**课时作业(二十四)第24讲正弦定理和余弦定理的应用**

时间 */* 45分钟分值 */* 100分

id:2147498623;FounderCES基础热身

1*.*以观测者的位置作为原点,东、南、西、北四个方向把平面分成四部分,以正北方向为始边,按顺时针方向旋转280°到目标方向线,则目标方向线的位置在观测者()

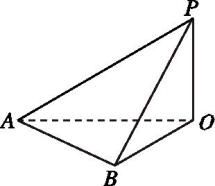
A*.*北偏东80°的方向

B*.*东偏北80°的方向

C*.*北偏西80°的方向

D*.*西偏北80°的方向

2*.*如图K24*-*1所示,在地平面上有一旗杆*OP*(*O*在地面),为了测得它的高度*h*,在地平面上取一基线*AB*,测得其长为20 m,在*A*处测得*P*点的仰角为30°,在*B*处测得*P*点的仰角为45°,又测得∠*AOB=*30°,则旗杆的高*h*等于



图K24*-*1

()

A*.*10 m

B*.*20 m

C*.*10 m

D*.*20 m

3*.*某船以每小时15 km的速度向正东方向行驶,行驶到*A*处时,测得一灯塔*B*在*A*的北偏东60°的方向上,行驶4小时后,船到达*C*处,测得这个灯塔在*C*的北偏东15°的方向上,这时船与灯塔的距离为 ()

A*.*60 km B*.*60 km

C*.*30 km D*.*30 km

4*.***[**2018·河南豫南豫北联考**]** 线段的黄金分割点定义:若点*P*在线段*MN*上,且满足*MP*2*=NP*·*MN*,则称点*P*为线段*MN*的黄金分割点*.*在△*ABC*中,*AB=AC*,*A=*36°,若角*B*的平分线交边*AC*于点*D*,则点*D*为边*AC*的黄金分割点,利用上述结论,可以求出cos 36°*=*()

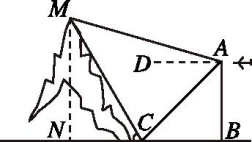
A*.* B*.*

C*.* D*.*

5*.***[**2018·上海徐汇区一模**]** 某船在海平面*A*处测得灯塔*B*在北偏东30°的方向,与*A*相距6*.*0海里,船由*A*向正北方向航行8*.*1海里到达*C*处,这时灯塔*B*与船相距海里*.*(精确到0*.*1海里)

id:2147498637;FounderCES能力提升

6*.*如图K24*-*2所示,无人机在离地面高200 m的*A*处,观测到山顶*M*处的仰角为15°、山脚*C*处的俯角为45°,已知∠*MCN=*60°,则山的高度*MN*为 ()



图K24*-*2

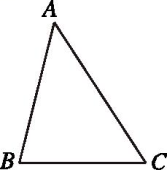
A*.*300 m

B*.*300 m

C*.*200 m

D*.*275 m

7*.*为了竖一块广告牌,要制造三角形支架,如图K24*-*3所示,要求∠*ACB=*60°,*BC*的长度大于1米,且*AC*比*AB*长米,为了稳固广告牌,要求*AC*越短越好,则*AC*最短为()



图K24*-*3

A*.*米

B*.*2米

C*.*(1*+*)米

D*.*(2*+*)米

8*.*从某船上开始看见灯塔*A*时,灯塔*A*在船的南偏东30°方向,后来船沿南偏东60°的方向航行45 km后,看见灯塔*A*在船的正西方向,则这时船与灯塔*A*的距离是()

A*.*15 km B*.*30 km

C*.*15 km D*.*15 km

9*.***[**2018·南昌一模**]** 已知台风中心位于城市*A*的东偏北*α*(*α*为锐角)方向的150公里处,台风中心以*v*公里*/*时的速度沿正西方向快速移动,小时后到达城市*A*西偏北*β*(*β*为锐角)方向的200公里处,若cos *α=*cos *β*,则*v=*()

A*.*60 B*.*80

C*.*100 D*.*125

10*.*一艘游轮航行到*A*处时,测得灯塔*B*在*A*的北偏东75°方向,距离为12海里,灯塔*C*在*A*的北偏西30°方向,距离为12海里,该游轮由*A*沿正北方向继续航行到*D*处时,测得灯塔*B*在其南偏东60°方向,则此时灯塔*C*位于游轮的 ()

A*.*正西方向 B*.*南偏西75°方向

C*.*南偏西60°方向 D*.*南偏西45°方向

11*.*在一幢10 m高的房屋顶部测得对面一塔顶的仰角为60°,塔基的俯角为30°,假定房屋与塔建在同一水平地面上,则塔的高度为*.*

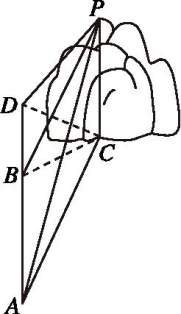
12*.*某港口停泊着两艘船,大船以每小时40海里的速度从港口出发,沿北偏东30°方向行驶2*.*5小时后,小船开始以每小时20海里的速度向正东方向行驶,小船出发1*.*5小时后,大船接到命令,需要把一箱货物转到小船上,便折向行驶,期间,小船行进方向不变,从大船折向开始到与小船相遇,最少需要小时*.*

13*.*我国南宋著名数学家秦九韶在他的著作《数书九章》卷五“田域类”里记载了这样一个题目:“今有沙田一段,有三斜,其小斜一十三里,中斜一十四里,大斜一十五里*.*里法三百步*.*欲知为田几何*.*”这道题讲的是有一块三角形的沙田,三边长分别为13里,14里,15里,假设1里按500米计算,则该三角形沙田外接圆的半径为米*.*

14*.*(10分)如图K24*-*4所示,一艘巡逻船由南向北行驶,在*A*处测得山顶*P*在北偏东15°(∠*BAC=*15°)的方向,匀速向北航行20分钟到达*B*处,测得山顶*P*位于北偏东60°的方向,此时测得山顶*P*的仰角为60°,已知山高为2千米*.*

(1)船的航行速度是每小时多少千米?

(2)若该船继续航行10分钟到达*D*处,问此时山顶位于*D*处的南偏东什么方向?

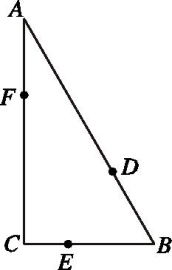


图K24*-*4

15*.*(12分)如图K24*-*5所示,某公园的三条观光大道*AB*,*BC*,*AC*围成一个直角三角形,其中直角边*BC=*200 m,斜边*AB=*400 m*.*现有甲、乙、丙三位小朋友分别在*AB*,*BC*,*AC*上嬉戏,所在位置分别记为点*D*,*E*,*F.*

(1)若甲、乙都以每分钟100 m的速度从点*B*出发在各自的大道上奔走,到大道的另一端时即停,乙比甲迟2分钟出发,当乙出发1分钟后,求此时甲、乙两人之间的距离;

(2)若∠*CEF=θ*,*θ*∈,乙、丙之间的距离是甲、乙之间的距离的2倍,且∠*DEF=*,请将甲、乙之间的距离*y*表示为*θ*的函数,并求甲、乙之间的最小距离*.*



图K24*-*5

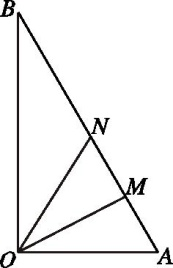
id:2147498672;FounderCES难点突破

16*.*(13分)如图K24*-*6所示,某镇有一块三角形空地,记为△*OAB*,其中*OA=*3 km,*OB=*3 km,∠*AOB=*90°*.*当地政府计划将这块空地改造成一个旅游景点,拟在中间挖一个人工湖,记为△*OMN*,其中*M*,*N*都在边*AB*上,且∠*MON=*30°,挖出的泥土堆放在△*OAM*上形成假山,剩下的△*OBN*开设儿童游乐场*.*为了安全起见,需在△*OAN*的周围安装防护网*.*

(1)当*AM=* km时,求防护网的总长度*.*

(2)若要求挖人工湖用地△*OMN*的面积是堆假山用地△*OAM*的面积的倍,试确定∠*AOM*的大小*.*

(3)为节省投入资金,人工湖△*OMN*的面积要尽可能小,问如何设计施工方案,可使△*OMN*的面积最小?最小面积是多少?



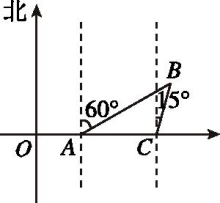
图K24*-*6

课时作业(二十四)

1*.*C[解析] 注意旋转的方向是顺时针方向,作出相应的图形(图略),分析可得C正确*.*

2*.*B[解析] 由题意得∠*PAO=*30°,∠*PBO=*45°,*∴AO=h*,*BO=h*,又*AB=*20 m,

在△*ABO*中,由余弦定理得*AB*2*=*400*=*(*h*)2*+h*2*-*2*h*·*h*·cos 30°,解得*h=*20(m)*.*



3*.*A[解析] 画出图形如图所示,

由题意知,在△*ABC*中,∠*BAC=*30°,*AC=*4*×*15*=*60,∠*B=*45°*.*

由正弦定理*=*,

得*BC===*60,

*∴*此时船与灯塔的距离为60 km*.*故选A*.*

4*.*B[解析] 设*AB=AC=*2,由黄金分割点的定义可得*AD*2*=CD*·*AC*,解得*AD=-*1*.*在△*ABC*中,因为*A=*36°,*AB=AC*,所以∠*ABC=*72°*.*又因为*BD*为∠*ABC*的平分线,所以∠*ABD=*∠*CBD=*36°,所以*BD=AD=-*1*.*在△*ABD*中,由余弦定理得cos *A=*,即cos 36°*==.*故选B*.*

5*.*4*.*2[解析] 设此时灯塔*B*与船相距*m*海里,由余弦定理得,*m=*≈4*.*2*.*

6*.*A[解析] *∵AD*∥*BC*,*∴*∠*ACB=*∠*DAC=*45°,*∴AC=AB=*200(m)*.*

又∠*MCA=*180°*-*60°*-*45°*=*75°,∠*MAC=*15°*+*45°*=*60°,*∴*∠*AMC=*180°*-*∠*MCA-*∠*MAC=*45°,

在△*AMC*中,由正弦定理*=*,得*MC==*200(m),

*∴MN=MC*·sin∠*MCN=*200·sin 60°*=*300(m)*.*故选A*.*

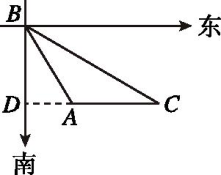
7*.*D[解析] 设*BC*的长度为*x*米(*x>*1),*AC*的长度为*y*米,则*AB*的长度为*y-*米*.*

在△*ABC*中,由余弦定理*AB*2*=AC*2*+BC*2*-*2*AC*·*BC*cos∠*ACB*,得*y-*2*=y*2*+x*2*-*2*yx×*,化简得*y*(*x-*1)*=x*2*-*,

*∵x>*1,*∴x-*1*>*0,*∴y==*(*x-*1)*++*2≥*+*2,

当且仅当*x-*1*=*,即*x=*1*+*时,取等号,

*∴y*的最小值为2*+.*故选D*.*



8*.*D[解析] 设船开始的位置为*B*,船航行45 km后处于*C*,如图所示,

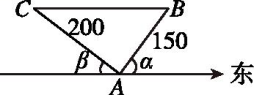
可得∠*DBC=*60°,∠*ABD=*30°,*BC=*45 km,

*∴*∠*ABC=*30°,∠*BAC=*120°*.*

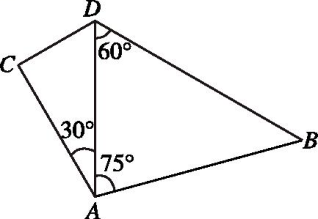
在△*ABC*中,利用正弦定理*=*,

可得*AC===*15(km)*.*故选D*.*

9*.*C[解析] 如图所示,由余弦定理得*=*2002*+*1502*+*2*×*200*×*150cos(*α+β*)*①*,由正弦定理得*=*,即sin *α=*sin *β.*又cos *α=*cos *β*,sin2*α+*cos2*α=*1,sin2*β+*cos2*β=*1,可得sin *β=*,cos *β=*,sin *α=*,cos *α=*,故cos(*α+β*)*=-=*0,代入*①*解得*v=*100*.*故选C*.*



10*.*C[解析] 如图所示,*AB=*12,*AC=*12,



在△*ABD*中,*B=*45°,由正弦定理有*===*24,所以*AD=*24*.*

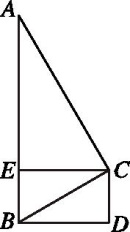
在△*ACD*中,由余弦定理得*CD*2*=AC*2*+AD*2*-*2*AC*·*AD*·cos 30°,

因为*AC=*12,*AD=*24,所以*CD=*12,

由正弦定理得*=*,所以sin∠*CDA=*,故∠*CDA=*60°或∠*CDA=*120°*.*

因为*AD>AC*,故∠*CDA*为锐角,所以∠*CDA=*60°*.*故选C*.*

11*.*40 m[解析] 如图所示,过房屋顶部*C*作塔*AB*的垂线*CE*,垂足为*E*,则*CD=*10,∠*ACE=*60°,∠*BCE=*30°,



*∴BE=CD=*10,*BC=*2*CD=*20,*EC=BD==*10*.*

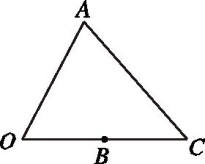
*∵*∠*ACE=*60°,∠*AEC=*90°,

*∴AC=*2*CE=*20,

*∴AE==*30,

*∴AB=AE+BE=*30*+*10*=*40,故塔的高度为40 m*.*

12*.*3*.*5[解析] 如图所示,设港口为*O*,小船行驶1*.*5小时到达*B*,此时大船行驶到*A*,大船折向按*AC*方向行驶,大船与小船同时到达*C*点时,用时最少*.*



设从*A*到*C*,大船行驶时间为*t*,则*OA=*40*×*(2*.*5*+*1*.*5)*=*160,*AC=*40*t*,*OC=*20*×*1*.*5*+*20*t.*由余弦定理得*OA*2*+OC*2*-*2*OC*·*OA*·cos 60°*=AC*2,即12*t*2*+*20*t-*217*=*0,

*∴*(2*t-*7)(6*t+*31)*=*0,解得*t=*3*.*5,

即最少需要3*.*5小时*.*

13*.*4062*.*5[解析] 设在△*ABC*中,*AB=*13里*=*6500米,*BC=*14里*=*7000米,*AC=*15里*=*7500米,由余弦定理知,cos *B==*,所以sin *B==.*设△*ABC*外接圆的半径为*R*,则由正弦定理得,*=*2*R*,所以*R===*4062*.*5(米)*.*

14*.*解:(1)在△*BCP*中,由tan∠*PBC=*,得*BC==*2,

在△*ABC*中,由正弦定理得*=*,即*=*,

所以*AB=*2(*+*1),

故船的航行速度是每小时6(*+*1)千米*.*

(2)在△*BCD*中,*BD=+*1,*BC=*2,∠*CBD=*60°,则由余弦定理得cos∠*CBD=*,解得*CD=*,

由正弦定理*=*,得sin∠*CDB=*,因为0°*<*∠*CDB<*120°,所以∠*CDB=*45°,

所以山顶位于*D*处南偏东45°的方向*.*

15*.*解:(1)依题意得,当乙出发1分钟后,*BD=*300,*BE=*100,

在△*ABC*中,cos *B==*,又*∵B*∈,*∴B=.*

在△*BDE*中,由余弦定理得*DE*2*=BD*2*+BE*2*-*2*BD*·*BE*·cos *B=*3002*+*1002*-*2*×*300*×*100*×=*70 000,*∴DE=*100,即此时甲、乙两人相距100 m*.*

(2)由题意得*EF=*2*DE=*2*y*,∠*CEF=θ*,则∠*BDE=*π*-*∠*ABC-*∠*DEB=-*π*--θ**=θ.*

在直角三角形*CEF*中,*CE=EF*cos∠*CEF=*2*y*cos *θ*,

在△*BDE*中,由正弦定理*=*,得*=*,

*∴y==*,0*<θ<*,

*∴*当*θ=*时,*y*有最小值50,即甲、乙之间的最小距离为50 m*.*

16*.*解:(1)*∵*在△*OAB*中,*OA=*3,*OB=*3,∠*AOB=*90°,*∴*∠*OAB=*60°*.*

在△*AOM*中,*OA=*3,*AM=*,∠*OAM=*60°,

由余弦定理*OM*2*=OA*2*+AM*2*-*2*OA*·*AM*·cos∠*OAM*,得*OM=*,

*∴OM*2*+AM*2*=OA*2,即*OM*⊥*AN*,*∴*∠*AOM=*30°,

*∴*∠*AON=*∠*AOM+*∠*MON=*60°,*∴*△*OAN*为正三角形,*∴*△*OAN*的周长为9,

即防护网的总长度为9 km*.*

(2)设∠*AOM=θ*(0°*<θ<*60°),*∵S*△*OMN=S*△*OAM*,

*∴ON*·*OM*sin 30°*=×OA*·*OM*sin *θ*,即*ON=*6sin *θ.*

在△*OAN*中,由*==*,得*ON=*,

从而6sin *θ=*,即sin 2*θ=*,由0°*<*2*θ<*120°,

得2*θ=*30°,*∴θ=*15°,即∠*AOM=*15°*.*

(3)设∠*AOM=θ*(0°*<θ<*60°),由(2)知,*ON=*,

又在△*AOM*中,由*=*,得*OM=*,

*∴S*△*OMN=OM*·*ON*·sin 30°*===*,

*∴*当且仅当2*θ+*60°*=*90°,即*θ=*15°时,

△*OMN*的面积取得最小值,此时,*S*△*OMN=*,*∴*△*OMN*的最小面积为 km2*.*