武汉大学 2019-2020 第二学期

概率论与数理统计 B 期终试题

（54 学时）

一、（12 分）已知事件 A,B 独立，$P(A)=0.5, P(B)=0.4$, 求 $P(A\cup B)$ 和 $P(\overline{A\cup B}\,|\,\overline{A})$ 。

二、（12 分） 某市进行病毒普查，若数据显示该市感染者的比例为十万分之五，现有两种方式：核酸检测和血清抗体；以 A 表示病毒感染者，B 表示核酸检测阳性，C 表示血清抗体阳性，假设: $P(B|A)=0.8, P(C|A)=0.9, P(B\overline{A})=0, P(C\overline{A})=0$,若两种检测独立，求：

1、$P(\overline{A}|\overline{B})$ 2、$P(\overline{A}|\overline{B}\overline{C})$ 。

三、（12 分）若随机变量 X 在区间 $(0,3)$ 服从均匀分布；（1）求方程 $y^2+2y+X=0$ 有实根的概率。（2）若对 X 观测 3 次，Y 表示上方程有实根的次数，写出它的概率分布。

四、（16 分）若随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} axe^{-2y} & 0\le x\le y, y\ge 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases};$$

1、求随机变量 X 和 Y 的边沿概率密度 $f_x(x); f_y(y)$ ；

2、X 和 Y 是否独立 ？3、求 $Z=Y-X$ 的概率密度。

五、（12 分）某届 CMBA 决赛在北京队和广州队之间进行，决赛采取五场三胜制，若他们胜率相同,第一场北京队获胜；1、求广州队队取得冠军的概率。2、若一场比赛的预期收入为 1200 万元，而获胜的队收入期中的四分之三；其他归失利队；求北京队的预期收入。

六、（12分）若 $X_1,X_2,\cdots,X_n (n\ge 6)$ 是正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，1、求常数 a,b,c,d （这里 $abc\ne 0$ ），使 $Y=aX_1{}^2+b(X_2-X_3)^2+c(X_4+X_5+X_6)^2 \sim \chi^2(d)$ ，并求此时 Y 的期望和方差。2、若 $\overline{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n), Y_1=X_1-\overline{X}, Y_2=X_2-\overline{X}$,求 Y_1,Y_2 的相关系数。

七、（12 分）求总体 X 在区间 $(-\theta,\theta)$ 服从均匀分布，求 θ 的矩估计与最大似然估计。

八、（12 分）从某矿区任意抽取 25 块矿石，测得其平均含量为 53%，标准差为 5%，问：该矿区的含矿量是否显著大于 50%？取 $\alpha=0.05$，假定矿石含量服从正态分布。（$t_{0.05}(24)=1.711, t_{0.05}(25)=1.708, z_{0.05}=1.65$ ）