

概率统计 B 期终试题 (A 卷)

一、(12 分) 已知 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.8, P(A|B) = 0.4$, 求 $P(\overline{A \cup B})$ 和 $P(\overline{AB} | (A \cup B))$ 。

二、(12 分) 一批外表完全一样的元件, 来自甲乙丙三厂, 各占比例为 4:2:4, 已知他们的优等品率分别为 0.4, 0.6, 0.2; 从这批元件中任取一件; 求 (1) 它是优等品的概率? (2) 若它是优等品, 它来自甲乙丙三厂的概率各是多少?

三、(12 分) 若公司经理每天上班的时间在 8 到 10 点的任意时刻, 而秘书在 8:00 到 9:00 的任意时刻; 以 A 记事件“两人到达时间相差不超过 30 分钟”。(1) 求 A 发生的概率。(2) 平常的一周 (5 天) 中, 求 A 恰好发生二次的概率。

四、(16 分) 若随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$,

(1) 求随机变量 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_x(x); f_y(y)$; 并判别他们是否独立? (2) 求 $Z = X - Y$ 的概率密度。

五、(12 分) 若某商品每周的需求量 X 服从区间 $[10, 30]$ 的均匀分布, 而进货量为此区间内的某一整数值; 若每销售一单位商品可获利 500 元, 而积压一单位则亏损 100 元, 供不应求时可从外部调剂, 此时一单位获利 300 元; (1) 试确定最小进货量, 使得所获利润的期望不少于 9280 元。(2) 进货多少时, 获利期望最大?

六、(12 分) 若 X_1, X_2, \dots, X_8 是正态总体 $N(\mu, 4)$ 的样本, (1) 求常数 a, b, c, d (这里

$abc \neq 0$), 使 $Y = a(X_1 - X_2)^2 + b(2X_3 - X_4 - X_5)^2 + c(3X_6 - 2X_7 - X_8)^2 \sim \chi^2(d)$;

(2) 若 $Z = \sum_{i=1}^8 (X_i - \mu)^2$, 求 Z 的期望与方差。

七、(12 分) 已知 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{1}{\lambda}(x-\mu)} & x > \mu \\ 0 & x \leq \mu \end{cases}$, X_1, X_2, \dots, X_n 是样本,

试求参数 μ, λ 的最大似然估计, 并判别是否无偏。

八、(12 分) 设农作物的产量近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 现发现新的物种, 取 25 块样田做实验, 发现平均亩产为 2106 公斤, 样本标准差为 50 公斤; 问: 此新物种的亩产量是不是显著大于 2000 公斤? ($\alpha = 0.05$) 已知: $u_{0.05} = 1.65, u_{0.025} = 1.96$

$t_{0.05}(25) = 1.708, t_{0.05}(24) = 1.712, t_{0.025}(25) = 2.060, t_{0.025}(24) = 2.064$