

Đề thi Olympic Tin học sinh viên
ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI - 2013
Khối chuyên Tin
Thời gian: 180 phút
TỔNG QUAN BÀI THI

	Tên bài	Tên chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả
Bài 1	Xếp cột trụ	VOL.?	VOL.INP	VOL.OUT
Bài 2	Lật hộp	ROT.?	ROT.INP	ROT.OUT
Bài 3	Số gần hoàn hảo	QUASI.?	QUASI.INP	QUASI.OUT

Chú ý:

- Dấu * được thay thế bởi đuôi ngầm định của ngôn ngữ được sử dụng để cài chương trình;
- Thí sinh phải nộp cả file mã nguồn của chương trình và file chương trình thực hiện (chương trình đã được biên dịch ra file .exe).

Hãy lập trình giải các bài toán sau đây:

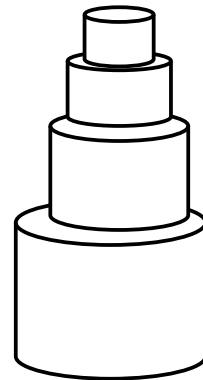
Bài 1. Xếp “Cột trụ”

Cho một tập các hình trụ $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ trong đó:

- hình trụ V_i có chiều cao h_i , bán kính r_i là các số nguyên thỏa mãn $0 < h_i, r_i < 10^6$ ($i=1,2,\dots,n$)
- các hình trụ có bán kính đôi một khác nhau.

Các hình trụ có thể xếp chồng lên nhau để tạo thành một “Cột trụ” theo quy tắc: Chỉ hình trụ có bán kính nhỏ hơn có thể được xếp chồng lên trên hình trụ có bán kính lớn hơn, nghĩa là với mọi $V_i, V_j \in V$: V_i xếp chồng được lên trên V_j khi và chỉ khi $r_i < r_j$. Chiều cao của “Cột trụ” là tổng chiều cao của các hình trụ được xếp trong “Cột trụ” đó.

Yêu cầu: Đối với chiều cao h nguyên dương cho trước, tính số lượng hình trụ cần dùng ít nhất để xếp thành “Cột trụ” có chiều cao không nhỏ hơn h .



Dữ liệu: nhập từ tệp **VOL.INP** chứa nhiều test: Dòng đầu tiên của tệp ghi số k cho biết số lượng các test. Các dòng tiếp theo là dữ liệu của các test. Dữ liệu của một test bao gồm nhóm dòng có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên của test chứa số n và h lần lượt là số lượng hình trụ và chiều cao giới hạn của “Cột trụ”
- n dòng tiếp theo trong test, mỗi dòng chứa hai số h_i và r_i cách nhau bởi dấu cách, cho biết chiều cao và bán kính của hình trụ thứ i trong test

Kết quả: xuất vào tệp **VOL.OUT** chứa nhiều dòng, mỗi dòng là một số nguyên cho biết giá trị tương ứng với mỗi test, nếu không có cách xếp trụ in ra -1.

Ví dụ:

$n=3$ $h=2$ $k=2$

dòng 1

dòng 2

dòng 3

dòng 1

dòng 2

dòng 3

dòng 4

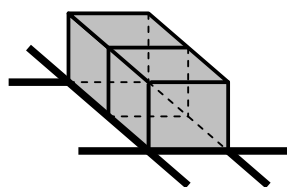
VOL . INP	VOL . OUT
2	1
3 2	-1
1 5	
2 3	
3 1	
4 8	
2 5	
3 2	
1 3	
1 1	

Bài 2. Lật hộp

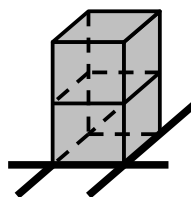
Xét khối hộp chữ nhật C có kích thước $1 \times 1 \times 2$ dịch chuyển trên mặt lưới G ($m \times n$) gồm các ô vuông kích thước 1×1 như hình vẽ. Khối hộp C dịch chuyển thông qua các quy tắc lật như sau:

(1) Lật sao cho khối hộp chỉ quay quanh trục là đường thẳng đi qua một cạnh của đáy của hộp trong suốt quá trình lật hộp. Các trục quay biểu diễn bằng đường thẳng nét đậm. Trong suốt quá trình dịch chuyển Khối hộp C chỉ có hai trạng thái “nằm” và “đứng” (hình vẽ)

Trạng thái Khối hộp nằm



Trạng thái Khối hộp đứng

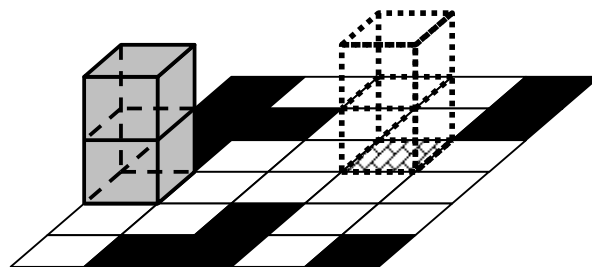


(2) Một lần lật hộp được tính là một bước dịch chuyển của Khối hộp C

Các ô vuông trên lưới G có đặc điểm sau:

(i) Ô màu đen và ô màu trắng, khối hộp C chỉ được lật vào ô màu trắng

(ii) Có một ô xuất phát O và một ô đích X (tô sọc, hình vẽ)



Yêu cầu: Đặt Khối hộp C ở trạng thái đứng (hình vẽ) tại vị trí ô xuất phát O trên lưới G , tiến hành các bước dịch chuyển Khối hộp C theo quy tắc lật (1) và (2) sao cho Khối hộp C đạt vị trí cuối cùng tại ô X của lưới G trong trạng thái đứng. Trong các cách dịch chuyển Khối hộp C như vậy tìm cách dịch chuyển có số bước ít nhất.

Dữ liệu: nhập từ tệp **ROT.INP** chứa nhiều test: Dòng đầu tiên của tệp ghi số k cho biết số lượng các test. Các dòng tiếp theo là dữ liệu của các test. Dữ liệu của một test bao gồm nhóm dòng có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên của test chứa số $0 < m, n < 1000$ cách nhau bởi dấu cách, cho biết kích thước lưới G
- m dòng tiếp theo trong test, mỗi dòng chứa n ký tự $*$ hoặc $.$ trong đó $*$ biểu diễn ô đen và $.$ biểu diễn ô trắng của lưới
- Dòng tiếp theo chứa hai số nguyên a và b cách nhau bởi dấu cách, cho biết ô xuất phát O nằm ở hàng a và cột b của lưới G
- Dòng cuối cùng chứa hai số nguyên x và y cách nhau bởi dấu cách, cho biết ô đích X nằm ở hàng x và cột y của lưới G

Chú ý: chỉ số hàng, cột của lưới G được tính từ 1.

Kết quả: xuất vào tệp **ROT.OUT** chứa nhiều dòng, mỗi dòng là một số nguyên cho biết giá trị tương ứng với mỗi test, nếu không có cách dịch chuyển nào in ra -1.

Ví dụ:

ROT.INP	ROT.OUT
2	3
6 5	-1
* . . *	
** . *	
* . . .	
. . . .	
. . * .	
. ** *	
4 1	
3 4	
4 4	
. . . .	
** .	
* . *	
. . . .	
4 1	
4 4	

Bài 3. Số gần hoàn hảo

Trong bài toán này, chúng ta quan tâm đến tổng các ước số chặt của một số tự nhiên. Các ước số chặt của một số tự nhiên N là các số K nhỏ hơn hẳn N , sao cho N chia hết cho K . Ví dụ, tổng của các ước số của 18 là:

$$S(18) = 1 + 2 + 3 + 6 + 9 = 21$$

Một số hoàn hảo $N > 0$ là số mà tổng các ước số chặt $S(N)$ của nó chính bằng N . Ví dụ số 6 và 28 là các số hoàn hảo:

$$S(6) = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$S(28) = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$$

Thực chất các số hoàn hảo rất hiếm. Vì vậy ở đây chúng ta quan tâm đến các số gần hoàn hảo, nghĩa là tổng các ước chặt của N không quá xa N .

Yêu cầu: cho trước hai số tự nhiên L và D ($2 \leq L \leq 1000000$, $0 \leq D \leq 1000000$) hãy tìm số các số nguyên dương nhỏ hơn L sao cho độ chênh lệch giữa nó và tổng các ước chặt của nó không vượt quá D . Ví dụ, với $L = 10$, $D = 1$, ta tìm được 5 số thoả mãn yêu cầu: 1, 2, 4, 6 và 8.

Dữ liệu: nhập từ **QUASI.INP** bao gồm 2 dòng, 1 dòng chứa số nguyên L và 1 dòng chứa số nguyên K .

Kết quả: ghi ra **QUASI.OUT** duy nhất một số nguyên là số các số tìm được.

QUASI.INP	QUASI.OUT
10 1	5

Đề thi Olympic Tin học sinh viên
ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI - 2013
Khối không chuyên Tin
Thời gian: 180 phút
TỔNG QUAN BÀI THI

	Tên bài	Tên chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả
Bài 1	Số gần hoàn hảo	QUASI.?	QUASI.INP	QUASI.OUT
Bài 2	Biến đổi xâu nhị phân	SERIE.?	SERIE.INP	SERIE.OUT
Bài 3	Đoạn thẳng giao nhau	SEG.?	SEG.INP	SEG.OUT

Bài 1. Số gần hoàn hảo

Trong bài toán này, chúng ta quan tâm đến tổng các ước số chẵn của một số tự nhiên. Các ước số chẵn của một số tự nhiên N là các số K nhỏ hơn hẳn N , sao cho N chia hết cho K . Ví dụ, tổng của các ước số của 18 là:

$$S(18) = 1 + 2 + 3 + 6 + 9 = 21$$

Một số hoàn hảo $N > 0$ là số mà tổng các ước số chẵn $S(N)$ của nó chính bằng N . Ví dụ số 6 và 28 là các số hoàn hảo:

$$S(6) = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$S(28) = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$$

Thực chất các số hoàn hảo rất hiếm. Vì vậy ở đây chúng ta quan tâm đến các số gần hoàn hảo, nghĩa là tổng các ước chẵn của N không quá xa N .

Yêu cầu: cho trước hai số tự nhiên L và D ($2 \leq L \leq 1000$, $0 \leq D \leq 10000$), hãy tìm số các số nguyên dương nhỏ hơn L sao cho độ chênh lệch giữa nó và tổng các ước chẵn của nó không vượt quá D . Ví dụ, với $L = 10$, $D = 1$, ta tìm được 5 số thỏa mãn yêu cầu: 1, 2, 4, 6 và 8.

Dữ liệu: nhập từ **QUASI.INP** bao gồm 2 dòng, 1 dòng chứa số nguyên L và 1 dòng chứa số nguyên K .

Kết quả: ghi ra **QUASI.OUT** duy nhất một số nguyên là số các số tìm được.

QUASI.INP	QUASI.OUT
10 1	5

Bài 2. Biến đổi xâu nhị phân

Cho số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 22$) và 2 số nguyên dương k_1, k_2 ($1 \leq k_1 \leq k_2 \leq n$). Một phép biến đổi Ω được thực hiện trên 1 xâu nhị phân w độ dài n như sau: Đảo bit (biến bit 1 thành 0 và bit 0 thành 1) một xâu con nào đó gồm k bit liên tiếp ($k_1 \leq k \leq k_2$) của w .

Yêu cầu: Cho 2 xâu nhị phân độ dài n là s và t . Tìm số ít nhất các phép biến đổi Ω liên tiếp để chuyển s về t .

Ví dụ: $n = 5, k_1 = 2, k_2 = 3, s = 01000$ và $t = 00011$. Các phép biến đổi sau đây là cách biến đổi tối ưu (số lượng ít nhất các phép biến đổi Ω liên tiếp) để chuyển s về t :

$01000 \rightarrow 00100 \rightarrow 00011$

Cách biến đổi này bao gồm 2 phép biến đổi Ω

Dữ liệu: nhập từ file văn bản **SERIE.INP** với định dạng như sau:

- Dòng thứ 1 ghi 3 số nguyên dương n, k_1, k_2 cách nhau bởi dấu cách
- Dòng thứ 2 ghi n bit của xâu s (các bit cách nhau bởi dấu cách)
- Dòng thứ 3 ghi n bit của xâu t (các bit cách nhau bởi dấu cách)

Kết quả: Ghi ra file văn bản **SERIE.OUT** số lượng phép biến đổi ít nhất tìm được (**chú ý:** nếu không tìm được cách biến đổi nào để chuyển s về t thì ghi giá trị **-1**).

SERIE.INP	SERIE.OUT
5 2 3	2
0 1 0 0 0	
0 0 0 1 1	

Bài 3. Đoạn thẳng giao nhau

Xét tập đoạn thẳng $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ (n là số nguyên thỏa mãn $0 < n < 10^6$) cùng nằm trên trục

Ox của hệ tọa độ Đề-các Oxy . Ký hiệu cặp $\langle a_i, b_i \rangle$ lần lượt là hoành độ của mút trái và mút phải của đoạn S_i trong đó $0 \leq a_i < b_i$ và a_i, b_i là các số nguyên ($i = \overline{1, n}$)

Hai đoạn thẳng $S_i \langle a_i, b_i \rangle, S_j \langle a_j, b_j \rangle \in S$ ($i, j = \overline{1, n}$) được gọi là giao nhau khi và chỉ khi tồn

tại điểm có hoành độ x là số thực thỏa mãn
$$\begin{cases} a_i < x < b_i \\ a_j < x < b_j \end{cases}$$

Yêu cầu: Tìm số lớn nhất các đoạn thẳng của tập S có cùng chung giao điểm P nào đó.

Dữ liệu vào: nhập từ tệp **SEG.INP** chứa nhiều test: Dòng đầu tiên của tệp ghi số k cho biết số lượng các test. Các dòng tiếp theo là dữ liệu của các test. Dữ liệu của một test bao gồm nhóm dòng có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên của test chứa số n cho biết số lượng đoạn thẳng trong test
- n dòng tiếp theo trong test, mỗi dòng chứa hai số nguyên a_i và b_i cách nhau bởi dấu cách mô tả đoạn thẳng $S_i \langle a_i, b_i \rangle$

Dữ liệu ra: xuất vào tệp **SEG.OUT** chứa nhiều dòng, mỗi dòng là một số nguyên cho biết giá trị tương ứng với mỗi test.

Ví dụ:

SEG.INP	SEG.OUT
2	2
3	0
0 3	
1 4	
4 5	
3	
1 2	
2 3	
3 4	