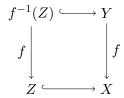
Topologie SoSe 2022 — Übungsblatt 8

Ausgabe20.06.22Dozent: Prof. Wolfgang SoergelAbgabe27.06.22Tutorium: Dr. Leonardo Patimo

Aufgabe 8.1: Man zeige: Ist $i: Z \hookrightarrow X$ die Einbettung eines Teilraums und $f: Y \to X$ eine stetige Abbildung, so ist das folgende Diagramm kartesisch in der Kategorie der topologischen Räume:



(4 Punkte)

Aufgabe 8.2: Ist M eine zusammenhängende d-Mannigfaltigkeit der Dimension $d \geq 3$ und $E \subset M$ eine endliche Teilmenge, so induziert die Einbettung

$$M \setminus E \hookrightarrow M$$

einen Isomorphismus auf den Fundamentalgruppen.

(4 Punkte)

Aufgabe 8.3: Man zeige: die Fundamentalgruppe des Komplements einer Kreislinie im \mathbb{R}^3 ist isomorph zu \mathbb{Z} .

(4 Punkte)

Aufgabe 8.4: Sei X ein zusammenhängender topologischer Raum und $U,V\subseteq X$ offene Teilmengen die X überdecken. Ist $U\cap V$ wegzusammenhängendend und V zusammenziehbar, dann induziert die Einbettung $U\hookrightarrow X$ einen surjektiven Homomorphismus

$$\pi_1(U,x) \to \pi_1(X,x)$$

für alle $x \in U \cap V$. Der Kern des obigen Homomorphismus ist gleich dem kleinsten Normalteiler von $\pi_1(U,x)$, der das Bild von $\pi_1(U \cap V,x)$ unter dem Homomorphismus $\pi_1(U \cap V,x) \to \pi_1(U,x)$ enthält.

(4 Punkte)