

武汉大学 2016-2017 学年第一学期期末考试

概率统计 B（A 卷答题卡）

姓名 _____ 学院 _____		考 生 学 号													
注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题；字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	
		[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	
		[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	
		[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	
		[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	
		[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	
		[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	
		[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	
		[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]			

一、（12 分）若事件 B 和 A 相互独立， $P(A)=0.5,P(B)=0.4,C=\bar{A}\cup B$ 求 (1) $P(\bar{C})$ ；

(2) $P(C|(A\cup B))$ 。

二、（12 分）某人出游，他坐火车、汽车、飞机的概率分别为0.4,0.2,0.4，而对应迟到的概率分别为 $\frac{1}{4},\frac{1}{3},\frac{1}{6}$ ，求：(1)他迟到的概率；(2)如果他迟到了，他是坐汽车来的概率？

三、（12 分）若随机变量 X 在区间 (0,2) 服从均匀分布；（1）求方程 $y^2+2y+X=0$ 有实根的概率。（2）若对随机变量 X 进行 4 次独立观察，记 Y 为上方程有解的次数，求 Y 的数学期望和方差。

四、（16 分）若随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} ae^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)} & x>0,y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ；

(1)求随机变量 X 和 Y 的边沿概率密度 $f_x(x);f_y(y)$ ；(2) X 和 Y 是否独立？(3)求 $Z=X^2+Y^2$ 的概率密度。

五、（12 分）某生产线加工产品的合格率为0.8，已知：合格每件可获利 80 元，不合格每件亏损 20 元。
（1）为保证每天的平均利润不低于 6000 元，问他们至少要加工多少件产品？（2）为保证每天的利润不低于 6000 元的概率大于0.977，问他们至少要加工多少件产品？（已知 $\Phi(2.0) = 0.977$ ）

六、（12 分）若 X_1, X_2, \dots, X_6 是正态总体 $N(0,1)$ 的样本，（1）求常数 a, b, c, n （这里 $abc \neq 0$ ），使 $Y = aX_1^2 + b(2X_2 - X_3)^2 + c(3X_4 - 2X_5 - X_6)^2 \sim \chi^2(n)$ ；
（2）求常数 d ，使得 $F = d \frac{X_1^2 + X_2^2}{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2 + X_6^2}$ 服从 $F(m, n)$ 分布？这里 m, n 各是多少？

七、（12 分）若总体 X 在 $(\theta, 1)$ 上服从均匀分布， θ 未知， X_1, X_2, \dots, X_n 为样本；
（1）求 θ 的矩估计；（2）求 θ 的极大似然估计；（3）它们是否为无偏估计，如果不是，将他们化为无偏估计。

八、（12 分）某地发现一个金属矿，取 25 个样本测试，发现品位的平均值为32.1，样本方差为6.25；问：此矿的品位是不是显著大于 30？（ $\alpha = 0.05$ ）（假设矿石品位近似服从正态分布）已知： $u_{0.05} = 1.65, u_{0.025} = 1.96$
 $t_{0.05}(25) = 1.708, t_{0.05}(24) = 1.712, t_{0.025}(25) = 2.060, t_{0.025}(24) = 2.064$

武汉大学 20016-2017 第一学期概率统计期终试题 (B)

参考答案

一、（12 分）(1) $P(C)=0.7,P(\overline{C})=0.3$ ； (2) $P(C|(A\cup B))=P(B|(A\cup B))=\frac{5}{7}$ 。

二、（12 分）解：记 $A=\{\text{他迟到}\}$ ，他坐火车、汽车、飞机的事件记为 $B_i,i=1,2,3$ ，

(1) $P(A)=\sum_{i=1}^3P(A|B_i)P(B_i)=\frac{7}{30}$ ； (2) $P(B_2|A)=\frac{2}{7}$

三、（12 分）（1）方程 $y^2+2y+X=0$ 有实根的概率 $=P\{X\leq 1\}=\frac{1}{2}$ 。（2） $EY=2,DY=1$ 。 四、（16 分）

(1) $a=\frac{2}{\pi},f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2} & x>0 \\ 0 & x\leq 0\end{cases}f_Y(y)=\begin{cases}\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-\frac{1}{2}y^2} & y>0 \\ 0 & y\leq 0\end{cases},$

(2) Q $f(x,y)=f_x(x)f_y(y); \therefore r.v.X,Y$ X 和 Y 独立。

(3) $F_Z(z)=\begin{cases}1-e^{-\frac{1}{2}z} & z>0 \\ 0 & z\leq 0\end{cases},f_z(z)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}z} & z>0 \\ 0 & z\leq 0\end{cases}.$

五、（12 分）解：记 X_i 为第 i 件加工产品的利润，则 $EX_i=60,DX_i=1600$ ；

（1）为保证每天的平均利润不低于 6000 元，他们至少要加工 100 件产品。

(2) 设至少要加工 n 件产品，则 $P(\sum_{i=1}^nX_i\geq 6000)=0.977$

由中心极限定理， $\frac{60n-6000}{40\sqrt{n}}\geq 2, n\geq 115$ 。

六、（12 分）（1） $a=1,b=\frac{1}{5},c=\frac{1}{15},n=3$ ；（2） $d=2,m=2,n=4$

七、（12 分）（1） $\theta_1=2\overline{X}-1$ ；（2） θ 的极大似然估计 $\theta_2=\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ ；

(3) $\because E(\theta_1)=\theta, \therefore \theta_1$ 为无偏估计，而 $E(\theta_2)=\frac{1+n\theta}{1+n}, \therefore \theta_2$ 不是无偏估计；可化为无偏估计 $\frac{n+1}{n}(\theta_2-\frac{1}{n+1})$ 。

八、（12 分）解： $H_0:\mu=(\leq)30,H_1:\mu>30$;

$t=\frac{\overline{X}-30}{2.5}\sqrt{n}$ ，拒接域 $t\geq t_{\alpha}(n-1)=t_{0.05}(24)=1.71$ ； 计算： $t=4.2, \therefore$ 拒接 H_0 。