

#### 第四次作业:

**习题 5.3** 设有关系模式  $R(A, B, C, D, E, P, G, H)$ ,  $R$  的函数依赖集  $F = \{AB \rightarrow CE, A \rightarrow C, GP \rightarrow B, EP \rightarrow A, CDE \rightarrow P, HB \rightarrow P, D \rightarrow HG, ABC \rightarrow PG\}$ 。求属性集  $D$  关于  $F$  的闭包  $D^+$ 。

解:

(1)  $D^{(0)} = D$ 。

(2) 在  $F$  中, 决定因素是  $D$  的子集的函数依赖有  $D \rightarrow HG$ , 且  $GH \not\subseteq X^{(0)}$ , 所以有  $X^{(1)} = DGH$ 。

(3) 在  $F$  中, 决定因素是  $DGH$  的子集的函数依赖仍然只有  $D \rightarrow HG$ , 且  $GH \subseteq X^{(1)}$ , 所以有  $D^+ = X^{(1)} = DGH$ 。

$BCE, A \rightarrow ABD, CD \rightarrow E$  等价。

**习题 5.5** 设有关系模式  $R(A, B, C, D, E)$ ,  $R$  的函数依赖集  $F = \{AB \rightarrow D, B \rightarrow CD, DE \rightarrow B, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$ 。

(1) 计算  $(AB)^+, (AC)^+, (DE)^+$ 。

(2) 求  $R$  的所有候选键。

(3) 求出  $F$  的最小依赖集。

解: (1) 计算  $(AB)^+, (AC)^+, (DE)^+$ 。

① 计算  $(AB)^+$ 。

$(AB)^{(0)} = AB$ 。

在  $F$  中, 决定因素属于  $(AB)^{(0)}$  的函数依赖有  $AB \rightarrow D$  和  $B \rightarrow CD$ , 且  $(AB)^{(0)}$  不包含  $CD$ , 所以有  $(AB)^{(1)} = ABCD$ 。

在  $F$  中, 决定因素属于  $(AB)^{(1)}$  的函数依赖有  $AB \rightarrow D, B \rightarrow CD, C \rightarrow D$  和  $D \rightarrow A$ , 且  $(AB)^{(1)}$  包含  $ACD$ , 所以可得  $(AB)^+ = (AB)^{(1)} = ABCD$ 。

② 计算  $(AC)^+$ 。

$(AC)^{(0)} = AC$ 。

在  $F$  中, 决定因素属于  $(AC)^{(0)}$  的函数依赖有  $C \rightarrow D$ , 且  $(AC)^{(0)}$  不包含  $D$ , 所以有  $(AC)^{(1)} = ACD$ 。

在  $F$  中, 决定因素属于  $(AC)^{(1)}$  的函数依赖有  $C \rightarrow D$  和  $D \rightarrow A$ , 且  $(AC)^{(1)}$  包含  $AD$ , 所以可得  $(AC)^+ = (AC)^{(1)} = ACD$ 。

③ 计算  $(DE)^+$ 。

$(DE)^{(0)} = DE$ 。

在  $F$  中, 决定因素属于  $(DE)^{(0)}$  的函数依赖有  $DE \rightarrow B$  和  $D \rightarrow A$ , 且  $(DE)^{(0)}$  不包含  $AB$ , 所以有  $(DE)^{(1)} = ABDE$ 。

在  $F$  中, 决定因素属于  $(DE)^{(1)}$  的函数依赖有  $AB \rightarrow D, B \rightarrow CD, DE \rightarrow B$  和  $D \rightarrow A$ , 且  $(DE)^{(1)}$  不包含  $C$ , 所以有  $(DE)^{(2)} = ABCDE$ 。

在  $F$  中, 决定因素属于  $(DE)^{(2)}$  的函数依赖有  $AB \rightarrow D, B \rightarrow CD, DE \rightarrow B, C \rightarrow D$  和  $D \rightarrow A$ , 且  $(DE)^{(2)}$  包含了  $ABCD$ , 所以可得  $(DE)^+ = (DE)^{(2)} = ABCDE$ 。

(2) 求  $R$  的候选键。

① 根据  $F$  对  $R$  的所有属性进行分类:  $E$  为  $L$  类属性,  $ABCD$  为  $LR$  类属性, 令  $Y = \{A, B, C, D\}$ 。

②  $E^+ = E$ , 但  $ABCDE \not\subseteq E^+$ , 所以  $E$  不是候选键。

③ 在  $Y$  中取任一属性  $Z$ , 求  $(EZ)^+$ 。

$(AE)^+ = AE$ , 但  $ABCDE \not\subseteq (AE)^+$ , 故  $AE$  不是候选键。

$(BE)^+ = ABCDE, ABCDE \subseteq (BE)^+$ , 故  $BE$  是候选键。

$(CE)^+ = ABCDE, ABCDE \subseteq (CE)^+$ , 故  $CE$  是候选键。

$(DE)^+ = ABCDE, ABCDE \subseteq (DE)^+$ , 故  $DE$  是候选键。

④ 在  $Y$  中依次取 2 个、3 个和 4 个属性组成集合  $Z$ , 求  $(EZ)^+$ 。由于本题中这种组合的  $(EZ)^+$  均包含了已求出的候选键, 所以本步骤没有得出新的候选键。

综上可知,  $R$  的候选键为  $BE, CE$  和  $DE$ 。

(3) 求  $F$  的最小依赖集。

① 根据分解规则, 将  $F$  分解成右端只有单属性的依赖集可得:

$$F_1 = \{AB \rightarrow D, B \rightarrow C, B \rightarrow D, DE \rightarrow B, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$$

② 去除冗余的  $FD$ 。

a. 对于  $F_1$  中的  $AB \rightarrow D$ , 假设有  $F_2 = F_1 - \{AB \rightarrow D\} = \{B \rightarrow C, B \rightarrow D, DE \rightarrow B, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$ , 求  $AB$  关于  $F_2$  的闭包可知, 有  $(AB)_{F_2}^+ = ABCD, D \subseteq (AB)_{F_2}^+$ , 所以  $AB \rightarrow D$  为多余依赖, 所以有:

$$F_2 = F_1 - \{AB \rightarrow D\} = \{B \rightarrow C, B \rightarrow D, DE \rightarrow B, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$$

b. 对于  $F_2$  中的  $B \rightarrow D$ , 假设有  $F_3 = F_2 - \{B \rightarrow D\} = \{B \rightarrow C, DE \rightarrow B, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$ , 求  $B$  关于  $F_3$  的闭包可知, 有  $(B)_{F_3}^+ = ABCD, D \subseteq (B)_{F_3}^+$ , 所以  $B \rightarrow D$  为多余依赖, 所以有:

$$F_3 = F_2 - \{B \rightarrow D\} = \{B \rightarrow C, DE \rightarrow B, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$$

③ 验证  $DE \rightarrow B$  的左端是否含有多余的属性。

设用  $D \rightarrow B$  代替  $DE \rightarrow B$ , 判断是否能从  $F_3$  中导出  $D \rightarrow B$ 。由于  $D_{F_3}^+ = AD$ , 且  $B \notin D_{F_3}^+$ , 故从  $F_3$  中不能导出  $D \rightarrow B$ 。

再设用  $E \rightarrow B$  代替  $DE \rightarrow B$ , 判断是否能从  $F_3$  中导出  $E \rightarrow B$ 。由于  $E_{F_3}^+ = E$ , 且  $B \notin E_{F_3}^+$ , 故从  $F_3$  中不能导出  $E \rightarrow B$ 。

所以,  $F_{\min} = F_3 = \{B \rightarrow C, DE \rightarrow B, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$ 。

习题 5.6 设有关系模式  $R(A, B, C, D, E, P)$ ,  $R$  的函数依赖集  $F = \{A \rightarrow C, AB \rightarrow C, C \rightarrow DP, CE \rightarrow AB, CD \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$ 。求  $F$  的最小依赖集。

解:

(1) 根据分解规则, 将  $F$  分解成右端仅为单个属性的  $FD$  集。

$$F_1 = \{A \rightarrow C, AB \rightarrow C, C \rightarrow D, C \rightarrow P, CE \rightarrow A, CE \rightarrow B, CD \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$$

(2) 去除冗余的  $FD$ 。

① 对于  $AB \rightarrow C$ , 假设有  $G = F_1 - \{AB \rightarrow C\} = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, C \rightarrow P, CE \rightarrow A, CE \rightarrow B, CD \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$ 。



因为  $(AB)_G^+ = ABCDP$  和  $C \subseteq (AB)_G^+$ , 所以  $AB \rightarrow C$  为多余的依赖, 则有:

$$F_2 = F_1 = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, C \rightarrow P, CE \rightarrow A, CE \rightarrow B, CD \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$$

② 对于  $C \rightarrow P$ , 假设有  $G = F_2 - \{C \rightarrow P\} = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow B, CD \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$ 。

因为  $(C)_G^+ = CDP$ ,  $P \subseteq (C)_G^+$ , 所以  $C \rightarrow P$  为多余依赖, 则有:

$$F_3 = F_2 = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow B, CD \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$$

③ 对  $F_3$  中的每一个依赖作类似于上述的判断, 其余  $FD$  均不属于多余的  $FD$ , 所以得到与  $F$  等价的依赖集为:

$$F_3 = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow B, CD \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$$

(3) 判断  $F_3$  中  $FD$  的左端是否有多余的属性。

① 假设用  $C \rightarrow P$  代替  $CD \rightarrow P$  有, 验证是否能从  $F_3$  中导出  $C \rightarrow P$ 。

因为  $C_{F_3}^+ = CDP$ , 且  $P \subseteq C_{F_3}^+$ , 所以能从  $F_3$  中导出  $C \rightarrow P$ , 即  $D$  在  $CD \rightarrow P$  的左端是多余的属性, 由此可得:

$$F_4 = F_3 = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow B, C \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$$

② 对依赖  $CE \rightarrow A$ ,  $CE \rightarrow B$  和  $EP \rightarrow C$  做同样的验证, 证明它们左端均无多余的属性。所以可得:

$$F_{\min} = F_4 = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow B, C \rightarrow P, EP \rightarrow C\}$$