

武汉大学 2017-2018 学年第一学期期末考试

概率统计 B（A 卷答题卡）

姓名 _____ 学院 _____		考 生 学 号													
注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	
		[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	
		[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	
		[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	
		[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	
		[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	
		[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	
		[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	
		[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]			

一、（12 分）某班 30 人，其中 15 人喜欢美术，20 人喜欢音乐，喜欢音乐的人中有一半喜欢美术，现任找一个同学；（1）求他既喜欢美术又喜欢音乐的概率。（2）若他喜欢音乐，求他不喜欢美术的概率。

二、（12 分）假设明这种扇贝的寿命  $X$  服从分布  $f(x)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x>0 \\ 0 & x\leq 0 \end{cases}$ ，  $\lambda=\frac{1}{200}$  （单位：1/年），求（1）他

们活过 400 年的概率；（2）100 个此扇贝中至少有一个活过 400 年的概率。

三、（12 分）某班有 36 名同学。毕业时有一半读研，四分之一的参加工作，其余出国；五年后，工作和读研的同学中有三分之一自主创业，出国的同学中有三分之二自主创业；其余正常工作。

（1）任找一个此班同学，他选择自主创业的概率是多少？

（2）若二十年后自主创业成功的概率为三分之一；校庆时正常工作同学每人捐款一万，创业成功的同学每人捐款 100 万，失败的同学不捐；试预估此班的大致捐款数额。

四、（12 分）若随机变量  $(X,Y)$  的联合概率密度为  $f(x,y)=\begin{cases} e^{-x-y} & 0<x,0<y \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ；

(1)求随机变量  $X$  和  $Y$  的边沿缘概率密度  $f_x(x);f_y(y)$ ；并判别它们是否独立？（2）求  $Z=X+Y$  的概率密度。

五、（12 分）若某商品每周的需求量  $X$  服从区间  $[10,30]$  的均匀分布，而进货量为此区间内的某一整数值；若每销售一单位商品可获利 500 元，而积压一单位则亏损 100 元，供不应求时可从外部调剂，此时一单位获利 300 元；试确定最小进货量，使得所获利润的期望不少于 9280 元。

六、（12分）若  $X_1, X_2, \cdots, X_n$  是正态总体  $N(0,4)$  的样本， $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ ；

（1）求  $\bar{X}, S^2$  的数学期望和方差。（2）确定  $k$ ，使得  $t = k \frac{\bar{X}}{S}$  服从  $t$  分布。

七、（16分）若总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta} & -\theta \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ， $X_1, X_2, \cdots, X_n$  为样本；（1）求  $\theta^2$  的矩估计，

并判别是否无偏。（2）求  $\theta$  的极大似然估计，并判别是否无偏。（3）可否求  $\theta$  的一个无偏的矩估计。

八、（12 分）某种矿石，取 25 个样本测试，发现品位的平均值为 32.5，样本方差为 6.25。问：此矿品位是不是显著高于 30? （ $\alpha = 0.05$ ）（假设矿石品位近似服从正态分布） 已知：

$t_{0.05}(25) = 1.708, t_{0.05}(24) = 1.712, t_{0.025}(25) = 2.060, t_{0.025}(24) = 2.064$ ， $u_{0.05} = 1.65, u_{0.025} = 1.96$

▪ 概率统计 B 参考答案

一、(1)  $\frac{1}{3}$ ；(2)  $\frac{1}{2}$  。

二、(1)  $P=e^{-2}$ ； (2)  $1-(1-e^{-2})^{100}$  。

三、(1)  $\frac{1}{3}(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{12}$  ； (2)  $36(\frac{5}{12}\times\frac{1}{3}\times100+\frac{7}{12}\times1)=521$ 万元。

四、(1)  $f_X(x)=\begin{cases}e^{-x} & x>0 \\ 0 & x\leq0\end{cases}$ ；  $f_Y(x)=\begin{cases}e^{-y} & y>0 \\ 0 & y\leq0\end{cases}$ ； 独立；

(2)  $f_Z(z)=\begin{cases}ze^{-z} & z>0 \\ 0 & z\leq0\end{cases}$ 。

五、设进货量为  $y$ ，则利润  $L(y)=\begin{cases}600x-100y & 10\leq x\leq y \\ 300x+200y & y\leq x\leq 30\end{cases}$

$$E(L)=\frac{1}{20}(\int_{10}^y(600x-100y)dx+\int_y^{30}(300x+200y)dx)=-7.5y^2+350y+5250$$
$$E(L)\geq 9280, y\geq 21$$

六、(1)  $E(\overline{X})=0, D(\overline{X})=\frac{4}{n}, E(S^2)=4, D(S^2)=\frac{8}{n}$ ； (2)  $k=\sqrt{n}$

七、 (1)  $\theta=\frac{3}{n}\sum_{i=1}^nX_i^2$ ， 无偏； (2)  $\theta=\max\{|X_1|,|X_2|,\cdots|X_n|\}$ ，  $E(\theta)=\frac{n}{n+1}\theta$ ， 不是无偏估计。 (3) 一个无偏的矩估计  $\theta=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n|X_i|$ 。

八、  $H_0:\mu=30, H_1:\mu>30$

检验统计量为  $t=\frac{\overline{X}-30}{S}\sqrt{n}$ ， 拒接域为  $t\geq t_{\alpha}(n-1)=1.712$

计算：  $t=5$ ， 拒接  $H_0$