

Digits of Pi
 CP220 Project Phase II
 Lovette Oyewole - 190888960
 Fall 2020

Creating Equations

Truth Table

Table 1 is a truth table for the Digits of Pi

Decimal places	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	Pi number	p ₁	p ₂	p ₃	p ₄
0	0	0	0	0	3	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	4	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1	0	0	0	1
4	0	1	0	0	5	0	1	0	1
5	0	1	0	1	9	1	0	0	1
6	0	1	1	0	2	0	0	1	0
7	0	1	1	1	6	0	1	1	0
8	1	0	0	0	5	0	1	0	1
9	1	0	0	1	3	0	0	1	1
10	1	0	1	0	5	0	1	0	1

Table 1: Truth Table

The truth table containing only binary quantities is shown in Table 2

a₁	a₂	a₃	a₄	p₁	p₂	p₃	p₄
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1

Table 2: Truth Table showing only binary inputs and outputs

Output p₁

a₁	a₂	a₃	a₄	p₁
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0

Table 3: Truth Table for p₁

		p ₁			
		a ₃ a ₄			
		00	01	11	10
a ₁ a ₂	00	0	0	0	0
	01	0	1	0	0
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	0

Table 4: Karnaugh Map Table for p₁
The terms given by the group will be
p₁ = a₁'a₂a₃'a₄

Output p₂

a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	p ₂
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1

Table 5: Truth Table for p₂

p ₂		a ₃ a ₄			
		00	01	11	10
a ₁ a ₂	00	0	0	0	1
	01	1	0	1	0
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

Table 6: Karnaugh Map Table for p₂
 The terms given by the group will be
 $p_2 = a_2'a_3a_4' + a_1a_2'a_4' + a_1'a_2a_3'a_4' + a_1'a_2a_3'a_4'$

Output p₃

a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	p ₃
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0

Table 7: Truth Table for p₃

p ₃		a ₃ a ₄			
		00	01	11	10
a ₁ a ₂	00	1	0	0	0
	01	0	0	1	1
	11	0	0	0	0
	10	0	1	0	0

Table 8: Karnaugh Map Table for p₃
 The terms given by the group will be
 $p_3 = a_1a_2'a_3'a_4 + a_1'a_2a_3 + a_1'a_2'a_3'a_4'$

Output p_4

a_1	a_2	a_3	a_4	p_4
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1

Table 9: Truth Table for p_4

p_4		$a_3 \ a_4$			
		00	01	11	10
$a_1 a_2$	00	1	1	1	0
	01	1	1	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	0	1

Table 10: Karnaugh Map Table for p_4 (first grouping)

The terms given by the group will be

$$a_1' a_3' + a_2' a_3'$$

p_4		$a_3 \ a_4$			
		00	01	11	10
$a_1 a_2$	00	1	1	1	0
	01	1	1	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	0	1

Table 11: Karnaugh Map Table for p_4 (first grouping)

The terms given by the group will be

$$a_1 a_2' a_4' + a_1' a_2' a_4$$

This will produce $p_4 = a_1' a_3' + a_2' a_3' + a_1 a_2' a_4' + a_1' a_2' a_4$

Equation Testing

The equations were tested with Maxima

Output p₁

```
(%i1) p1: not a1 and a2 and not a3 and a4;
(%o1)  $\neg a_1 \wedge a_2 \wedge \neg a_3 \wedge a_4$ 

(%i2) p1, a1 = false, a2 = false, a3= false, a4 = false;
(%o2) false 0

(%i3) p1, a1 = false, a2 = false, a3= false, a4 = true;
(%o3) false 0

(%i4) p1, a1 = false, a2 = false, a3= true, a4 = false;
(%o4) false 0

(%i5) p1, a1 = false, a2 = false, a3= true, a4 = true;
(%o5) false 0

(%i6) p1, a1 = false, a2 = true, a3= false, a4 = false;
(%o6) false 0

(%i7) p1, a1 = false, a2 = true, a3= false, a4 = true;
(%o7) true 1

(%i8) p1, a1 = false, a2 = true, a3= true, a4 = false;
(%o8) false 0

(%i9) p1, a1 = false, a2 = true, a3= true, a4 = true;
(%o9) false 0

(%i10) p1, a1 = true, a2 = false, a3= false, a4 = false;
(%o10) false 0

(%i11) p1, a1 = true, a2 = false, a3= false, a4 = true;
(%o11) false 0

(%i12) p1, a1 = true, a2 = false, a3= true, a4 = false;
(%o12) false 0
```

Figure 1: Test of p_1

This matches the truth table, so the equation for p_1 is correct.

Output p_2

```
(%i1) p2: ( not a2 and a3 and not a4) or (a1 and not a2 and not a4) or (not a1 and a2 and not a3 and not a4) or (not a1 and a2 and a3 and a4);
(%o1)  $\neg a_2 \wedge a_3 \wedge \neg a_4 \vee a_1 \wedge \neg a_2 \wedge \neg a_4 \vee \neg a_1 \wedge a_2 \wedge \neg a_3 \wedge \neg a_4 \vee \neg a_1 \wedge a_2 \wedge a_3 \wedge a_4$ 

(%i2) p2, a1 = false, a2 = false, a3= false, a4 = false;
(%o2) false 0

(%i3) p2, a1 = false, a2 = false, a3= false, a4 = true;
(%o3) false 0

(%i4) p2, a1 = false, a2 = false, a3= true, a4 = false;
(%o4) true 1

(%i5) p2, a1 = false, a2 = false, a3= true, a4 = true;
(%o5) false 0

(%i6) p2, a1 = false, a2 = true, a3= false, a4 = false;
(%o6) true 1

(%i7) p2, a1 = false, a2 = true, a3= false, a4 = true;
(%o7) false 0

(%i8) p2, a1 = false, a2 = true, a3= true, a4 = false;
(%o8) false 0

(%i9) p2, a1 = false, a2 = true, a3= true, a4 = true;
(%o9) true 1

(%i10) p2, a1 = true, a2 = false, a3= false, a4 = false;
(%o10) true 1

(%i11) p2, a1 = true, a2 = false, a3= false, a4 = true;
(%o11) false 0

(%i12) p2, a1 = true, a2 = false, a3= true, a4 = false;
(%o12) true 1
```

Figure 2: Test of p_2

This matches the truth table, so the equation for p_2 is correct.

Output p₃

```
(%i1) p3: (not a1 and not a2 and not a3 and not a4) or (a1 and not a2 and not a3 and a4) or (not a1 and a2 and a3);
(%o1)  $\neg a_1 \wedge \neg a_2 \wedge \neg a_3 \wedge \neg a_4 \vee a_1 \wedge \neg a_2 \wedge \neg a_3 \wedge a_4 \vee \neg a_1 \wedge a_2 \wedge a_3$ 

(%i2) p3, a1 = false, a2 = false, a3= false, a4 = false;
(%o2) true 1

(%i3) p3, a1 = false, a2 = false, a3= false, a4 = true;
(%o3) false 0

(%i4) p3, a1 = false, a2 = false, a3= true, a4 = false;
(%o4) false 0

(%i5) p3, a1 = false, a2 = false, a3= true, a4 = true;
(%o5) false 0

(%i6) p3, a1 = false, a2 = true, a3= false, a4 = false;
(%o6) false 0

(%i7) p3, a1 = false, a2 = true, a3= false, a4 = true;
(%o7) false 0

(%i8) p3, a1 = false, a2 = true, a3= true, a4 = false;
(%o8) true 1

(%i9) p3, a1 = false, a2 = true, a3= true, a4 = true;
(%o9) true 1

(%i10) p3, a1 = true, a2 = false, a3= false, a4 = false;
(%o10) false 0

(%i11) p3, a1 = true, a2 = false, a3= false, a4 = true;
(%o11) true 1

(%i12) p3, a1 = true, a2 = false, a3= true, a4 = false;
(%o12) false 0
```

Figure 3: Test of p₃

This matches the truth table, so the equation for p₃ is correct.

Output p₄

```
(%i1) p4: (not a1 and not a3) or (not a2 and not a3) or (a1 and not a2 and not a4) or (not a1 and not a2 and a4);
(%o1)  $\neg a_1 \wedge \neg a_3 \vee \neg a_2 \wedge \neg a_3 \vee a_1 \wedge \neg a_2 \wedge \neg a_4 \vee \neg a_1 \wedge \neg a_2 \wedge a_4$ 

(%i2) p4, a1 = false, a2 = false, a3= false, a4 = false;
(%o2) true 1

(%i3) p4, a1 = false, a2 = false, a3= false, a4 = true;
(%o3) true 1

(%i4) p4, a1 = false, a2 = false, a3= true, a4 = false;
(%o4) false 0

(%i5) p4, a1 = false, a2 = false, a3= true, a4 = true;
(%o5) true 1

(%i6) p4, a1 = false, a2 = true, a3= false, a4 = false;
(%o6) true 1

(%i7) p4, a1 = false, a2 = true, a3= false, a4 = true;
(%o7) true 1

(%i8) p4, a1 = false, a2 = true, a3= true, a4 = false;
(%o8) false 0

(%i9) p4, a1 = false, a2 = true, a3= true, a4 = true;
(%o9) false 0

(%i10) p4, a1 = true, a2 = false, a3= false, a4 = false;
(%o10) true 1

(%i11) p4, a1 = true, a2 = false, a3= false, a4 = true;
(%o11) true 1

(%i12) p4, a1 = true, a2 = false, a3= true, a4 = false;
(%o12) true 1
```

Figure 4: Test of p₄

This matches the truth table, so the equation for p₄ is correct.

Summary

The equations for the outputs are:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= a_1' a_2 a_3' a_4 \\
 p_2 &= a_2' a_3 a_4' + a_1 a_2' a_4' + a_1' a_2 a_3' a_4' + a_1' a_2 a_3' a_4' \\
 p_3 &= a_1 a_2' a_3' a_4 + a_1' a_2 a_3 + a_1' a_2' a_3' a_4' \\
 p_4 &= a_1' a_3' + a_2' a_3' + a_1 a_2' a_4' + a_1' a_2' a_4
 \end{aligned}$$

These equations have been tested and verified to be correct