西南交通大学研究生 2012—2013 学年第(一)学期考试试卷

课程代码 2250 课程名称 机器人引论 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分	24	20	15	15	14						98

阅卷教师签字：

姓 名 吴和杰

学 号 1202057

院 系 12机械三班

密封装订线

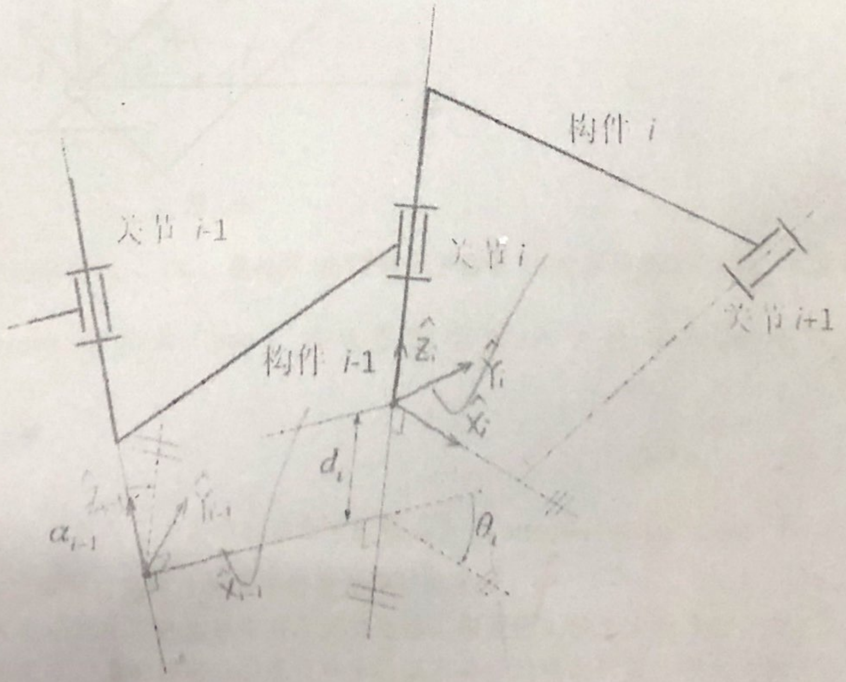
一、（24 分）Denavit-Hartenberg 方法是机器人操作臂运动和动力分析中经常采用的方法。题一图为一个机械臂中构件 i-1 和构件 i 以及关节 i-1、关节 i 和关节 i+1 的示意图。图中利用“两短线”和“三短线”分别表示了线与线的平行关系。利用 Denavit-Hartenberg 方法

1、试在图中画出分别与构件 i-1 和构件 i 固结的坐标系 i-1 和坐标系 i，包括坐标原点和坐标轴的方向；

2、写出将坐标系 i 中的矢量变换到坐标系 i-1 中的变换矩阵 ${}^{i-1}_{\ i}T$；

3、分析当关节 i 分别为转动副和移动副时，变换矩阵 ${}^{i-1}_{\ i}T$ 中哪些参数为变量；

4、写出当关节 i-1 的轴线与关节 i 轴线相平行时的变换矩阵 ${}^{i-1}_{\ i}T$。



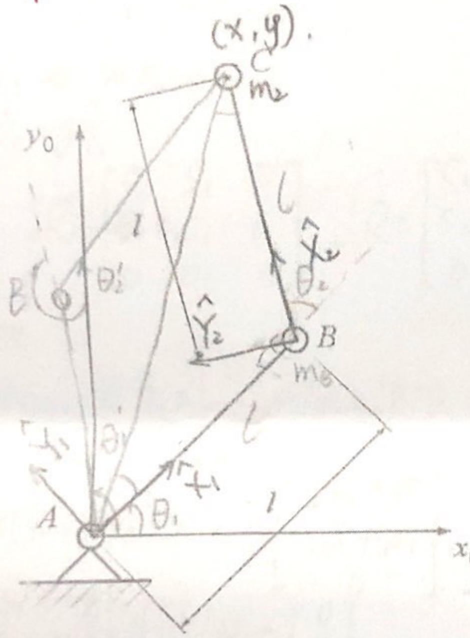
题一图

扫描全能王 创建

二、（30分）题二图为一个机器人机械臂结构示意图，各个构件的尺寸如图中所示。

1. 如果在各个关节都没有运动限位装置，确定机械臂的工作空间；
2. 提出机械臂逆解的算法，并给出相应的计算公式；
3. 写出机械臂的 Jacobian 矩阵，并给出关节 A、B 的加速度 ω_A、ω_B 与点 C 的速度 v_{Cx}、v_{Cy} 之间的关系式；
4. 如果构件 BC 的质量为 m_2，集中在点 C，构件 1 的质量为 m_1，集中在点 B，除了在关节 A 处作用有力矩 τ_1、在关节 B 处作用有力矩 τ_2，以及重力的作用之外，没有其他外力作用在机械臂中。试写出利用 Newton-Euler 动力学分析方法进行动力学分析的迭代方法和过程。

牛顿—欧拉



题二图

三、（15分）有两个坐标系 $\{A\}$、$\{B\}$。坐标系 $\{B\}$ 相对于坐标系 $\{A\}$ 的旋转矩阵为 ${}^A_BR$，在坐标系 $\{B\}$ 中的 Jacobian 矩阵为 ${}^BJ(\Theta)$。推证在坐标系 $\{A\}$ 中的 Jacobian 矩阵为

$${}^AJ(\Theta)=\begin{bmatrix} {}^A_BR & 0 \\ 0 & {}^A_BR \end{bmatrix}{}^BJ(\Theta)。$$

四、（15分）已知机械臂在关节空间中的动力学方程式为 $\tau = M(\Theta)\ddot{\Theta}+V(\Theta,\dot{\Theta})+G(\Theta)$，Jacobian 矩阵为 J。试推出机械臂在直角坐标系中的动力学方程式。 f

五、（16分）机器人在现代生产和生活中有广泛的用途。根据你对机器人的了解，①写出机器人的定义、结构组成、关键技术；②说明目前机器人研究的热点问题；③阐述你对机器人学及其技术发展趋势的看法。

3.

操作臂相对于坐标系{0}的雅可比矩阵为

$$^0J(\Theta)=\begin{bmatrix} -l\sin\theta_1-l\sin(\theta_1+\theta_2) & -l\sin(\theta_1+\theta_2) \\ l\cos\theta_1+l\cos(\theta_1+\theta_2) & l\cos(\theta_1+\theta_2) \end{bmatrix}$$

$$V_{cx}=-l[\sin\theta_1+\sin(\theta_1+\theta_2)]\omega_A-l\sin(\theta_1+\theta_2)\omega_B$$

$$V_{cy}=l[\cos\theta_1+\cos(\theta_1+\theta_2)]\omega_A+l\cos(\theta_1+\theta_2)\omega_B$$

4.

$^1P_{C_1}=l\hat{X}_1 \quad {}^2P_{C_2}=l\hat{X}_2 \quad {}^{C_1}I_1=0 \quad {}^{C_2}I_2=0.$

末端执行器没有作用力 $f_3=0$ ~~则~~ $n_3=0$.

又 $\omega_0=0 \quad \dot{\omega}_0=0 \quad {}^0\dot{v}_0=g\hat{Y}_0$

$$^0_1R=\begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1_0R=\begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1_2R=\begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2_1R=\begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 \\ -s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

对连杆1用向外迭代法有

$$^1\omega_1=\dot{\theta}_1{}^1\hat{Z}_1=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad {}^1\dot{\omega}_1=\ddot{\theta}_1{}^1\hat{Z}_1=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad {}^1\dot{v}_1={}^1_0R\,{}^0\dot{v}_0=\begin{bmatrix} gs_1 \\ gc_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$^1\dot{v}_{C_1}={}^1\dot{\omega}_1\times{}^1P_{C_1}+{}^1\omega_1\times({}^1\omega_1\times{}^1P_{C_1})+{}^1\dot{v}_1=\begin{bmatrix} -l\dot{\theta}_1^2+gs_1 \\ l\ddot{\theta}_1+gc_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$^1F_1=m_1{}^1\dot{v}_{C_1}=\begin{bmatrix} -m_1l\dot{\theta}_1^2+mgs_1 \\ m_1l\ddot{\theta}_1+m_1gc_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad {}^1N_1=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

对连杆2用向外迭代法有

$$^2\omega_2={}^2_1R\,{}^1\omega_1+\dot{\theta}_2{}^2\hat{Z}_2=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$^2\dot{\omega}_2={}^2_1R\,{}^1\dot{\omega}_1+{}^2_1R\,{}^1\omega_1\times\dot{\theta}_2{}^2\hat{Z}_2+\ddot{\theta}_2{}^2\hat{Z}_2=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$^2\dot{v}_2={}^2_1R({}^1\dot{\omega}_1\times{}^1P_2+{}^1\omega_1\times({}^1\omega_1\times{}^1P_2)+{}^1\dot{v}_1)=\begin{bmatrix} l\ddot{\theta}_1s_2-l\dot{\theta}_1^2c_2+gs_{12} \\ l\ddot{\theta}_1c_2+l\dot{\theta}_1^2s_2+gc_{12} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$^2\dot{v}_{C_2}={}^2\dot{\omega}_2\times{}^2P_{C_2}+{}^2\omega_2\times({}^2\omega_2\times{}^2P_{C_2})+{}^2\dot{v}_2=\begin{bmatrix} l\ddot{\theta}_1s_2-l\dot{\theta}_1^2c_2+gs_{12}-l(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 \\ l\ddot{\theta}_1c_2+l\dot{\theta}_1^2c_2+gc_{12}+l(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$^2F_2=m_2{}^2\dot{v}_{C_2}=\begin{bmatrix} m_2l\ddot{\theta}_1s_2-m_2l\dot{\theta}_1^2c_2+mgs_{12}-m_2l(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 \\ m_2l\ddot{\theta}_1c_2+m_2l\dot{\theta}_1^2c_2+mgc_{12}+m_2l(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$^2N_2=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

对连杆2用向内迭代法求解如下：

$$ {}^2f_2 = {}^2_3R\,{}^3f_3 + {}^2F_2 = F_2{}^2 = \begin{bmatrix} m_2 l\ddot{\theta}_1 S_2 - m_2 l\dot{\theta}_1^2 C_2 + m_2 g S_{12} - m_2 l(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 \\ m_2 l\ddot{\theta}_1 C_2 + m_2 l\dot{\theta}_1^2 C_2 + m_2 g C_{12} + m_2 l(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) \\ 0 \end{bmatrix} $$

$$ {}^2n_2 = {}^2_2N + {}^2_3R\,{}^3n_3 + {}^2P_{C_2} \times {}^2F_2 + {}^2P_3 \times {}^2_3R\,{}^3f_3 $$

$$ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_2 l^2 C_2 \ddot{\theta}_1 + m_2 l^2 S_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 l g C_{12} + m_2 l^2(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) \end{bmatrix} $$

对连杆1用内推，得：

$$ {}^1f_1 = {}^1_2R\,{}^2f_2 + {}^1F_1 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_2 l\ddot{\theta}_1 S_1 - m_2 l\dot{\theta}_1^2 C_2 + m_2 g S_{12} - m_2 l(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 \\ m_2 l\ddot{\theta}_1 C_2 + m_2 l\dot{\theta}_1^2 C_2 + m_2 g C_{12} + m_2 l(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) \\ 0 \end{bmatrix} $$

$$ + \begin{bmatrix} -m_1 l\dot{\theta}_1^2 + m_1 g S_1 \\ m_1 l\ddot{\theta}_1 + m_1 g C_1 \\ 0 \end{bmatrix} $$

$$ {}^1n_1 = {}^1_1N + {}^1_2R\,{}^2n_2 + {}^1P_{C_1} \times {}^1F_1 + {}^1P_2 \times {}^1_2R\,{}^2f_2 $$

$$ \cancel{= \begin{bmatrix} \\ \\ m_2 l_2(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) + m_2 l_1 l_2 \end{bmatrix}} $$

$$ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_2 l^2(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) + m_2 l^2 C_2(2\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) + (m_1+m_2) l^2\ddot{\theta}_1 - m_2 l^2 S_2 \dot{\theta}_2 \\ -2m_2 l^2 S_2 \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + m_2 l g C_{12} + (m_1+m_2) l g C_1 \end{bmatrix} $$

三、

解：根据雅可比矩阵定义知：

$$\begin{bmatrix} {}^BV \\ {}^B\omega \end{bmatrix} = {}^B\mathcal{V} = {}^BJ(\Theta)\dot{\Theta}$$

又 ∵ $\cancel{{}^BV = {}^B_AR\,{}^AV}$ ${}^AV = {}^A_BR\,{}^BV$

$${}^A\omega = {}^A_BR\,{}^B\omega$$

$$\therefore {}^A\mathcal{V} = \begin{bmatrix} {}^AV \\ {}^A\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A_BR\,{}^BV \\ {}^A_BR\,{}^B\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A_BR & 0 \\ 0 & {}^A_BR \end{bmatrix}\begin{bmatrix} {}^BV \\ {}^B\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A_BR & 0 \\ 0 & {}^A_BR \end{bmatrix}{}^B\mathcal{V}$$

又 ∵ ${}^A\mathcal{V} = {}^AJ(\Theta)\dot{\Theta}$

$$\therefore {}^AJ(\Theta)\cdot\dot{\Theta} = \begin{bmatrix} {}^A_BR & 0 \\ 0 & {}^A_BR \end{bmatrix}{}^BJ(\Theta)\dot{\Theta}$$

即 ${}^AJ(\Theta) = \begin{bmatrix} {}^A_BR & 0 \\ 0 & {}^A_BR \end{bmatrix}{}^BJ(\Theta)$.

$\boxed{四}$

~~解~~ 解：

设直角坐标系中的动力学方程为

$$F = M_x(\Theta)\ddot{x} + V_x(\Theta,\dot{\Theta}) + G_x(\Theta).$$

操作臂末端的力和力矩矢量 F 可以用关节驱动器的驱动力 τ 表示：

$$\tau = J^T F$$

上式同时左乘 J^{-T} 得，

$$J^{-T}\tau = F$$

$$\therefore F = J^{-T}M(\Theta)\ddot{\Theta} + J^{-T}V(\Theta,\dot{\Theta}) + J^{-T}G(\Theta).$$

由雅可比矩阵定义知：

$$\dot{x} = J\cdot\dot{\Theta}$$

$$\ddot{x} = \dot{J}\dot{\Theta} + J\cdot\ddot{\Theta}$$

则 $\ddot{\Theta} = J^{-1}\ddot{x} - J^{-1}\dot{J}\dot{\Theta}$

代入上式可得

$$F = J^{-T}M(\Theta)J^{-1}\ddot{x} - J^{-T}M(\Theta)J^{-1}\dot{J}\dot{\Theta} + J^{-T}V(\Theta,\dot{\Theta}) + J^{-T}G(\Theta)$$

扫描全能王 创建

五.答:①定义:机器人是能够自动执行工作的机器装置,它既可以接受人类指挥,又可以~~桂~~运行预先编排的程序,也可以根据以人工智能技术制定的原则纲领行动,是一种可以根据执行任何不同而具有可编程动作的多功能机器装置.

结构组成:一般由执行机构.驱动装置.检测装置.控制系统和复杂机械等组成

关键技术:是~~根据~~机器人操作臂的控制技术和检测技术以及人工智能技术等.

②.目前机器的研究热点问题是仿生机器人的研究,尤其是仿人机器的研究,以及家用机器人的研究,同时对微型机器人的研究也在进行中.

③我认为,机器人的发展会朝着民用机器人的方向发展,因为民用机器人市场贴近消费者,且消费群体巨大,发展潜力大,而且机械的出现本身就是希望减轻人的劳动强度,因此未来各种家用机器人将会替代人来完成各种家务工作。机器人技术也会朝着智能化方向发展,机器会有越来越高的决策能力,甚至能像人类一样进行思考,这同样需要机器人控制技术的不断发展。

一、1. 如图

2. $${}^{i-1}_{i}T=\begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin\theta_i\cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i\cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1}d_i \\ \sin\theta_i\sin\alpha_{i-1} & \cos\theta_i\sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 当关节 i 为转动副时 θ_i 为变量；当关节 i 为移动副时 d_i 为变量.

4. 关节 $i-1$ 的轴线与关节 i 的轴线平行时，$\alpha_{i-1}=0$.

$$\therefore {}^{i-1}_{i}T=\begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

二、解：1. 该机械臂的工作空间为半径为 $2l$ 的圆.

$${}^{B}_{W}T={}^{0}_{3}T=\begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & lC_{12}+lC_1 \\ S_{12} & C_{12} & 0 & lS_{12}+lS_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 利用几何解法，设末端 C 的坐标为 (x,y)，则根据余弦定理得.

$$x^2+y^2=l^2+l^2+2l^2\cos\theta_2=2l^2(1+\cos\theta_2)$$

$$\therefore \theta_2=\arccos\left(\frac{x^2+y^2}{2l^2}-1\right)$$

$$\theta_1=\arctan\left(\frac{y}{x}\right)-\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{x^2+y^2}{2l^2}-1\right).$$

如图所示，还存在另一个解 θ_1' 和 θ_2'.

同样，根据余弦定理，有

$$\theta_2'=\pi+\arccos\left(1-\frac{x^2+y^2}{2l^2}\right)$$

$$\theta_1'=\arctan\frac{y}{x}+\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\arccos\left(1-\frac{x^2+y^2}{2l^2}\right)$$