

## Les Fonctions logiques à travers un exemple simple

$$Z = A(B + \sim C) + ABC$$

$$\text{DNF: } Z = AB + A\sim C + ABC$$

Implicants: AB, A $\sim$ C, ABC

Implicants premiers: {AB, A $\sim$ C} et non AB $\sim$ C (car AB en est un sous terme). On réécrit  $Z = AB + A\sim C$

N°	A	B	C	Z	
0	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
2	0	1	0	0	
3	0	1	1	0	
4	1	0	0	1	
5	1	0	1	0	
6	1	1	0	1	
7	1	1	1	1	

Couverture de prédicats: {xxx -> 0, xxx -> 1}.

Jeu de tests J appartenant à {0,1,2,3,5} \* {4,6,7}

Couverture de clauses: (A) 0xx, 1xx (B) x0x, x1x (C) xx0, xx1

A : {0,1,2,3} \* {4,5,6,7}

B : {0,1,4,5} \* {2,3,6,7}

C : {0,2,4,6} \* {1,3,5,7}

Exemple de jeu de tests J : {0,7}

Couverture combinatoire: {000, 001, .. 110, 111}

J = {0,1,2,3,4,5,6,7}

Couverture de clauses actives [Z = AB + A $\sim$ C]

A clause active  $\Leftrightarrow B = 1$  ou  $C = 0$       {0,2,3,4,6,7}

B clause active  $\Leftrightarrow A = 1$  et A $\sim$ C = 0

$\Leftrightarrow A = 1$  et C = 1      {5,7}

C clause active  $\Leftrightarrow A = 1$  et AB = 0

$\Leftrightarrow A = 1$  et B = 0      {4,5}

### **GACC**

A clause active  $\rightarrow \{0,2,3\} * \{4,6,7\}$

B clause active  $\rightarrow \{5\} * \{7\}$

C clause active  $\rightarrow \{4\} * \{5\}$

Jeu de tests minimal J :  $\{4,5,7\} \cup x \in \{0,2,3\}$

Exemple :  $\{4,5,7,0\}$

### **CACC**

A clause active et  $Z(A=0) \leftrightarrow Z(A=1) \rightarrow \{(0,4), (0,6), (0,7), (2,4), (2,6), (2,7), (3,4), (3,6), (3,7)\}$

B clause active et  $Z(B=0) \leftrightarrow Z(B=1) \rightarrow \{(5,7)\}$

C clause active et  $Z(C=0) \leftrightarrow Z(C=1) \rightarrow \{(4,5)\}$

Jeu de tests minimal J :  $\{4,5,7\} \cup x \in \{0,2,3\}$

Exemple :  $\{4,5,7,2\}$

### **RACC**

A clause active et B,C ont les mêmes valeurs  $\rightarrow \{(0,4), (2,6), (3,7)\}$

B clause active et A,C ont les mêmes valeurs  $\rightarrow \{(5,7)\}$

C clause active et A,B ont les mêmes valeurs  $\rightarrow \{(4,5)\}$

Jeu de tests minimal J :  $\{4,5,7\} \cup x \in \{0,3\}$

Exemple :  $\{4,5,7,3\}$

### Couverture de clauses inactives $[Z = AB + A\sim C]$

A clause inactive  $\Leftrightarrow \text{non } (B = 1 \text{ ou } C = 0) \quad \{1,5\}$

B clause inactive  $\Leftrightarrow \text{non } (A = 1 \text{ et } C = 1) \quad \{0,1,2,3,4,6\}$

C clause inactive  $\Leftrightarrow \text{non } (A = 1 \text{ et } B = 0) \quad \{0,1,2,3,6,7\}$

### **GICC**

A clause inactive  $\rightarrow \{1\} * \{\} * \{5\} * \{\}$

B clause inactive  $\rightarrow \{0,1\} * \{4\} * \{2,3\} * \{6\}$

C clause inactive  $\rightarrow \{0,2\} * \{6\} * \{1,3\} * \{7\}$

Jeu de tests minimal :  $\{1,5,0,3,4,6,7\}$  mais à cause de A, on ne peut pas prétendre avoir couvert GICC.

### Couverture des implicants

On peut utiliser aussi bien  $Z = AB + A\bar{C} + ABC$  que la forme réduite  $Z = AB + A\bar{C}$ . Pour faire simple, on utilisera  $Z = AB + A\bar{C}$

$$\bar{Z} = \overline{(AB + A\bar{C})} = \overline{(AB)} \cdot \overline{(A\bar{C})} = (\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} + C) = \bar{A} + \bar{A}C + \bar{B}\bar{A} + \bar{B}C = \bar{A} + \bar{B}C$$

Comme implicants on a donc  $\{AB, A\bar{C}, \bar{A}, \bar{B}C\}$

Pour couvrir AB ( $AB = 1$ ) :  $\{6,7\}$

Pour couvrir  $A\bar{C}$  ( $A\bar{C} = 1$ ) :  $\{4,6\}$

Pour couvrir  $\bar{A}$  ( $\bar{A} = 1$ ) :  $\{0,1,2,3\}$

Pour couvrir  $\bar{B}C$  ( $\bar{B}C = 1$ ) :  $\{1,5\}$

Jeu de tests minimal :  $\{6,1\}$

### Couverture des implicants premiers

Comme implicants on a  $\{AB, A\bar{C}, \bar{A}, \bar{B}C\}$

Pour couvrir AB ( $AB = 1$  et  $A\bar{C} = 0$  et  $\bar{A} = 0$  et  $\bar{B}C = 0$ ) :  $\{7\}$

Pour couvrir  $A\bar{C}$  ( $A\bar{C} = 1$  et  $AB = 0$  et  $\bar{A} = 0$  et  $\bar{B}C = 0$ ) :  $\{4\}$

Pour couvrir  $\bar{A}$  ( $\bar{A} = 1$  et  $AB = 0$  et  $A\bar{C} = 0$  et  $\bar{B}C = 0$ ) :  $\{0,2,3\}$

Pour couvrir  $\bar{B}C$  ( $\bar{B}C = 1$  et  $AB = 0$  et  $A\bar{C} = 0$  et  $\bar{A} = 0$ ) :  $\{5\}$

Jeu de tests minimal :  $\{7,4,5\} \cup x \in \{0,2,3\}$

Exemple :  $\{7,4,5,0\}$

### Stratégie VNS

**PUV** de Z : implicants AB,  $A\bar{C}$

Pour couvrir AB ( $AB = 1$  et  $A\bar{C} = 0$ ) :  $\{7\}$

Pour couvrir  $A\bar{C}$  ( $A\bar{C} = 1$  et  $AB = 0$ ) :  $\{4\}$

**PPF** de Z : clauses A et B pour l'implicant AB + clauses A et C pour l'implicant  $A\bar{C}$

Pour couvrir A dans AB :  $\{2,3\}$

Pour couvrir B dans AB :  $\{5\}$

Pour couvrir A dans  $A \sim C$  :  $\{0,2\}$

Pour couvrir C dans  $A \sim C$  :  $\{5\}$

Jeu de tests minimal J :  $\{7,4,2,5\}$