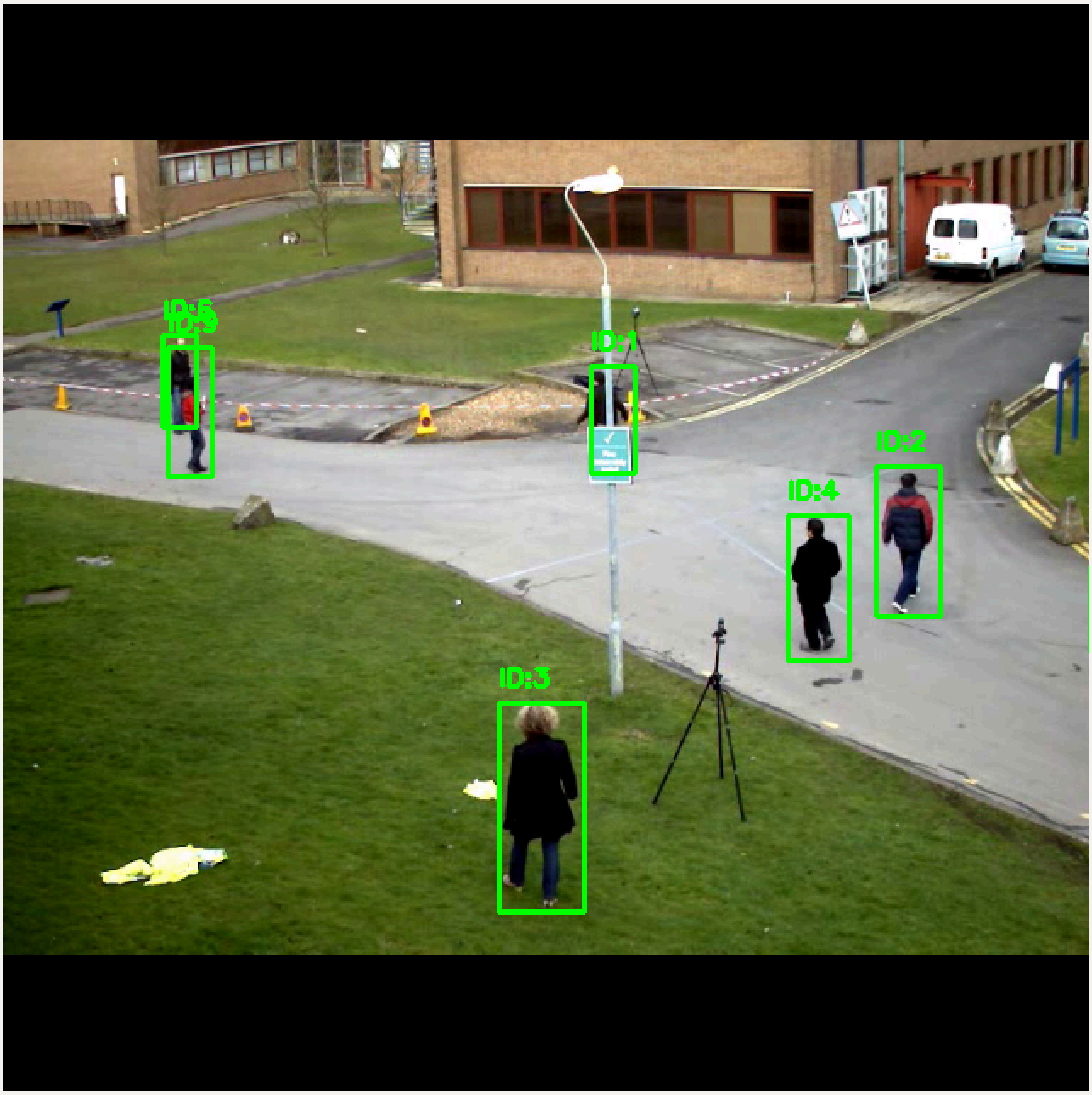
卡尔曼滤波与目标跟踪算法实现

代码实现：https://github.com/lovodllt/kalman_track

(这里用的是ros的工作空间，需要使用的记得修改cmakelist)

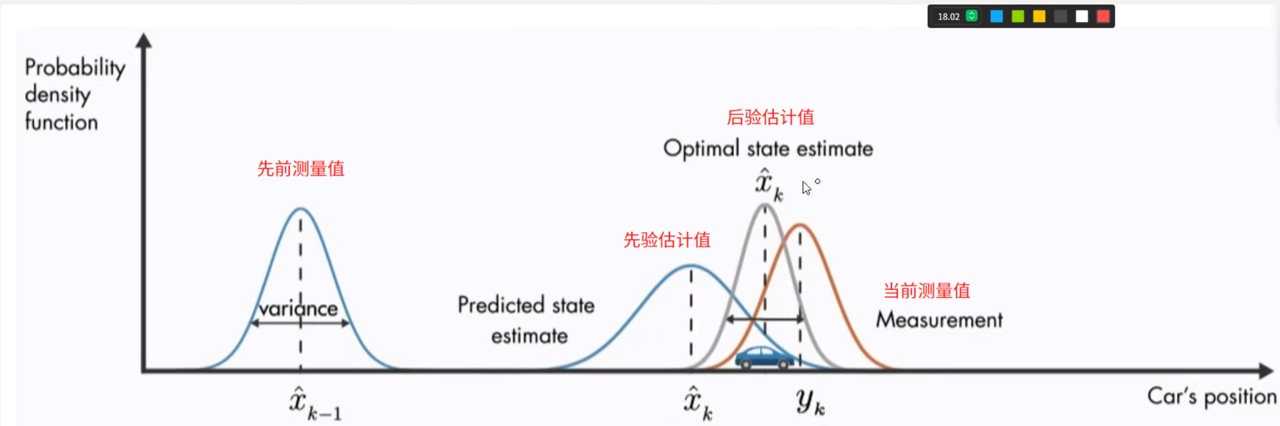
对于短暂被遮挡物体的识别效果



卡尔曼滤波（KF）

在线性条件下，通过过程与观测两个方面，对输入值进行最优估计

原理



（方差模拟不确定性）

公式部分：

预测	更新
$\hat{x}_t^- = F\hat{x}_{t-1} + Bu_{t-1}$	$K_t = P_t^- H^T \left(HP_t^- H^T + R\right)^{-1}$
$P_t^- = FP_{t-1}F^T + Q$	$\hat{x}_t = \hat{x}_t^- + K_t(z_t - H\hat{x}_t^-)$
	$P_t = (I - K_t H)P_t^-$

观测（observation）

$$z_t = Hx_t + v_k$$

各参数含义：

z_t：当前时刻(t)的观测值
H：观测矩阵H
x_t：当前时刻(t)的真实状态向量
v_k：观测噪声

预测（Prediction）

状态预测公式

$$\hat{x}_t^- = F\hat{x}_{t-1} + Bu_{t-1}$$

根据上一时刻（t - 1）的状态估计值来预测当前时刻（ t ）的状态

推导:

预测模型

$$\begin{cases} p_i = p_{i-1} + v_{i-1}\cdot\Delta t + \frac{a}{2}\Delta t^2 \\ v_i = v_{i-1} + a\cdot\Delta t \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} p_i \\ v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{i-1} \\ v_{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^2}{2} \\ \Delta t \end{bmatrix} a_i$$

$$\hat{x}_t^- = F \cdot \hat{x}_{t-1} + B \cdot u_{t-1}$$

各参数含义:

$\hat{x}_t^-$: 当前时刻(t)的先验姿态估计(预测值)
F : 状态转移矩阵F
$\hat{x}_{t-1}$: 上一时刻($t-1$)的后验状态估计(最优估计值)
B : 控制矩阵B
u_{t-1} : 上一时刻（$t-1$）的控制输入

协方差预测公式

$$P_t^- = FP_{t-1}F^T + Q$$

衡量变量的总体误差

推导:

$$cov(\hat{x}_t^-, \hat{x}_t^-) = cov(F\hat{x}_{t-1} + Bu_{t-1} + w_t, F\hat{x}_{t-1} + Bu_{t-1} + w_t)$$

$^T + Q$

$$= F\,cov(\hat{x}_{t-1}, \hat{x}_{t-1})F^T + cov(w_t, w_t)$$

$$F P_{t-1} F^T + Q$$

根据上一时刻（t - 1）的状态协方差矩阵来预测当前时刻的状态协方差

各参数含义:

$$
\begin{aligned}
&P_t^- \text{：当前时刻}(t)\text{的先验估计协方差矩阵(预测值)}\\
&F\text{：状态转移矩阵}\\
&P_{t-1}\text{：上一时刻}(t-1)\text{的后验估计协方差矩阵(最优估计值)}\\
&F^T\text{：状态转移矩阵}F\text{的转置}\\
&Q\text{：过程噪声协方差矩阵}
\end{aligned}
$$

更新（Update）

卡尔曼增益公式

$$K_t = P_t^- H^T (H P_t^- H^T + R)^{-1}$$

用于确定在更新状态估计时，测量值所占的比重。

各参数含义:

$$
\begin{aligned}
&K_t\text{：当前时刻}(t)\text{的卡尔曼增益(估计值权重)}\\
&P_t^-\text{：当前时刻}(t)\text{的先验状态协方差(预测值)}\\
&H\text{：观测矩阵}H\\
&R\text{：测量噪声协方差矩阵}R
\end{aligned}
$$

状态更新公式

$$\hat{x}_t = \hat{x}_t^- + K_t(z_t - H\hat{x}_t^-)$$

结合预测状态和当前时刻的测量值来得到当前时刻的最优状态估计

各参数含义:

$$
\begin{aligned}
&\hat{x}_t\text{：当前时刻}(t)\text{的后验状态估计(最优估计值)}\\
&\hat{x}_t^-\text{：当前时刻}(t)\text{的先验状态估计(预测值)}\\
&K_t\text{：当前时刻}(t)\text{的卡尔曼增益}\\
&z_t\text{：当前时刻}(t)\text{的测量值}\\
&H\text{：观测矩阵}H
\end{aligned}
$$

协方差更新公式

$$P_t = (I - K_t H) P_t^-$$

根据卡尔曼增益和先验状态协方差来更新当前时刻的状态协方差

各参数含义:

$$\begin{aligned}
&P_t：\text{当前时刻}(t)\text{的后验状态协方差(最优值)}\\
&I：\text{单位矩阵}\\
&K_t：\text{当前时刻}(t)\text{的卡尔曼增益(估计值权重)}\\
&H：\text{观测矩阵}\\
&P_t^-：\text{当前时刻}(t)\text{的先验状态协方差(预测值)}
\end{aligned}$$

实例

需要考虑的状态:

均值：x = [cx, cy, r, h, vx, vy, vr, vh]

--中心坐标（cx, cy)， 高宽比r， 高h， 以及各自的速度变化值

协方差矩阵：由需要控制变量的数量决定，此处为8*8的矩阵

$$\underbrace{\begin{pmatrix}cx\\cy\\w\\h\\vx\\vy\\vw\\vh\end{pmatrix}_{t+1}}_{x'} = \underbrace{\begin{pmatrix}
1&0&0&0&dt&0&0&0\\
0&1&0&0&0&dt&0&0\\
0&0&1&0&0&0&dt&0\\
0&0&0&1&0&0&0&dt\\
0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1
\end{pmatrix}}_{F} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix}cx\\cy\\w\\h\\vx\\vy\\vw\\vh\end{pmatrix}_{t}}_{x}$$

代码实现

```
class KalmanFilter_ {
/* x = [x,
 *      y,
 *      w,
 *      h,
 *      vx,
 *      vy,
 *      vw,
 *      vh]
 */
private:
    Vector8f x;//状态向量
    Matrix8f F;//状态转移矩阵
    Matrix8f P;//误差协方差矩阵
    Matrix8f Q;//过程噪声协方差矩阵
    Eigen::Matrix4f R;//观测噪声协方差矩阵
    Eigen::Matrix<float,8,4> K;//卡尔曼增益
    Eigen::Matrix<float,4,8> H;//观测矩阵
    float dt;
    bool is_init = false;

public:
    KalmanFilter_() : dt(0.01)
    {
        //初始化状态向量
        x << 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0;

        //初始化状态转移矩阵
        F = Matrix8f::Identity();

        //初始化过程噪声协方差矩阵
        Q = Matrix8f::Zero(8,8);
        Q.diagonal() << 1e-2, 1e-2, 1e-2, 2e-2, 5e-2, 5e-2, 1e-4,
4e-2;

        //初始化观测噪声协方差矩阵
        R = Eigen::Matrix4f::Identity() * (1e-2);

        //初始化误差协方差
```

```
        P = Matrix8f::Identity() * 10;

        //初始化观测矩阵
        H << 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
             0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
             0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
             0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0;
    }

    void setF(float dt)
    {
        F << 1, 0, 0, 0, dt, 0,  0,  0,
             0, 1, 0, 0, 0,  dt, 0,  0,
             0, 0, 1, 0, 0,  0,  dt, 0,
             0, 0, 0, 1, 0,  0,  0,  dt,
             0, 0, 0, 0, 1,  0,  0,  0,
             0, 0, 0, 0, 0,  1,  0,  0,
             0, 0, 0, 0, 0,  0,  1,  0,
             0, 0, 0, 0, 0,  0,  0,  1;

        Vector8f new_x = x;
        x[0] = new_x[0] + new_x[4] * dt;
        x[1] = new_x[1] + new_x[5] * dt;
        x[2] = new_x[2] + new_x[6] * dt;
        x[3] = new_x[3] + new_x[7] * dt;
    }

    void init(const Eigen::Vector4f& z)
    {
        x.head<4>() = z;
        is_init = true;
    }

    // 预测
    void predict(float dt)
    {
        if(!is_init) return;

        setF(dt);
        x = F * x;
```

```
        P = F * P * F.transpose() + Q;
    }

    // 更新
    void update(const Eigen::Vector4f& z)
    {
        if(!is_init) init(z);

        auto y = z - H * x;
        auto S = H * P * H.transpose() + R;
        K = P * H.transpose() * S.inverse();

        x = x + K * y;
        P = (Matrix8f::Identity() - K * H) * P;
    }

    // 获取当前位置
    Eigen::Vector4f getPosition()
    {
        return x.head<4>();
    }
};typedef Eigen::Matrix<float, 8, 1> Vector8f;
typedef Eigen::Matrix<float, 8, 8> Matrix8f;

class KalmanFilter_ {
/* x = [x,
 *      y,
 *      w,
 *      h,
 *      vx,
 *      vy,
 *      vw,
 *      vh]
 */
private:
    Vector8f x;//状态向量
    Matrix8f F;//状态转移矩阵
    Matrix8f P;//误差协方差矩阵
    Matrix8f Q;//过程噪声协方差矩阵
    Eigen::Matrix4f R;//观测噪声协方差矩阵
```

```
    Eigen::Matrix<float,8,4> K;//卡尔曼增益
    Eigen::Matrix<float,4,8> H;//观测矩阵
    float dt;
    bool is_init = false;

public:
    KalmanFilter_() : dt(0.01)
    {
        //初始化状态向量
        x << 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0;

        //初始化状态转移矩阵
        F = Matrix8f::Identity();

        //初始化过程噪声协方差矩阵
        Q = Matrix8f::Zero(8,8);
        Q.diagonal() << 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 2.0, 2.0, 2.0, 2.0;

        //初始化观测噪声协方差矩阵
        R = Eigen::Matrix4f::Identity() * 0.01;

        //初始化误差协方差
        P = Matrix8f::Identity() * 10;

        //初始化观测矩阵
        H << 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
             0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
             0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
             0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0;
    }

    void setF(float dt)
    {
        F << 1, 0, 0, 0, dt, 0,  0,  0,
             0, 1, 0, 0, 0,  dt, 0,  0,
             0, 0, 1, 0, 0,  0,  dt, 0,
             0, 0, 0, 1, 0,  0,  0,  dt,
             0, 0, 0, 0, 1,  0,  0,  0,
             0, 0, 0, 0, 0,  1,  0,  0,
             0, 0, 0, 0, 0,  0,  1,  0,
```

```
              0, 0, 0, 0, 0,  0,  0,  1;
    }

    void init(const Eigen::Vector4f& z)
    {
        x.head<4>() = z;
        is_init = true;
    }

    // 预测
    void predict(float dt)
    {
        if(!is_init) return;

        setF(dt);
        x = F * x;
        P = F * P * F.transpose() + Q;
    }

    // 更新
    void update(const Eigen::Vector4f& z)
    {
        if(!is_init) init(z);

        auto y = z - H * x;
        auto S = H * P * H.transpose() + R;
        K = P * H.transpose() * S.inverse();

        x = x + K * y;
        P = (Matrix8f::Identity() - K * H) * P;
    }

    // 获取当前位置
    Eigen::Vector4f getPosition()
    {
        return x.head<4>();
    }
};
```

扩展卡尔曼滤波（EKF）

可应用于非线性环境。相较于卡尔曼滤波，状态向量中可以引入加速度，旋转等非线性内容

通过对状态转移矩阵和观测矩阵进行求导降阶，实现对非线性函数进行线性化近拟

公式部分

观测（Observation）

$$z_t = H(x_t) + Q$$

各参数含义:

$$\begin{aligned} &z_t \text{ : 当前时刻}(t)\text{的观测值} \\ &H(-) \text{ : 观测函数，非线性函数} \\ &x_t \text{ : 当前时刻}(t)\text{的真实状态向量} \\ &Q \text{ : 观测噪声} \end{aligned}$$

预测（Prediction）

状态预测公式

$$\hat{x}_t^- = f(\hat{x}_{t-1}, u_t)$$

各参数含义:

$$\begin{aligned} &\hat{x}_t^- \text{ : 当前时刻}(t)\text{的先验姿态估计(预测值)} \\ &f(-) \text{ : 非线性函数，描述了系统状态如何从}t-1\text{时刻转移到}t\text{时刻} \\ &\hat{x}_t \text{ : 上一时刻}(t-1)\text{的后验状态估计(最优估计值)} \end{aligned}$$

协方差预测公式

$$P_t^- = F_t P_{t-1} F_t^T + Q$$

各参数含义:

$$P_t^- : 当前时刻(t)的先验估计协方差矩阵$$
$$F_t : 状态转移矩阵在\hat{x}_t^-处的雅可比矩阵$$
$$P_{t-1} : 上一时刻(t-1)的后验估计协方差矩阵$$
$$Q : 过程噪声协方差矩阵$$

更新（Update）

卡尔曼增益公式

$$K_t = P_t^- H_t^T (H_t P_t^- H_t^T + R)^{-1}$$

各参数含义:

$$K_t : 当前时刻(t)的卡尔曼增益(估计值权重)$$
$$P_t^- : 当前时刻(t)的先验状态协方差(预测值)$$
$$H_t : 观测函数H在\hat{x}_t^-处的雅克比矩阵$$
$$R : 测量噪声协方差矩阵R$$

状态更新公式

$$\hat{x}_t = \hat{x}_t^- + K_t(z_t - H(\hat{x}_t^-))$$

各参数含义:

$$\hat{x}_t : 当前时刻(t)的后验状态估计(最优估计值)$$
$$\hat{x}_t^- : 当前时刻(t)的先验状态估计(预测值)$$
$$K_t : 当前时刻(t)的卡尔曼增益$$
$$z_t : 当前时刻(t)的测量值$$
$$H : 观测矩阵H(x)在t时刻先验状态估计值\hat{x}_t^-处的计算结果$$

协方差更新公式

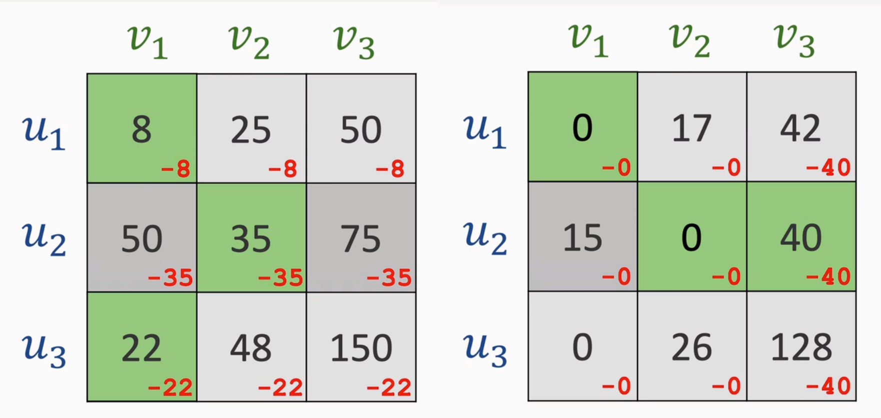
$$P_t = (I - K_t H_t) P_t^-$$

各参数含义:

P_t : 当前时刻(t)的后验状态协方差(最优值)
I : 单位矩阵
K_t : 当前时刻(t)的卡尔曼增益(估计值权重)
H_t : 观测函数H在$\hat{x}_t^-$处的雅克比矩阵
P_t^- : 当前时刻(t)的先验状态协方差(预测值)

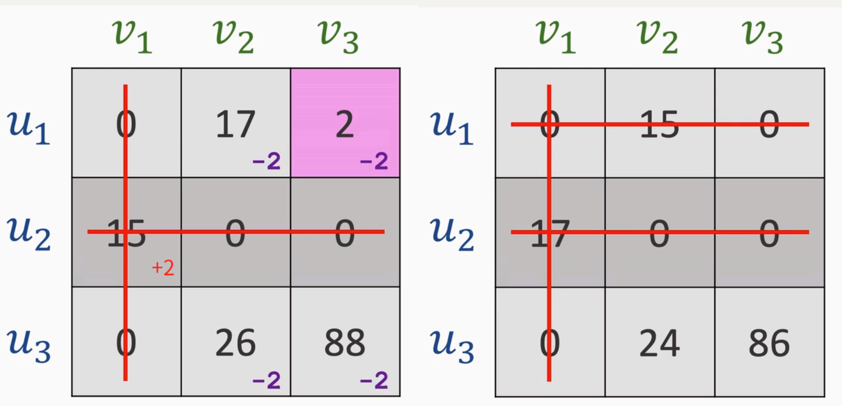
匈牙利算法

最小匹配



对于n*n的矩阵，先执行以下步骤:

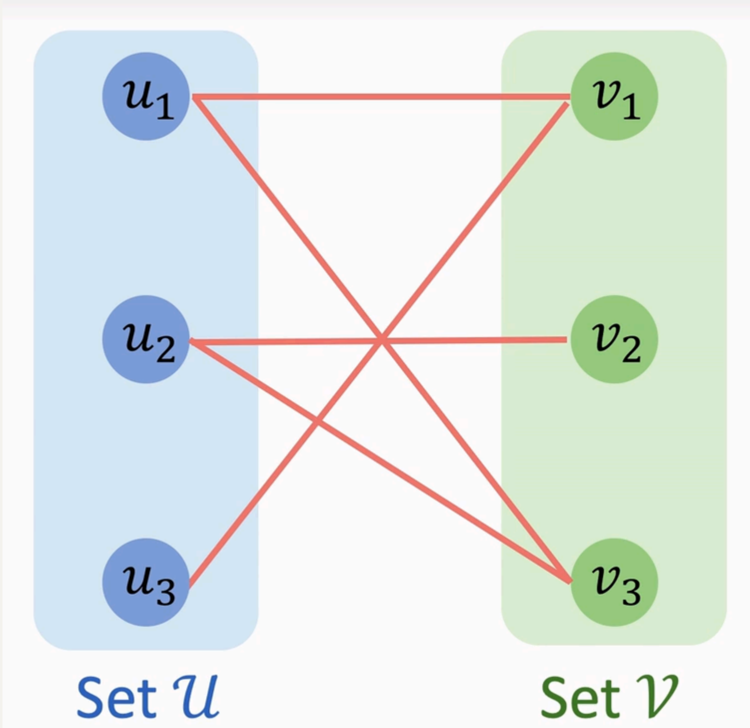
1. 每一行减去该行最小值
2. 每一列减去该列最小值



接着进入循环

1. 用最少的直线覆盖住所有0
2. 若直线数=n，退出循环；若直线数<n，进行下一步

3. 找出未被覆盖的数中的最小值设定为k，使所有未被覆盖的值减去k，已被覆盖的非0值加上k



接下来分配即可

最大匹配

	v_1	v_2	v_3	v_4
u_1	0 −(−5)	−3 −(−5)	−5 −(−5)	0 −(−5)
u_2	0 −(−4)	−2 −(−4)	−1 −(−4)	−4 −(−4)
u_3	−3 −(−5)	−5 −(−5)	0 −(−5)	0 −(−5)
u_4	0 −(−5)	0 −(−5)	−2 −(−5)	−5 −(−5)

	v_1	v_2	v_3	v_4
u_1	5 −2	2 −0	0 −0	5 −0
u_2	4 −2	2 −0	3 −0	0 −0
u_3	2 −2	0 −0	5 −0	5 −0
u_4	5 −2	5 −0	3 −0	0 −0

先对所有值取反，再进行最小匹配即可

```
class HungarianAlgorithm{
public:
    Eigen::VectorXi solve(const MatrixXb& cost_matrix)
    {
```

```
        int n = cost_matrix.rows(); //代价矩阵的行数（跟踪器数量）
        int m = cost_matrix.cols(); //代价矩阵的列数（检测框数量）
        Eigen::VectorXi assignment =
Eigen::VectorXi::Constant(n,-1); //存储每个跟踪器的匹配结果
        Eigen::VectorXi visited = Eigen::VectorXi::Zero(m); //列访问
标记

        //匹配跟踪器和检测框
        for(int i = 0;i < n;i++)
        {
            visited.setZero();
            dfs(i, cost_matrix, assignment, visited);
        }

        return assignment;
    }
private:
    /*逻辑:
     * 1. 遍历每个跟踪器，对每个跟踪器，遍历每个检测框
     * 2. 如果cost_matrix[i,j]为true，且检测框j未被访问过，则直接占用该匹配
     * 3. 如果检测框j已被匹配，则递归调用dfs函数，尝试寻找其他匹配
     * 4. 如果找到匹配，则返回true，否则返回false
     */
    //深度优先搜索匹配跟踪器和检测框
    bool dfs(int i, const MatrixXb& cost_matrix, Eigen::VectorXi&
assignment, Eigen::VectorXi& visited)
    {
        for(int j = 0;j < cost_matrix.cols();j++)
        {
            if(cost_matrix(i,j) && !visited(j))
            {
                visited(j) = 1;
                if(assignment(j) == -1 || dfs(assignment(j),
cost_matrix, assignment, visited))
                {
                    assignment(j) = i;
                    return true;
                }
            }
        }
```

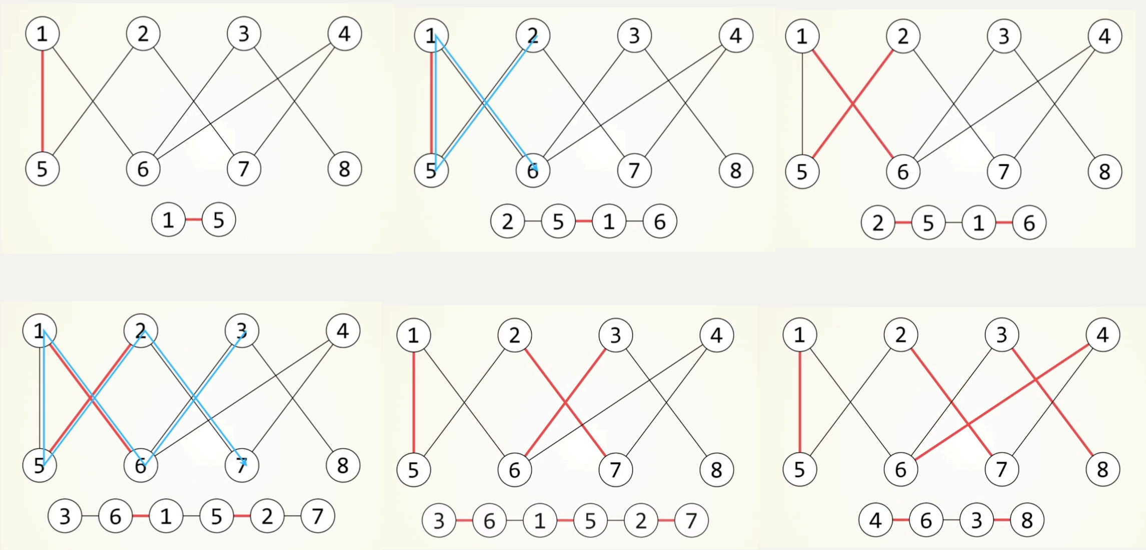
```
            return false;
        }
    };
```

KM算法

匈牙利算法的扩展，可以量化匹配代价（iou，外观相似度等）。引入了顶标机制（u，v），松弛操作（delta）和增广路径回溯（way）

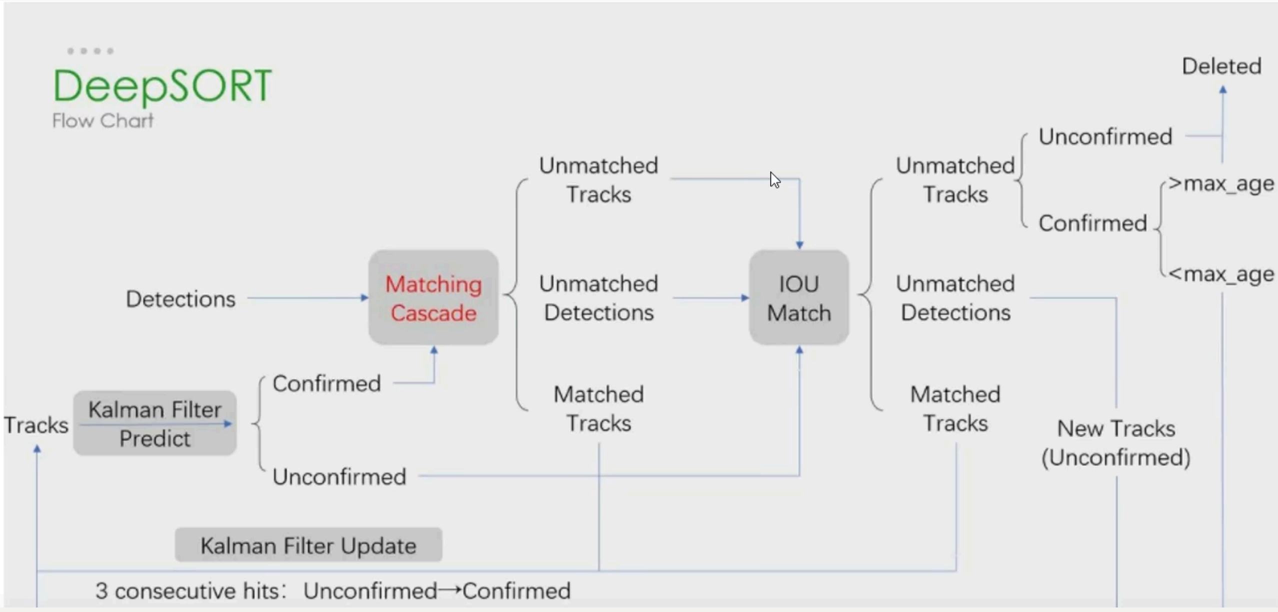
增广路径

对于二分图的最大匹配，从每一个点开始，都进行一次增广路径查找



deepsort算法

流程



大致流程:

Detection为预测到的框，Tracks为本次检测到的物体。

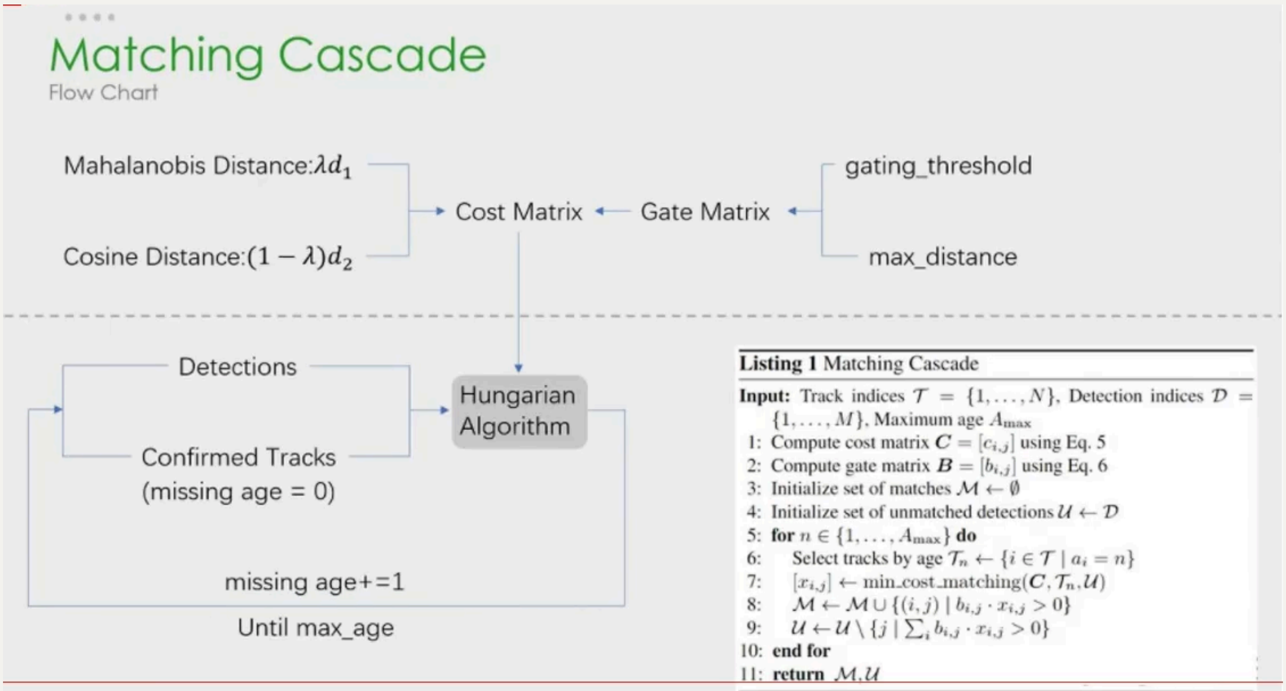
当检测到一个物体，对其直接进行iou匹配，如果没有对应的detection，初始化一个新的Track。

不确定状态：如若该目标连续匹配到3帧，其状态由不确定改为确定。该状态出现匹配丢失则直接舍弃。

确定状态：先进行级联匹配，对于指定帧数内，按照丢失次数多少排优先级，按优先级和对应的Detection进行匹配，未匹配上的进入iou匹配，对于丢失的物体，连续丢失超过阈值才进行舍弃。

（每次匹配成功都要更新卡尔曼参数，只有确认状态才会进行可视化）

级联匹配



按照丢失的帧率，由少到多排序进行匹配