

### Representação numérica / Erros

1. Considere o sistema de ponto flutuante normalizado SPF(2,4,-1,2) de base 2, 4 dígitos na mantissa, menor expoente -1, e maior expoente 2. Para este sistema:

- Qual é o menor positivo exatamente representável?
- Qual é o maior positivo exatamente representável?
- Quantos são os exatamente representáveis positivos?
- Qual é o número total de reais exatamente representáveis?
- Represente na reta todos os positivos exatamente representáveis.
- Defina a região de overflow e underflow.

2. Converta os seguintes números na base 2 para a base 10:

- 1011001
- 0,01011
- 110,01001

3. Calcular  $(0,1011 \times 2^{-1}) - (0,1010 \times 2^{-1})$  em SPF(2, 4, -3, 3).

4. A derivada de  $f(x) = 1/(1-3x^2)$  é dada por  $6x/(1-3x^2)^2$ . Espera-se dificuldades calculando esta função em  $x = 0,577$ ? Tente usando aritmética com 3 e 4 algarismos significativos com truncamento.

5. Uma máquina de calcular armazena 4 dígitos na mantissa utilizando arredondamento. Para os valores  $(x=17534)$  e  $(y=21178)$  calcule:

- o armazenamento dos valores no processo de utilização da máquina digital para cada número  $x$  e  $y$ ?
- o erro absoluto e relativos das variáveis  $x$  e  $y$ .
- o erro relativo ao realizar as operações  $x+y$  e  $x \times y$ .

6. As funções podem ser representadas por séries infinitas. Por exemplo, a função exponencial pode ser calculada por:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$

À medida que incluímos mais termos à sequência, a estimativa torna-se mais próxima do valor verdadeiro.

Começando com  $e^x = 1$ , some um termo a cada vez para estimar  $e^{0,5}$ . Depois de cada termo adicionado, calcule o erro verdadeiro e o erro relativo percentual aproximado. Considere 1,648721 como valor verdadeiro (usar a função nativa **exp** para calcular o valor exato e o erro percentual verdadeiro). Adicione termos até que o valor absoluto do erro estimado  $\varepsilon_a$  atenda ao critério de erro  $\varepsilon_s$  que garanta 3 algarismos significativos:

$$\varepsilon_s = (0,5 \times 10^{2-n})\% = (0,5 \times 10^{2-3})\% = 0,05\%$$

7. Erros de Arredondamento e Truncamento na derivação da função  $f(x)$ :

$$f(x) = -0,1x^4 - 0,15x^3 - 0,5x^2 - 0,25x + 1,2$$

Usando uma aproximação por diferença centrada, estimar a derivada 1ª da função dada em  $x = 0,5$ .

Diferença centrada para a derivada 1ª:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h}$$

Efetuar o cálculo iniciando com o passo  $h = 1$ . Dividir progressivamente o tamanho do passo por um fator de 10, e observar que o erro de arredondamento se torna dominante à medida que o passo é reduzido.

Calcular o valor verdadeiro da derivada e estimar o erro verdadeiro.

Montar uma tabela com os resultados como segue:

Tamanho do passo	diferença finita	erro verdadeiro
------------------	------------------	-----------------

Traçar o gráfico do erro em função do tamanho passo  $h$ .