值范围*.*(2)根据对称轴与区间[*m*,*m+*2]的位置关系进行分类讨论*.*

解:(1)若*m=*0,则显然不成立;

若*m*≠0,则解得*m<-.*

综上可知,*m<-.*

(2)*f*(*x*)≤2*m-*2在区间[*m*,*m+*2]上恒成立,即2*x*2*-*4*x+m-*2≥0在[*m*,*m+*2]上恒成立,设*g*(*x*)*=*2*x*2*-*4*x+m-*2,其图像的对称轴为直线*x=*1*.*

*①*若*m*≥1,则函数*g*(*x*)在[*m*,*m+*2]上单调递增,要满足*g*(*x*)≥0,只需*g*(*m*)≥0,即2*m*2*-*3*m-*2≥0,解得*m*≥2或*m*≤*-*(舍);

*②*若*m<*1*<m+*2,即*-*1*<m<*1,则函数*g*(*x*)在[*m*,*m+*2]上的最小值为*g*(1),由*g*(1)≥0得*m*≥4,不符合题意,舍去;

*③*若*m+*2≤1,即*m*≤*-*1,则函数*g*(*x*)在[*m*,*m+*2]上单调递减,要满足*g*(*x*)≥0,只需*g*(*m+*2)≥0,即2(*m+*2)2*-*4(*m+*2)*+m-*2≥0,解得*m*≤或*m*≥(舍)*.*

综上可得,*m*的取值范围为*m*≤或*m*≥2*.*

应用演练

1*.*C[解析] 函数*f*(*x*)*=-x*2*+*4*x+a=-*(*x-*2)2*+a+*4,*x*∈[0,1],

*∵*函数*f*(*x*)*=-x*2*+*4*x+a*在[0,1]上单调递增,

*∴f*(*x*)有最小值*f*(0)*=a=-*2,

*∴f*(*x*)的最大值为*f*(1)*=*3*+a=*3*-*2*=*1,故选C*.*

2*.*A[解析] 由题意知,函数*f*(*x*)的图像关于直线*x=*1对称,*∴b=*2,又*f*(0)*=*3,*∴c=*3,则*bx=*2*x*,*cx=*3*x.*易知*f*(*x*)在(*-∞*,1)上单调递减,在[1,*+∞*)上单调递增*.*若*x*≥0,则3*x*≥2*x*≥1,*∴f*(3*x*)≥*f*(2*x*);若*x<*0,则3*x<*2*x<*1,*∴f*(3*x*)*>f*(2*x*)*.∴f*(3*x*)≥*f*(2*x*),即*f*(*bx*)≤*f*(*cx*)*.*故选A*.*

3*.a*≤*-*4[解析] 易知函数*f*(*x*)*=x*2*+*2(*a-*1)*x+*2的图像开口向上,且以直线*x=*1*-a*为对称轴,若函数*f*(*x*)*=x*2*+*2(*a-*1)*x+*2在区间(*-∞*,5]上是减函数,则5≤1*-a*,即*a*≤*-*4*.*

4*.*(*-*3,0)[解析] 由题意知*k<*0,且*Δ=k*2*+*3*k<*0,所以*-*3*<k<*0*.*

5*.*[解析] 由题意知2*ax*2*+*2*x-*3*<*0在[*-*1,1]上恒成立*.*

当*x=*0时,符合;

当*x*≠0时,*a<-*恒成立*.*

因为∈(*-∞*,*-*1]∪[1,*+∞*),当*=*1,即*x=*1时,*y=-*取得最小值,所以*a<.*

综上,实数*a*的取值范围是*.*



【备选理由】 例1考查常见幂函数的性质;例2考查含绝对值的二次函数的单调性,需要先去掉绝对值再求解;例3为轴定区间动的最值问题,需要依据对称轴进行分类讨论求解;例4为与二次函数有关的恒成立问题,结合了指数函数的性质*.*

例1[配合例1使用] 已知*a*∈,若*f*(*x*)*=xa*为奇函数,且在(0,*+∞*)上单调递增,则实数*a*的值是 ()

A*.-*1,3 B*.*,3

C*.-*1,,3 D*.*,,3

[解析] B因为*f*(*x*)*=xa*为奇函数,所以*a*∈,又因为*f*(*x*)在(0,*+∞*)上单调递增,所以*a*∈,因此选B*.*

例2[配合例4使用] 若函数*f*(*x*)*=x*2*+a|x-*2*|*在(0,*+∞*)上单调递增,则实数*a*的取值范围是*.*

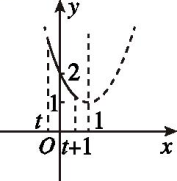
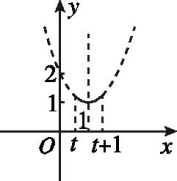
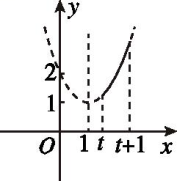
[答案] [*-*4,0]

[解析] *f*(*x*)*=*若函数*f*(*x*)在(0,*+∞*)上单调递增,注意到*f*(*x*)在*x=*2处连续,则只需⇒*-*4≤*a*≤0*.*

例3[配合例5使用] 设函数*f*(*x*)*=x*2*-*2*x+*2,*x*∈[*t*,*t+*1],*t*∈R,求函数*f*(*x*)的最小值*.*

解:*f*(*x*)*=x*2*-*2*x+*2*=*(*x-*1)2*+*1,*x*∈[*t*,*t+*1],*t*∈R,其图像的对称轴为直线*x=*1*.*

当*t+*1*<*1,即*t<*0时,函数图像如图*①*所示,函数*f*(*x*)在区间[*t*,*t+*1]上为减函数,所以最小值为*f*(*t+*1)*=t*2*+*1;

*① ② ③*

当*t*≤1≤*t+*1,即0≤*t*≤1时,函数图像如图*②*所示,函数*f*(*x*)的最小值为*f*(1)*=*1;

当*t>*1时,函数图像如图*③*所示,函数*f*(*x*)在区间[*t*,*t+*1]上为增函数,所以最小值为*f*(*t*)*=t*2*-*2*t+*2*.*

综上可知,*f*(*x*)min*=*

例4[配合例6使用] 函数*f*(*x*)*=a*2*x+*3*ax-*2(*a>*1),若在区间[*-*1,1]上*f*(*x*)≤8恒成立,则*a*的最大值为*.*

[答案] 2

[解析] 令*ax=t*,因为*a>*1,*x*∈[*-*1,1],所以≤*t*≤*a*,原函数可化为*g*(*t*)*=t*2*+*3*t-*2,显然*g*(*t*)在上单调递增,所以*f*(*x*)≤8恒成立,即*g*(*t*)max*=g*(*a*)≤8恒成立,所以有*a*2*+*3*a-*2≤8,解得*-*5≤*a*≤2,又*a>*1,所以*a*的最大值为2*.*