

武汉大学 2018-2019 学年第一学期期末考试

概率统计 B（A 卷答题卡）

姓名 _____ 学院 _____		考 生 学 号													
注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题；字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	
		[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	
		[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	
		[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	
		[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	
		[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	
		[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	
		[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	
		[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]			

一、（12 分）已知  $P(A)=0.5,P(B)=0.4,P(A|B)=0.5$ , 求  $P(\overline{A}\cup\overline{B})$  和  $P((A-B)|(A+B))$ 。

二、（12 分）一批元件，来自甲乙丙三厂，各占比例为4:4:2，已知他们各自的优等品率分别为15%,10%,25%；从这批元件中任取一件；求（1）它是优等品的概率？（2）若它是优等品，它来自甲乙丙三厂的概率各是多少？

三、（12 分）在一次随机实验中，随机变量  $X$  在区间（0，4）服从均匀分布；

- （1）求方程  $y^2 - Xy + 1 = 0$  有实根的概率。
- (2) 如果  $Y = -\ln \frac{X}{4}$ ，写出  $Y$  的概率密度并求其方差。

四、（16 分）若随机变量  $(X,Y)$  的联合概率密度为  $f(x)=\begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}y} & 0\leq x\leq 1,y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ，

(1)求随机变量  $X$  和  $Y$  的边沿概率密度  $f_x(x);f_y(y)$ ；并判别他们是否独立？

（2）求  $Z = X + Y$  的概率密度。

五、（12 分）某生产线加工产品的合格率为0.8，已知：合格每件可获利 8 元，不合格每件亏损 2 元。  
（1）为保证每天的平均利润达到 30000 元，问他们要加工多少件产品？此时用切比雪夫不等式估计利润大于 29000 小于 31000 的概率有多大？（2）为保证每天的利润不低于 30000 元的概率大于 0.977，问他们至少要加工多少件产品？（已知  $\Phi(2.0)=0.977$ ）

六、（12 分）若  $X_1, X_2, \cdots, X_8$  是正态总体  $N(0,1)$  的样本，（1）求常数  $a, b, c, d$ （这里  $abc \neq 0$ ），使  $Y = aX_1^2 + b(2X_2 - X_3)^2 + c(3X_4 - 2X_5 - X_6)^2 + X_7^2 + X_8^2 \sim \chi^2(d)$ ；（2）求  $Y$  的期望与方差。

七、（12 分）若  $X_1, X_2, \cdots, X_n$  是总体  $X$  的样本，已知  $X$  在区间  $(-1, \theta)$  服从均匀分布。  
试求（1） $\theta$  的矩估计和最大似然估计，并判别是否无偏。（2）计算两个估计量的方差。

八、（12 分）某地发现一个金矿，取 25 个样本测试，发现每吨平均含金量为5.5 克，样本标准差为1.5 克；问：此矿的每吨含金量是不是显著大于 5 克？（ $\alpha = 0.05$ ）（假设矿石含量近似服从正态分布） 已知：  
 $t_{0.05}(25) = 1.708, t_{0.05}(24) = 1.712, t_{0.025}(25) = 2.060, t_{0.025}(24) = 2.064$ ， $u_{0.05} = 1.65, u_{0.025} = 1.96$

# 概率统计 B 期终试题参考答案

一、（12 分）  $P(AB) = 0.2, P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(AB) = 0.8$

$$P(A+B) = 0.7, P((A-B)|(A+B)) = \frac{3}{7}。$$

二、（12 分） (1) 它是优等品的概率 0.15；

(2) 若它是优等品，它来自甲乙丙三厂的概率各是  $\frac{6}{15}, \frac{4}{15}, \frac{5}{15}$ 。

三、（12 分） （1） 0.5。

$$(2) f(y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}, D(y) = 1。$$

四、（16 分）若随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为  $f(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}y} & 0 \leq x \leq 1, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ，

$$(1) f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}, f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}y} & y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}; \text{独立。}$$

$$(2) f(z) = \begin{cases} [(2z-4)e^{\frac{1}{2}z} + 4]e^{-\frac{1}{2}z} & 0 \leq z \leq 1 \\ (4-2\sqrt{e})e^{-\frac{1}{2}z} & z \geq 1 \\ 0 & z \leq 0 \end{cases}。$$

五、（12 分）  $E(X) = 6, D(X) = 16$  （1）为保证每天的平均利润达到 30000 元，他们要加工 5000 件产品;此时用切比雪夫不等式估计利润大于 29000 小于 31000 的概率为 0.92。

（2）至少要加工 50096 件产品（已知  $\Phi(2.0) = 0.977$ ）

六、（12 分）（1）  $a = 1, b = \frac{1}{5}, c = \frac{1}{14}, d = 5$

（2）  $E(Y) = 5, D(Y) = 10$

七、（12 分）

（1）  $\theta$  的矩估计  $\theta_1 = 2\bar{X} + 1$ , 最大似然估计  $\theta_2 = \text{Max}\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ,  $E(\theta_1) = \theta; E(\theta_2) = \frac{n\theta-1}{n+1}$ 。 （2）  $D(\theta_1) = \frac{1}{3n}(\theta+1)^2$ ,  $D(\theta_2) = \frac{n}{(n+2)(n+1)^2}(\theta+1)^2$

八、（12 分）  $H_0: \mu = 5, H_1: \mu > 5$ , 检验统计量:  $t = \frac{\bar{X}-5}{S}\sqrt{n}$ , 拒接域:  $t \geq t_{\alpha}(n-1) = 2.064$

计算:  $t = 1.67$ ; 没有落在拒接域, 所以没理由拒接原假设。故不认为此矿的每吨含金量是不是显著大于 5 克。