武汉大学 2021----2022 学年第二学期

大学物理 B（上）期末试卷 A 卷

参考答案及评分标准

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，合计 30 分）

1-5：CBDDD　　6-10：CBBAC

二、填空题（共 9 小题，30 分）

11.（3 分）$v_0 e^{-\mu\pi}$

12. （4 分）$\sqrt{\dfrac{2Mgh}{M+m}}$ ；$\dfrac{m^2 gh}{M+m}$ （两个空各 2 分）

13. （3 分）$\sqrt{\dfrac{9g}{8l}}$

14. （3 分）$\left(1+\dfrac{mr^2}{I}\right)\omega_1$

15. （4 分） $24/11=2.18$ ； $\dfrac{2\pi}{3}$ （两个空各 2 分）

16. （3 分） 32

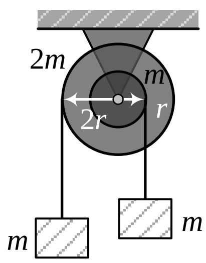
17. （4 分） 2/3 ； $2S_1$ （两个空各 2 分）

18. （3 分） $p_0/2$；$=$；$>$ （3 个空各 1 分）

19. （3 分） $\dfrac{dQ_1^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_r S}$

三、计算题（本大题共有 4 小题，每小题 10 分，合计 40 分）

20. （本题 10 分）质量分别为$2m$和m、半径分别为$2r$和r的两个均匀圆盘，同轴地粘接在一起，绕通过盘心且垂直盘面的水平光滑固定轴转动，两个圆盘对转轴的总转动惯量为$9mr^2/2$。大小圆盘边缘都绕有不可伸长的轻绳，绳子下端均挂有质量为m的重物，如图所示。假设圆盘与绳子之间没有相对滑动，系统从静止开始转动，试求当圆盘的角速度为ω时，左边物体下降的高度与右边物体上升的高度。

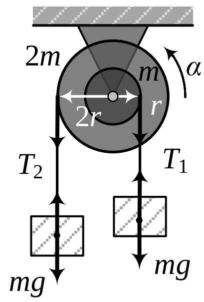


20 解（本题 10 分）：如图所示，设左右两根绳中的拉力分别为T_2及T_1。由题意可知，整个圆盘沿逆时针方向做加速转动，对左右两边的物体，由牛顿运动定律可得

$$mg - T_2 = ma_2 \quad 和 \quad T_1 - mg = ma_1$$ 　　2 分（各 1 分）

对于圆盘由转动定律可得

$$2rT_2 - rT_1 = \frac{9}{2}mr^2\alpha \qquad 1\text{ 分}$$



左右两物体的加速度 a_2、 a_1 与圆盘的角加速度 α 的关系分别为

$$a_2 = 2r\alpha \quad \text{和} \quad a_1 = r\alpha \qquad 2\text{ 分（各 1 分）}$$

联立求解上述方程，可得圆盘的角加速度为

$$\alpha = \frac{2g}{19r} \qquad 2\text{ 分}$$

因 α 是常量，表明圆盘做匀变速转动。所以圆盘从静止开始，角速度达到 ω 时，圆盘转过的角度为

$$\Delta\theta = \frac{\omega^2}{2\alpha} = \frac{19r\omega^2}{4g} \qquad 1\text{ 分}$$

于是左边的物体下降的高度为： $h_L = 2r\theta = \dfrac{19(\omega r)^2}{2g}$ 　　1 分

右边的物体上升高度为： $h_R = r\,\theta = \dfrac{19(\omega r)^2}{4g}$ 　　1 分

21. （本题 10 分）、一振幅 $A = 20\text{ cm}$ 、角频率 $\omega = 20\pi\text{ rad/s}$ 的平面简谐波沿 x 轴正向传播。当 $t = 0$ 时， $x = 5\text{ cm}$ 处的质点 a 正过其平衡位置并向 y 轴正方向运动，而 $x = 19\text{cm}$ 处质点 b 的位移 $y_b = 10\text{cm}$ ，且向 y 轴负方向运动，假设 ab 之间没有与质点 a 的振动状态相同的其他质点。试求：（1）质点 a 的振动表达式；（2）此波的波长；（3）该平面简谐波的波函数。

21 解：（本题 10 分）

（1）设 $x = 5\text{cm}$ 处质点 a 的振动表达式为

$$y_a(t) = A\cos(\omega t + \varphi_a) = 0.20\cos(20\pi t + \varphi_a)$$

由题意可知

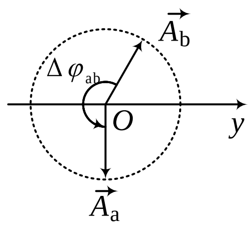
$$y_a(0) = 0.20\cos\varphi_a = 0 \qquad ①$$

且 $$v_a(0) = -\omega A\sin\varphi_a = -4\pi\sin\varphi_a > 0 \qquad ②$$

由此可得： $\varphi_a = -\dfrac{\pi}{2}$ 或 $\dfrac{3\pi}{2}$ 　③　3 分（①②③可分解给分，各 1 分）

所以 a 点的振动表达式为

$$y_a(t) = 0.20\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{（SI）} \qquad 1\text{ 分}$$



（2）由题意可知： $\Delta x_{ab} = |x_b - x_a| = 14\text{cm} < \lambda$

再由波的传播方向和旋转矢量可知

$$\Delta\varphi_{ab}=\varphi_a-\varphi_b=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x_{ab}=\frac{7\pi}{6}$$ 2 分

所以波长为： $\lambda=24\text{cm}=0.24\text{m}$ 1 分

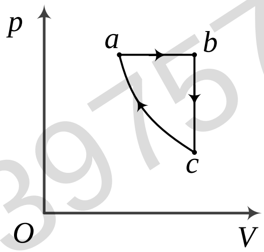
（3）由（1）、（2）可知，此波的波函数为

$$y(x,t)=A\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}(x-x_a)+\varphi_a\right)=0.2\cos\left(20\pi t-\frac{2\pi}{0.24}(x-0.05)-\frac{\pi}{2}\right)\ \text{（SI）}$$

$$=0.2\cos\left(20\pi t-\frac{25\pi}{3}x-\frac{\pi}{12}\right)\ \text{（SI）}$$ 3 分

评分细则：波函数只要正确，没有化简不扣分。

22. （本题 10 分） 2.0 mol 的某种工作物质（可视为刚性多原子分子理想气体），经历的循环过程如图所示，其中 ab 为等压膨胀过程，bc 为等容过程，ca 为绝热过程。已知 $V_b=2V_a$，状态 a 的温度为 $T_a=400\text{K}$，试求：



（1）状态 c 的温度 T_c； （2）该循环的循环效率。

22 解（**本题 10 分**）：

（1） 有题意可知：$i=6$，$\gamma=C_p/C_V=4/3$，$V_b=V_c=2V_a$， 1 分

再由绝热过程方程：$V^{r-1}T=$常量，可得

$$T_c=\frac{V_a^{r-1}}{V_c^{r-1}}T_a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\times400=317\ \text{（K）}$$ 2 分（公式结果各 2 分）

（2）在 ab 等压过程中，$T_b=\frac{V_b}{V_a}T_a=800\text{K}$

所以系统在 ab 等压过程中吸收的热量为

$$Q_1=Q_{ab}=\nu C_p\Delta T_{ab}=\nu\frac{i+2}{2}R\Delta T_{ab}$$ 2 分

$$=2.0\times4\times8.31\times400=2.66\times10^4\ \text{J}$$

在 bc 等容过程中放出的热量为

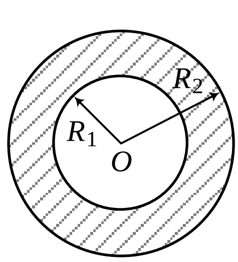
$$Q_2=Q_{bc}=\left|\nu C_V\Delta T_{bc}\right|=\nu\frac{i}{2}R\Delta T_{bc}$$ 2 分

$$=2.0\times3\times8.31\times(800-317)=2.41\times10^4\ \text{J}$$

所以该循环效率为

$$\eta=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{i}{i+2}\frac{\Delta T_{bc}}{\Delta T_{ab}}=1-\frac{2.41\times10^3}{2.66\times10^4}=9.4\%$$ 3 分（公式 2 分，结果 1 分）

23.（本题 10 分） 图示为一个非均匀带电的球壳，球壳的内、外半径分别为 R_1 和 R_2，其电荷体密度为 $\rho=\rho_0 r$（$R_1<r<R_2$），式中 ρ_0 为常数，球壳材料的相对电容率为 ε_{r}。设无穷远处为电势零点，试求：



（1）空腔内外电位移矢量 $\boldsymbol{D}$ 和电场强度 $\boldsymbol{E}$ 分布；

（2）球壳内、外表面的电势差 U。

23 解（本题 10 分）：

（1）作一个半径为 r 的闭合球面为高斯面，由高斯定律 $\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=4\pi r^2 D=\sum Q_0$，

可得高斯面上任意一点的电位移矢量的大小为

$$D=\frac{\sum Q_0}{4\pi r^2}$$ 1 分

当 $r<R_1$ 时，$\sum Q=0$，所以 $D=0$ ； $E=0$ 1 分

当 $R_1<r<R_2$ 时，取一个半径为 r、厚度为 $\mathrm{d}r$ 的薄球壳，则该球壳内的电量为

$$\mathrm{d}Q_0=\rho \mathrm{d}V=\rho_0 r\cdot 4\pi r^2\mathrm{d}r==\rho_0 4\pi r^3\mathrm{d}r$$

该高斯面内所带的总电量为

$$\sum Q_0=\int \mathrm{d}Q_0=\int_{R_1}^{r}\rho_0 4\pi r^3\mathrm{d}r=\rho_0\pi\left(r^4-R_1^4\right)$$ 1 分

所以： $D=\frac{\rho}{4}\left(r^2-\frac{R_1^4}{r^2}\right)$ ； $E=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}}=\frac{\rho}{4\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}}\left(r^2-\frac{R_1^4}{r^2}\right)$ 2 分（各 1 分）

方向沿径向向外。同理，当 $r>R_2$ 时，

$$\sum Q_0=\int \mathrm{d}Q_0=\int_{R_1}^{R_2}\rho_0 4\pi r^3\mathrm{d}r=\rho_0\pi\left(R_2^4-R_1^4\right)$$ 1 分

$D=\frac{\rho_0}{4r^2}\left(R_2^4-R_1^4\right)$ ； $E=\frac{\rho_0}{4\varepsilon_0 r^2}\left(R_2^4-R_1^4\right)$ 2 分（各 1 分）

（2）球壳内、外表面的电势差为

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\rho_0}{4\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}}\left(r^2-\frac{R_1^4}{r^2}\right)\cdot \mathrm{d}r$$ 1 分

$$=\frac{\rho_0}{4\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}}\left(\frac{1}{3}R_2^3-\frac{4}{3}R_1^3+\frac{R_1^4}{R_2}\right)$$ 1 分