

# TOPSIS评价

Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution

成都信息工程大学学生数学建模协会

[https://www.bilibili.com/video/BV1DW411s7wi/?p=3&share\\_source=copy\\_web&vd\\_source=6f0736716bdb514dd4dfe500dd6e59c7](https://www.bilibili.com/video/BV1DW411s7wi/?p=3&share_source=copy_web&vd_source=6f0736716bdb514dd4dfe500dd6e59c7)

[https://blog.csdn.net/weixin\\_44972997/article/details/113477817](https://blog.csdn.net/weixin_44972997/article/details/113477817)

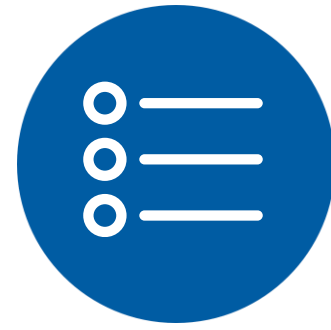
[https://www.bilibili.com/video/BV1kC4y1a7Ee/?p=18&share\\_source=copy\\_web&vd\\_source=6f0736716bdb514dd4dfe500dd6e59c7](https://www.bilibili.com/video/BV1kC4y1a7Ee/?p=18&share_source=copy_web&vd_source=6f0736716bdb514dd4dfe500dd6e59c7)

主讲人：一棵草



# 目录

## CONTENTS



**01 /** TOPSIS评价简介



**02 /** 例题展示



**03 /** 解题过程



**04 /** 代码演示



# 01 / TOPSIS评价简介

## Introduction



TOPSIS法 (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) 可翻译为逼近理想解排序法，国内常简称为优劣解距离法。TOPSIS 法是一种常用的综合评价方法，其能充分利用原始数据的信息，其结果能精确地反映各评价方案之间的差距。



公式: 
$$\frac{x - \min}{\max - \min}$$

### 三点注意

- 1.比较的对象远大于两个;
- 2.比较的指标要不止一个方面;
- 3.有很多指标不存在理论上的最大值和最小值。





# 02 / 例题展示

Example



下表是5位同学身体相关参数，请用TOPSIS法来对同学身体情况进行一个综合评价。

	肺活量（越大越好）	癌变指数（越小越好）	Ph值（7.4最好）	甲状腺素（66-181正常）
小明	5000	0.01	7.35	89
小红	4500	0.2	7	63
小李	4000	0.1	7.42	201
小龙	4400	0	7.1	60
小赵	5100	0.03	7.52	180



**03 /**

**解题过程**

**Process**



第一步：数据预处理（正向化、标准化）

将所给数据转化为矩阵 $X=$

$$\begin{bmatrix} 5000 & 0.01 & 7.35 & 89 \\ 4500 & 0.2 & 7 & 63 \\ 4000 & 0.1 & 7.42 & 201 \\ 4400 & 0 & 7.1 & 60 \\ 5100 & 0.03 & 7.52 & 180 \end{bmatrix}$$

正向化：并非所有指标的数据值越大越好。

标准化：消除量纲的影响。

	肺活量（越大越好）	癌变指数（越小越好）	Ph值（7.4最好）	甲状腺素（66-181正常）
小明	5000	0.01	7.35	89
小红	4500	0.2	7	63
小李	4000	0.1	7.42	201
小龙	4400	0	7.1	60
小赵	5100	0.03	7.52	180



## 正向化处理

### 四种指标

极大型：数值越大越好，如成绩、利润、GDP增速

极小型：数值越小越好，如费用、排名、污染程度

中间型：越接近某个值越好，如pH值

区间型：落在某一区间最好，如体温、激素水平

极小型转为极大型  $\max -x$

(若没有0, 也可用  $\frac{1}{x}$  进行正向化)

癌变指数 (越小越好)
0.01
0.2
0.1
0
0.03

可得到正向化后的向量为

0.19

0

0.1

0.2

0.17

中间型转为极大型

$M = \max \{ |x - x_{best}| \}, \tilde{x} = 1 - \frac{|x - x_{best}|}{M}$

Ph值 (7.4最好)

7.35
7
7.42
7.1
7.52

可得到正向化后的向量为

0.875

0

0.95

0.25

0.7

区间型转为极大型

甲状腺素（66-181正常）	
	89
	63
	201
	60
	180

$$M = \max \{ a - \min \{ x_i \}, \max \{ x_i \} - b \}, \tilde{x}_i = \begin{cases} 1 - \frac{a - x}{M}, & x < a \\ 1 & , a \leq x \leq b \\ 1 - \frac{x - b}{M}, & x > b \end{cases}$$

可得到正向化后的向量为

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.85 \\ 0 \\ 0.7 \\ 0.95 \end{bmatrix}$$

正向化后的矩阵X=

$$\begin{bmatrix} 5000 & 0.19 & 0.875 & 1 \\ 4500 & 0 & 0 & 0.85 \\ 4000 & 0.1 & 0.95 & 0 \\ 4400 & 0.2 & 0.25 & 0.7 \\ 5100 & 0.17 & 0.7 & 0.95 \end{bmatrix}$$



## 标准化处理

用正向化后的矩阵 $x$ ，得到标准化的矩阵 $z$

$$z_{ij} = x_{ij} / \sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}$$

得到的标准化矩阵 $z=$

$$\begin{bmatrix} 0.4842 & 0.5603 & 0.5872 & 0.5579 \\ 0.4358 & 0 & 0 & 0.4742 \\ 0.3874 & 0.2949 & 0.6375 & 0 \\ 0.4261 & 0.5898 & 0.1678 & 0.3905 \\ 0.4939 & 0.5013 & 0.4697 & 0.5579 \end{bmatrix}$$





## 第二步：计算得分

公式  $\frac{x - \min}{\max - \min}$  可看作  $\frac{x - \min}{(\max - x) + (x - \min)}$ ，即  $\frac{x \text{ 与最小值的距离}}{x \text{ 与最大值的距离} + x \text{ 与最小值的距离}}$

定义最大值  $Z^+ = (Z_1^+, Z_2^+, \dots, Z_n^+)$   
 $= (\max\{z_{11}, z_{21}, \dots, z_{m1}\}, \max\{z_{12}, z_{22}, \dots, z_{m2}\}, \dots, \max\{z_{1n}, z_{2n}, \dots, z_{mn}\})$

定义最小值  $Z^- = (Z_1^-, Z_2^-, \dots, Z_n^-)$   
 $= (\min\{z_{11}, z_{21}, \dots, z_{m1}\}, \min\{z_{12}, z_{22}, \dots, z_{m2}\}, \dots, \min\{z_{1n}, z_{2n}, \dots, z_{mn}\})$

定义第 $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 个评价对象与最大值的距离  $D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (Z_j^+ - z_{ij})^2}$

定义第 $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 个评价对象与最小值的距离  $D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (Z_j^- - z_{ij})^2}$

得出第 $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 个评价对象未归一化的得分： $S_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}$

$$Z = \begin{bmatrix} 0.4842 & 0.5603 & 0.5872 & 0.5579 \\ 0.4358 & 0 & 0 & 0.4742 \\ 0.3874 & 0.2949 & 0.6375 & 0 \\ 0.4261 & 0.5898 & 0.1678 & 0.3905 \\ 0.4939 & 0.5013 & 0.4697 & 0.5579 \end{bmatrix}$$

$$s = \begin{bmatrix} 0.2916 \\ 0.2548 \\ 0.1827 \\ 0.1617 \\ 0.1090 \end{bmatrix}$$

	肺活量（越大越好）	癌变指数（越小越好）	Ph值（7.4最好）	甲状腺素（66-181正常）
小明	5000	0.01	7.35	89
小红	4500	0.2	7	63
小李	4000	0.1	7.42	201
小龙	4400	0	7.1	60
小赵	5100	0.03	7.52	180



04 /

代码演示

Practice



# 谢谢!

现实世界的奥秘等你探索 and 发现，  
体验数学魅力， 让你收益终身!