数据结构 A
作业 9 参考答案

作业情况

教材：数据结构教程（C++ 语言描述）李春葆等
题目范围：树
邮箱：wjyyy1@126.com
授课教师：彭蓉 教授
助教：王骏峣

习题 1 单选题

设有 13 个值，用它们组成一棵哈夫曼树，则该哈夫曼树共有（　　）个结点

A.13
B.12
C.26
D.25

答案：D

解析：若有 13 个值，说明有 13 个叶子节点。每次合并两个叶子节点会**增加一个节点并减少一个联通块**。一开始是 13 个联通块，需要合并 12 次到 1 个联通块。

因此需要增加 $13-1=12$ 个节点，所以哈夫曼树共有 $13+12=25$ 个节点。

习题 2 单选题

某二叉树的先序序列和后序序列正好相反，则该二叉树一定是（　　）

A. 空或者只有一个结点
B. 完全二叉树
C. 二叉排序树
D. 高度等于其结点数

答案：D

解析：先序序列的遍历顺序是：【当前、左子树、右子树】；后序序列的遍历顺序是：【左子树、右子树、当前】。

为了完全倒转过来，我们需要让【当前、左子树、右子树】变成【右子树倒序、左子树倒序、当前】，并和【左子树、右子树、当前】保持一致。

所以只要保证左右子树只有其中一棵，就可以了，此时除了叶子节点，所有点的度数都为 1，高度等于其结点数。

习题 3 单选题

一颗完全二叉树上有 1001 个结点，其中叶子结点的个数是（　　）

A.250

B.501

C.254

D.505

答案：B

解析：考虑完全二叉树的定义，每一层、每一个节点一定要填满了才能开始填下一层、下一个节点。那么第 i 层一定会有 2^{i-1} 个节点。

第一层 1 个，第二层 2 个，第三层 4 个，……，第 k 层 2^{k-1} 个。

观察等比数列得到，$1+2+2^2+\cdots+2^9=1023$，所以 1001 个节点的完全二叉树的高度为 9。此时撤掉最后的 $1023-1001=22$ 个节点，为第 8 行空出 11 个叶子，此时第 9 行剩余 $512-22=490$ 个叶子。

因此叶子数量为 501。

习题 4 单选题

如果将一棵有序树 T 转换为二叉树 B，那么 T 中结点的层次序列对应 B 的（　　）序列

A. 先序遍历

B. 中序遍历

C. 层次遍历

D. 以上都不对

答案：D

解析：参考教材 7.8.1。此题可以用排除法进行判断

二叉树无论先序遍历、中序、后序，都会分离左右两棵子树。而有序树是有层次的，左右子树可能是混合连接的，所以要先排除 A、B 两项。

当一个节点有很多孩子时，它的孩子会顺着当前的右子树**逐层加深**排布，因此也无法满足层次遍历。所以选 D。

习题 5 由先序和中序序列产生后序序列

【问题描述】

由二叉树的先序序列和中序序列构造二叉树并求其后序序列。

【输入形式】
每个测试用例的第一行包含一个整数 n（$1 \leq n \leq 1000$）表示二叉树的节点个数，所有节点的编号为 $1 \sim n$，后面两行分别给出先序序列和中序序列。可以假设构造出的二叉树是唯一的。
【输出形式】
对于每个测试用例，输出一行表示其后序序列。
【样例输入】
9
1 2 4 7 3 5 8 9 6
4 7 2 1 8 5 9 3 6
【样例输出】
7 4 2 8 9 5 6 3 1
【样例说明】
测试数据的文件名为 in.txt。
【评分标准】
该题目有 10 个测试用例，每通过一个测试用例，得 10 分。

答案：

```cpp
#include<iostream>
#include<fstream>
#include<vector>
using namespace std;
vector<int> pre,ins;
void suc(int l1,int r1,int l2,int r2)
{
    if(l1>r1||l2>r2)//递归边界，此时树空
        return;
    //考虑先序遍历第一个一定是「当前的根节点」
    //也就是在l2-r2中找到pre[l1]所在的位置
    int i;
    for(i=l2;i<=r2;i++)
    {
        if(ins[i]==pre[l1])
            break;
    }
    //此时i就是中序遍历的根节点，前面为左孩子，右边为右孩子
    //左孩子大小为i-l2
    //右孩子大小为r2-i
    //后序遍历为：左、右、当前
    suc(l1+1,l1+i-l2,l2,i-1);
```

```
    suc(r1-r2+i+1,r1,i+1,r2);
    //此处注意左右长度保持一致，右子树长度更好确定
    cout<<pre[l1]<<" ";
}
int main()
{
    ifstream in("in.txt");
    int n,x;
    in>>n;//输入n
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        in>>x;//输入当前数字并将其插入链表最后，作为数组
        pre.push_back(x);
    }
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        in>>x;//输入当前数字并将其插入链表最后，作为数组
        ins.push_back(x);
    }
    //该函数表示将先序遍历l1-r1与中序遍历l2-r2进行对应，并输出后序
    suc(0,n-1,0,n-1);
    return 0;
}
```

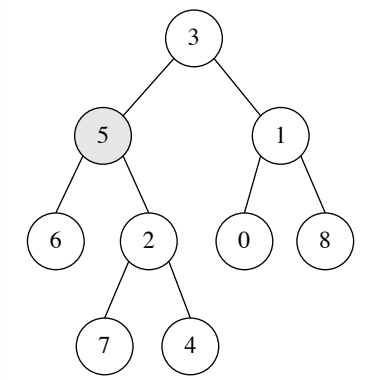
解析：如果已知先序遍历，那么先序遍历的第一个位置就是根节点，此时在中序遍历中找到这一根节点，将中序遍历左边部分划分为左子树，右边部分划分为右子树。这时先序遍历也可以按照子树大小进行划分，递归执行上述内容直到划分完毕。

习题 6 二叉树中距离为 k 的结点问题

【问题描述】

给你二叉树的根结点 *root*、树中一个结点 *target* 和一个正整数 k，求二叉树中距离 *target* 结点为 k 的所有结点。假设二叉树中的所有结点值都唯一。输入为顺序存储方式表示的二叉树字符串，如果节点为空，则输入‘#’。

例如，输入 $root = [3,5,1,6,2,0,8,\#,\#,7,4], target = 5 \square k = 2$，输出为 $[7,4,1]$。对应的二叉树如图所示。



其中离目标结点 5 的距离为 2 的结点是 7、4、1。假设给定的二叉树非空，树中每个结点有唯一值，结点值位于 0 到 500 之间，*target* 是其中的一个结点，$0 \leq k \leq 1000$。

要求设计如下成员函数：

```

class Solution {
public:
    vector<int> distanceK(TreeNode* root, TreeNode*
       target, int k)
    {  ...  }
};
```

【输入形式】

每个测试用例由三行，第一行是由一对方括号 [] 括起来的顺序存储的二叉树节点数据，每个节点用“,”隔开，如果是空节点，则存入“#”。第二行为目标节点数据，第三行为距离。

【输出形式】

用一对方括号 [] 将满足要求的节点括起来后输出，如有多个节点，用“, ”隔开，节点输出顺序：优先输出目标节点的子孙节点，其次是目标节点兄弟节点的子孙节点，最后是目标节点的祖父节点（如果有多个祖父节点的子孙节点，则从最近的开始输出），如果在同一层从左边到右边输出。

【样例输入】

```
[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,#,#,14,15,16,17,18,19,#,#,#,#,#,#,#,#,#,20,21,2
4
3
```

【样例输出】

[20,21,22,23,24,25,26,27,10,11,3]

【样例说明】

测试数据的文件名为 in.txt。

【评分标准】

该题目有 10 个测试用例，每通过一个测试用例，得 10 分。

答案：

```cpp
#include<iostream>
#include<fstream>
#include<vector>
#include<queue>
#include<stack>
using namespace std;
struct TreeNode {
    int val;
    TreeNode *left;
    TreeNode *right;
    TreeNode(int x) : val(x), left(NULL), right(NULL) {}
};
int target,dis;
vector<int> tree;
queue<TreeNode*> q;//存储每个节点，用于跳转Node
stack<pair<TreeNode*,int>> s;//存储祖先节点指针和遍历方向
TreeNode* pos;//target所在的指针
bool printed=false;//是否打印过，以此判断是输出逗号还是括号
void dfs2(TreeNode* x,int d)//d表示找距离当前深度为d的点
{
    if(x->val==-1)//空节点直接结束
        return;
    if(d==0)
    {
        if(!printed)
        {
            printed=1;
            printf("[");
        }
        else
            printf(",");
        cout<<x->val;
        return;
    }
    dfs2(x->left,d-1);
    dfs2(x->right,d-1);
}
```

```
38 void dfs(TreeNode* x)
39 {
40     if(x==NULL||x->val==-1)
41         return;
42     if(x==pos)
43     {
44         dfs2(x,dis);//当前点子树中距离为dis的打印出来
45         //此时可以把它的祖先全部进行遍历
46         while(!s.empty()&&dis>0)
47         {
48             dis--;//每向上一层，需要找的位置就少一个
49             if(dis==0)
50                 dfs2(s.top().first,0);
51             if(s.top().second)
52                 dfs2(s.top().first->left,dis-1);
53             if(s.top().first)
54                 dfs2(s.top().first->right,dis-1);
55             s.pop();
56         }
57         return;
58     }
59     s.push(make_pair(x,0));
60     dfs(x->left);
61     if(!s.empty())//如果找到答案了就可能是空栈
62         s.pop();
63     s.push(make_pair(x,1));
64     dfs(x->right);
65     if(!s.empty())//如果找到答案了就可能是空栈
66         s.pop();
67 }
68 int main()
69 {
70     ifstream in("in.txt");
71     string s;
72     in>>s;
73     in>>target>>dis;
74     int now=0;//现在的数字
75     for(int i=1;i<s.size();i++)//跳过[
76     {
77         if(s[i]>='0'&&s[i]<='9')
78             now=now*10+s[i]-'0';//进位读取当前数字
79         else if(s[i]=='#')
80             now=-1;//如果是空为止，就放-1代表空
81         else
82         {
83             tree.push_back(now);//将当前数字存储到树上
84             now=0;//清空now
```

```
85          }
86      }
87      int fa=0,son=1;//依次找到每个节点对应的父子关系
88      TreeNode* root=new TreeNode(tree[0]);//创建根节点
89      pos=root;//target的位置（初始化为root）
90      //如果son没有找到target，就说明它在root
91      q.push(root);//需要遍历的父节点
92      while(son<tree.size())//遍历所有子节点，寻找父节点
93      {
94          TreeNode* Node=q.front();//当前节点指针
95          q.pop();
96          Node->left=new TreeNode(tree[son]);//优先找左孩子
97          q.push(Node->left);
98          if(tree[son]==target)//如果遇到target就保存位置
99              pos=Node->left;
100         son++;//找下一个孩子
101         if(son<tree.size())
102         {
103             Node->right=new TreeNode(tree[son]);
104             q.push(Node->right);
105             if(tree[son]==target)
106                 pos=Node->right;
107         }
108         son++;
109         fa++;
110     }
111     //从根节点开始dfs，用栈存储经历过的点，方便回溯
112     dfs(root);
113     printf("]");//格式收尾
114     return 0;
115 }
```

解析：本题可以采用 BFS 宽度优先搜索的方式构建输入的树，也可以用下标对树上的节点进行映射。

此后可以把整棵树的相连关系构建出来，从 *target* 出发走 k 步，输出对应的节点。但是要注意先输出自己子树中的点，再输出父节点、祖先节点。

或者按照上面答案中写的，用栈的形式，依次处理当前节点、父节点、祖先节点。对于当前节点，找到距离为 k 的点，对于父节点，找到**另一棵子树中**距离为 $k-1$ 的点，以此类推。

总结

题目：树 2

日期：2024 年 5 月 20 日

批改人：王骏峣

邮箱：wjyyy1@126.com

习题 1：考察哈夫曼树的定义。

习题 2：考察二叉树的（三种）遍历方式。

习题 3：对完全二叉树的掌握，主要是要构建出完全二叉树的形状。

习题 4：考察二叉树和多叉树的互换，以及二叉树的（三种）遍历方式。

习题 5：考察先序遍历的特点，以及树的构建和遍历。如果一边构建一边遍历不是很熟练的话，可以先构建再遍历。

习题 6：考察对二叉树的构建、逻辑关系处理，以及树的深度和广度优先搜索。

本次作业经查重，没有代码相似的同学。

各位同学如有问题欢迎及时在群里提出，或者通过邮件/QQ 联系我。