GÉNÉRALITÉS SUR LES SUITES

I- Définition

Une suite numérique est une fonction de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$, définie à partir d'un certain rang n_0 .
La notation (U_n) désigne la suite en tant qu'objet mathématique et U_n désigne l'image de l'entier n (appelé encore terme d'indice n de la suite , terme que l'on pourrait noter $U(n)$ mais l'usage en a voulu autrement.

II-Mode de génération de suite

1) Suite définie en fonction du rang (forme explicite) : *type* $U_n = f(n)$ *:*

$$U_n = \frac{1}{n} \text{ pour } n \geq 1$$, on obtient $U_1 = 1;\ U_2 = \frac{1}{2};\ U_3 = \frac{1}{3};$ etc...

$$V_n = 2n+1 \text{ pour } n \geq 0$$, on obtient $V_0 = 1;\ V_1 = 3;\ V_2 = 5;$ etc...

2) Suite définie en fonction de terme(s) précédent(s) (relation de récurrente)

$$(W_n) : \begin{cases} W_0 = 2 \\ W_{n+1} = W_n(1 - W_n) \end{cases}$$, on obtient :

$$W_1 = 2(1-2) = -2;\quad W_2 = -2(1-(-2)) = -6;\quad W_3 = -6(1-(-6)) = -42;\quad \text{etc...}$$

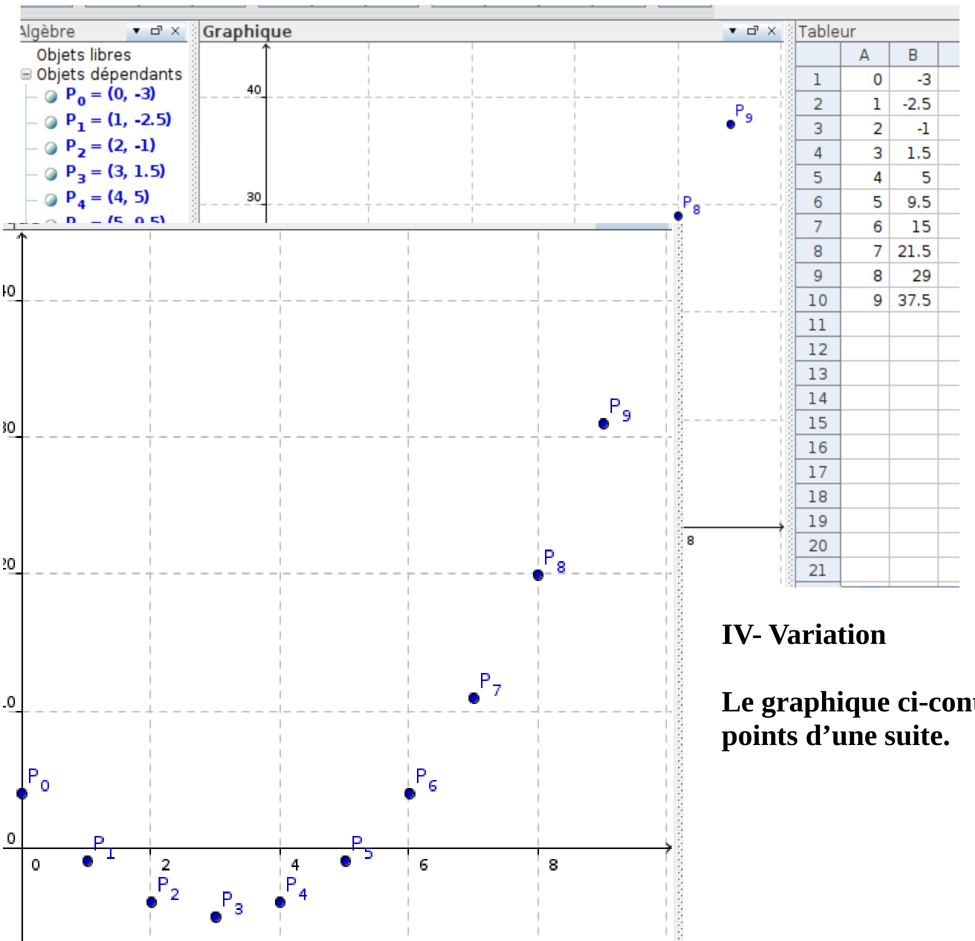
Exemple : Déterminer le rang à partir duquel la suite (U_n) suivante est définie : $U_n = \sqrt{n-3}$

III- Représentation

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on donne $U_n = \frac{n^2}{2} - 3$.

Représenter, graphiquement les 10 premiers terme de la suite (U_n)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_n	-3	-2,5	-1	1,5	5	9,5	15	21,5	29	37,5



N.B :
C'est un nuage de points qu'il ne faut pas relier sauf dans un cas où c'est demandé par l'exercice

Les points sont définie par des coordonnées :

$$\boxed{P_n(n; U_n)}$$

IV- Variation

Le graphique ci-contre représente le nuage de points d'une suite.

En l'observant, on peut conjecturer que cette suite est croissante pour $n \geq 3$.
Propriétés ;
Une suite (U_n) est croissante à partir du rang p , signifie que pour
$n \geq p$ **on a** $U_{n+1} \geq U_n \Rightarrow U_{n+1} - U_n \geq 0$

Une suite (U_n) est décroissante à partir du rang p , signifie que pour
$n \geq p$ **on a** $U_{n+1} \leq U_n \Rightarrow U_{n+1} - U_n \leq 0$

Soit une fonction f définie sur $[0;+\infty[$ et une suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = f(n)$.
Soit un entier p
- Si f est croissante sur $[p;+\infty[$, alors la suite (U_n) est croissante à partir du rang p
- Si f est décroissante sur $[p;+\infty[$, alors la suite (U_n) est décroissante à partir du rang p

IV- Limites

<u>1) Suite convergente</u>

On considère la suite (U_n) définie par $U_n = \dfrac{2n+1}{n}$

n	1	2	3	4	5	10	20	50	100	500
U_n	**3,000**	**2,500**	**2,333**	**2,250**	**2,200**	**2,100**	**2,050**	**2,020**	**2,010**	**2,002**

On constate que plus n devient grand, plus les termes de la suite semblent s'approcher de 2
On dit que la suite (U_n) converge vers 2 et on note $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 2$

<u>2) Suite divergente</u>

On considère la suite (V_n) définie par $V_n = n^2 + 1$

n	1	2	3	4	5	10	20	50	100	500
U_n	**2**	**5**	**10**	**17**	**26**	**101**	**401**	**2501**	**10001**	**250001**

On constate que plus n devient grand, plus les termes de la suite semblent devenir grand
On dit que la suite (V_n) diverge vers $+\infty$ et on note $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = +\infty$

On considère la suite (W_n) définie par $W_{n+1} = (-1)^n W_n$ **et** $W_0 = 2$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_n	**2**	**2**	**-2**	**-2**	**2**	**2**	**-2**	**-2**	**2**	**2**

On constate que plus n devient grand, plus les termes de la suite ne semblent pas s'approcher d'une valeur unique. On dit que la suite (W_n) diverge.
La définition d'une suite divergente est donc « une suite qui n'est pas convergente ».