0. Übungsblatt

Beispiel 1. Gegeben sei die folgende quadratische Gleichung:

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

Gesucht sind die Lösungen. Dazu können wir direkt die "kleine Lösungsformel" verwenden:

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25-24}{4}} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = -3$$

Wir können unsere Gleichung also auch folgendermaßen darstellen:

$$(x+2)(x+3) = 0$$

Beispiel 2. Gegeben ist die folgende Gleichung mit Absolutbetrag über den reellen Zahlen:

$$|4x + 2| = 3x + 5$$

Da wir mit dem Absolutbetrag arbeiten, müssen wir zwischen den Fällen $4x+2 < 0$ und $4x+2 > 0$ unterscheiden. Wir beginnen mit $x < -\frac{1}{2}$:

$$x < -\frac{1}{2}:$$
$$-(4x+2) = 3x + 5 \Leftrightarrow -4x = 3x + 7 \Leftrightarrow -7x = 7 \Rightarrow x_1 = -1$$

$$x > -\frac{1}{2}:$$
$$4x + 2 = 3x + 5 \Leftrightarrow x_2 = 3$$

Beispiel 3. Gegeben sei die folgende Ungleichung:

$$\frac{3x-4}{2x-6} \leq 4$$

Gesucht ist Lösungsmenge.

Beispiel 4. Gegeben seien die folgenden ausgeschriebenen Summen, die durch kompakte Summennotation dargestellt werden sollen:

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10 \tag{a}$$
$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + 8 \cdot 9 \tag{b}$$
$$1 - 6 + 15 - 28 + 45 - 66 + 91 - \cdots + 703 \tag{c}$$

Wenn wir mit alternierenden Vorzeichen arbeiten, verwenden wir $(-1)^n$.

$$(a) \sum_{k=1}^{10} (-1)^{k+1} k$$
$$(b) \sum_{k=1}^{4} 2k(2k+1)$$
$$(c) \sum_{k=1}^{19} (-1)^{k+1} k(2k-1)$$

Beispiel 5. Gesucht ist das Ergebnis der folgenden Summe:

$$\sum_{k=1}^{99} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$$

Wir betrachten einige Terme dieser Summe:

$$\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{98}-\frac{1}{99}\right)+\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{100}\right)$$

Wir sehen, dass sich aus den einzelnen Summanden alle Zahlen außer 1 und $-\frac{1}{100}$ aufheben, wir erhalten also:

$$1-\frac{1}{100}=\frac{100-1}{100}=\frac{99}{100}$$

Beispiel 6. Gegeben ist die Aussage: *Wenn es regnet, bringe ich immer meinen Schirm mit.* Wir können diese Aussage durch eine Subjunktion darstellen:

$$R \to S$$

Beziehungsweise, handelt es sich bei der Aussage um eine Implikation:

$$R \Rightarrow S$$

Gestern habe ich meinen Schirm mitgenommen. Können wir etwas über das Wetter gestern sagen? Nein. Betrachten wir die Subjunktion:

R	S	$R \to S$	$S \to R$
f	f	w	w
f	w	w	f
w	f	f	w
w	w	w	w

Wir sehen, dass das $S \to R$ nicht äquivalent zu $R \to S$ ist, daher können wir keine Aussage treffen, wenn wir nur Informationen über den Schirm haben.