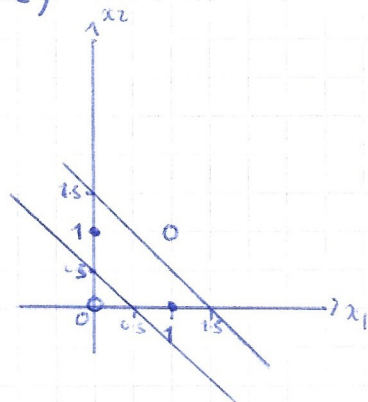


Problem 1

Luis Santos, nº 57470

a)



○ - classe negativa

● - classe positiva

A área contida pelos dois planos de separação, refere-se ao espaço onde qualquer ponto / exemplo se encontrar, não seja classificado como classe positiva. Por outro lado, pontos abaixo de $x_1 = 0.5$ e $x_2 = 0.5$ ou acima de $x_1 = 1.5$ e $x_2 = 1.5$ serão classificados como classe negativa.

$$b) \quad y = \varphi(\varphi(w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + b_1)w_{23} + w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + b_2)$$

~~xxxxx~~ ~~xxxxx~~

$$y = \varphi(\varphi(x_1 + x_2 - 1.5) \times (-2) + x_1 + x_2 - 0.5)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0$$

$$y = \varphi(\varphi(0 + 0 - 1.5) \times (-2) + 0 + 0 - 0.5)$$

$$= \varphi(0 \times (-2) + 0 + 0 - 0.5) = \varphi(-0.5) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0$$

$$y = \varphi(\varphi(1 + 0 - 1.5) \times (-2) + 1 + 0 - 0.5)$$

$$= \varphi(0 \times (-2) + 1 + 0 - 0.5) = \varphi(0.5) = 1$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1$$

$$y = \varphi(\varphi(0 + 1 - 1.5) \times (-2) + 0 + 1 - 0.5) = \varphi(0 \times (-2) + 0 + 1 - 0.5)$$

$$= \varphi(0.5) = 1$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1$$

$$y = \varphi(\varphi(1 + 1 - 1.5) \times (-2) + 1 + 1 - 0.5) = \varphi(1 \times (-2) + 1 + 1 - 0.5)$$

$$= \varphi(-0.5) = 0$$

Tabela de verdade

| x_1 | x_2 | output |
|-------|-------|--------|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

c)

$$a = 1 \quad \varphi = \frac{1}{1 + e^{-a v_j(n)}} \quad \eta = 0.2$$

Exemplo: $x_1 = 1 \quad x_2 = 0$

Forward step:

$$y = \varphi(\varphi(1 + 0 - 0.5) \times (-2) + 1 + 0 - 0.5)$$

$$= \varphi(\varphi(-0.5) \times (-2) + 1 + 0 - 0.5)$$

$$\varphi(-0.5) = \frac{1}{1 + e^{-1 \times (-0.5)}} = \frac{1}{1 + e^{0.5}} \approx 0.3775$$

$$\varphi(\varphi(-0.5) \times (-2) + 1 + 0 - 0.5) = \varphi(0.3775 \times (-2) + 1 + 0 - 0.5)$$

$$= \varphi(-0.255) = \frac{1}{1 + e^{0.255}} \approx 0.4366$$

Como $0.4366 < 0.5$, então o output da NN será 0, ou seja,

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 0 \quad \text{output} = 0$$

Dado que o output desejado é 1 para $x_1 = 1, x_2 = 0$.

Backward step:

neurônio de saída

$$\delta_2(n) = 1 \times 0.4366 [1 - 0.4366] [1 - 0.4366] \approx 0.1386$$

$$\Delta w_{21} = 0.2 \times 0.1386 \times 0.4366 \approx 0.0121$$

$$\Delta w_{22} = 0.2 \times 0.1386 \times 0.4366 \approx 0.0121$$

$$\Delta w_{23} = 0.2 \times 0.1386 \times 0.4366 \approx 0.0121$$

neurônio escondido

$$\delta_1(n) = 1 \times 0.3775 [1 - 0.3775] \times (0.1386 \times 1 + 0.1386 \times 1)$$

$$\delta_1(n) = 0.0065$$

$$\Delta w_{11} = 0.2 \times 0.0065 \times 0.3775 \approx 0.0005$$

$$\Delta w_{12} = 0.2 \times 0.0065 \times 0.3775 \approx 0.0005$$

Update dos pesos:

$$w_{21} = 1 + 0.0121 = 1.0121$$

$$w_{22} = 1 + 0.0121 = 1.0121$$

$$w_{23} = -2 + 0.0121 = -1.9879$$

$$w_{11} = 1 + 0.0005 = 1.0005$$

$$w_{12} = 1 + 0.0005 = 1.0005$$