https://www.facebook.com/profile.php?id=10000654912

02.04.2021

Задача. *Привести квадратичную форму*

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 9x_2^2 + 19x_3^2$$

к каноническому виду с помощью метода Лагранжа. Выписать преобразование координат, осуществляющее такое приведение.

Решение. Метод Лагранжа (метод выделения полных квадратов) состоит в последовательном выделении полных квадратов сначала в группе слагаемых, содержащих x_1, затем содержащих x_2 и т. д. Имеем

$$\begin{gathered} f = (2x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3) + 9x_2^2 + 19x_3^2 = \\ = 2(x_1^2 + 2x_1(2x_2 + x_3) + (2x_2 + x_3)^2) - 2(2x_2 + x_3)^2 + 9x^2 + 19x_3 = \\ = 2(x_1 + 2x_2 + x_3)^2 - 8x_2^2 - 2x_3^2 - 8x_2x_3 + 9x_2^2 + 19x_3^2 = \\ = 2(x_1 + 2x_2 + x_3)^2 + (x_2 - 4x_3)^2 - 16x_3^2 + 17x_3^2 = \\ = 2(x_1 + 2x_2 + x_3)^2 + (x_2 - 4x_3)^2 + x_3^2 = 2y_1^2 + y_2^2 + y_3^2, \end{gathered}$$

где $y_1 = x_1 + 2x_2 + x_3, y_2 = x_2 - 4x_3, y_3 = x_3$. Остаётся выразить x_1, x_2, x_3. Окончательно формулы преобразования координат имеют вид

$$\begin{cases} x_1 = y_1 - 2y_2 - 9y_3, \\ x_2 = y_2 + 4y_3, \\ x_3 = y_3. \end{cases}$$