

## I- Définition

Une suite numérique est une fonction de  $\mathbf{N}$  dans  $\mathbf{R}$ , définie à partir d'un certain rang  $n_0$ .

La notation  $(U_n)$  désigne la suite en tant qu'objet mathématique et  $U_n$  désigne l'image de l'entier  $n$  (appelé encore terme d'indice  $n$  de la suite, terme que l'on pourrait noter  $U(n)$  mais l'usage en a voulu autrement).

## II-Mode de génération de suite

1) Suite définie en fonction du rang (forme explicite) : type  $U_n = f(n)$  :

$$U_n = \frac{1}{n} \text{ pour } n \geq 1, \text{ on obtient } U_1=1; U_2=\frac{1}{2}; U_3=\frac{1}{3}; \text{ etc...}$$

$$V_n = 2n+1 \text{ pour } n \geq 0, \text{ on obtient } V_0=1; V_1=3; V_2=5; \text{ etc...}$$

2) Suite définie en fonction de terme(s) précédent(s) (relation de récurrence)

$$(W_n): \begin{cases} W_0=2 \\ W_{n+1}=W_n(1-W_n) \end{cases}, \text{ on obtient :}$$

$$W_1=2(1-2)=-2; W_2=-2(1-(-2))=-6; W_3=-6(1-(-6))=-42; \text{ etc...}$$

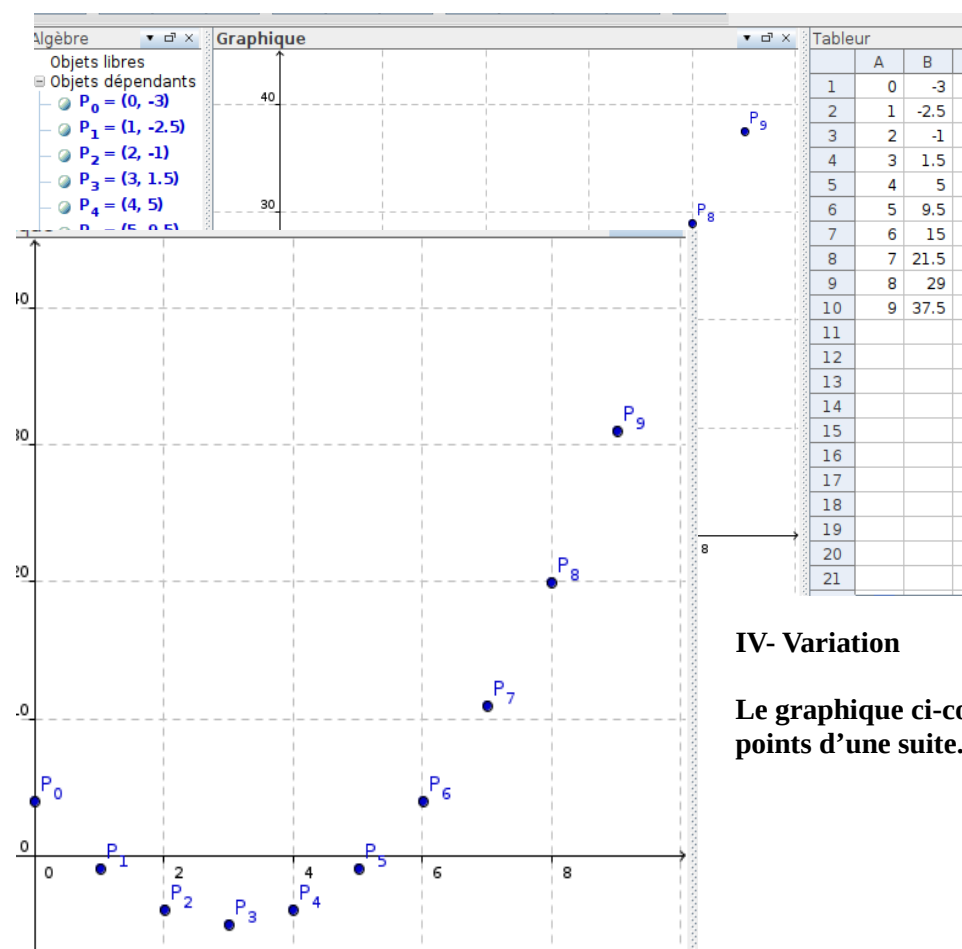
**Exemple** : Déterminer le rang à partir duquel la suite  $(U_n)$  suivante est définie :  $U_n = \sqrt{x-3}$

## III- Représentation

Pour tout  $n$  de  $\mathbf{N}$ , on donne  $U_n = \frac{n^2}{2} - 3$ .

Représenter, graphiquement les 10 premiers terme de la suite  $(U_n)$

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_n$	-3	-2,5	-1	1,5	5	9,5	15	21,5	29	37,5



**N.B :**

C'est un nuage de points qu'il ne faut pas relier sauf dans un cas où c'est demandé par l'exercice

Les points sont définie par des coordonnées :

$$P_n(n; U_n)$$

## IV- Variation

Le graphique ci-contre représente le nuage de points d'une suite.

En l'observant, on peut conjecturer que cette suite est croissante pour  $n \geq 3$ .

Propriétés ;

Une suite  $(U_n)$  est croissante à partir du rang  $p$ , signifie que pour

$$n \geq p \text{ on a } U_{n+1} \geq U_n \Rightarrow U_{n+1} - U_n \geq 0$$

Une suite  $(U_n)$  est décroissante à partir du rang  $p$ , signifie que pour

$$n \geq p \text{ on a } U_{n+1} \leq U_n \Rightarrow U_{n+1} - U_n \leq 0$$

Soit une fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  et une suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $U_n = f(n)$ .

Soit un entier  $p$

- Si  $f$  est croissante sur  $[p; +\infty[$ , alors la suite  $(U_n)$  est croissante à partir du rang  $p$

- Si  $f$  est décroissante sur  $[p; +\infty[$ , alors la suite  $(U_n)$  est décroissante à partir du rang  $p$

## IV- Limites

### 1) Suite convergente

On considère la suite  $(U_n)$  définie par  $U_n = \frac{2n+1}{n}$

$n$	1	2	3	4	5	10	20	50	100	500
$U_n$	3,000	2,500	2,333	2,250	2,200	2,100	2,050	2,020	2,010	2,002

On constate que plus  $n$  devient grand, plus les termes de la suite semblent s'approcher de 2

On dit que la suite  $(U_n)$  converge vers 2 et on note  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$

### 2) Suite divergente

On considère la suite  $(V_n)$  définie par  $V_n = n^2 + 1$

$n$	1	2	3	4	5	10	20	50	100	500
$U_n$	2	5	10	17	26	101	401	2501	10001	250001

On constate que plus  $n$  devient grand, plus les termes de la suite semblent devenir grand

On dit que la suite  $(V_n)$  diverge vers  $+\infty$  et on note  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$

On considère la suite  $(W_n)$  définie par  $W_{n+1} = (-1)^n W_n$  et  $W_0 = 2$

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_n$	2	2	-2	-2	2	2	-2	-2	2	2

On constate que plus  $n$  devient grand, plus les termes de la suite ne semblent pas s'approcher d'une valeur unique. On dit que la suite  $(W_n)$  diverge.

**La définition d'une suite divergente est donc « une suite qui n'est pas convergente ».**