



# 分形函数水平集的基本性质

## ——从 Takagi 函数到广义的 Takagi 函数

楼康杰

指导老师：阮火军

数学科学学院  
浙江大学

2025 年 5 月 16 日



# 提纲

提纲

Takagi 函数及其水平集的性质



## 定理 (Takagi 函数)

定义以下函数  $T_{a,b}(x)$  为 Takagi 函数,

$$T_{a,b}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n T(b^n x),$$

其中  $0 < a < 1, b > 1$ ,  $T(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  周期为 1, 在区间  $[0, 1]$  上定义如下:

$$T(x) = \begin{cases} x & , x \in [0, \frac{1}{2}], \\ 1 - x & , x \in [\frac{1}{2}, 1]. \end{cases}$$

## 定理 (水平集)

函数  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  在  $f(x) = y$  时的水平集定义为

$$L(y) = \{x \in [0, 1] : f(x) = y\} \times \{y\}.$$