

SUITES ARITHMETICO-GÉOMÉTRIQUES

I- Activité 1 :

On considère une suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 5000 \\ U_{n+1} = 1,03U_n + 300 \end{cases}$$

- 1) La suite (U_n) est-elle une suite arithmétique ?
- 2) La suite (U_n) est-elle une suite géométrique ?
- 3) On donne la suite (V_n) définie par $V_n = U_n + 10000$
Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique.
- 4) Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n .

II- Activité 2:

On considère une suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 65 \\ U_{n+1} = 0,8U_n + 18 \end{cases}$$

- 1) Calculer U_1 , U_2 et U_3
- 2) La suite (U_n) est-elle une suite arithmétique ?
- 3) La suite (U_n) est-elle une suite géométrique ?
- 4) Pour tout entier naturel n , on pose $V_n = U_n - 90$
Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique.
- 5) Exprimer V_n en fonction de n .
- 6) En déduire U_n en fonction de n .

III-Activité 3:

On considère une suite (Y_n) définie par :
$$\begin{cases} Y_0 = 10 \\ Y_{n+1} = 0,8Y_n + 3 \end{cases}$$

On pose une suite auxiliaire (Z_n) telle que $Z_n = Y_n + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

- 1) Calculer k pour que la suite (Z_n) soit une suite géométrique.
- 2) Exprimer Z_n , puis Y_n en fonction de n .

IV-Forme usuelle d'une suite arithmético-géométriques

Généralement, une suite arithmético-géométriques est de la forme $U_{n+1} = aU_n + b$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$ et on donne une la suite auxiliaire qui elle est géométrique (les activités 1 et 2).