

I- Définition

Une suite numérique est une fonction de \mathbf{N} dans \mathbf{R} , définie à partir d'un certain rang n_0 .

La notation (U_n) désigne la suite en tant qu'objet mathématique et U_n désigne l'image de l'entier n (appelé encore terme d'indice n de la suite, terme que l'on pourrait noter $U(n)$ mais l'usage en a voulu autrement.

II-Mode de génération de suite

1) Suite définie en fonction du rang (forme explicite) : type $U_n = f(n)$:

$$U_n = \frac{1}{n} \text{ pour } n \geq 1, \text{ on obtient } U_1=1; U_2=\frac{1}{2}; U_3=\frac{1}{3}; \text{ etc...}$$

$$V_n = 2n+1 \text{ pour } n \geq 0, \text{ on obtient } V_0=1; V_1=3; V_2=5; \text{ etc...}$$

2) Suite définie en fonction de terme(s) précédent(s) (relation de récurrence)

$$(W_n): \begin{cases} W_0=2 \\ W_{n+1}=W_n(1-W_n) \end{cases}, \text{ on obtient :}$$

$$W_1=2(1-2)=-2; W_2=-2(1-(-2))=-6; W_3=-6(1-(-6))=-42; \text{ etc...}$$

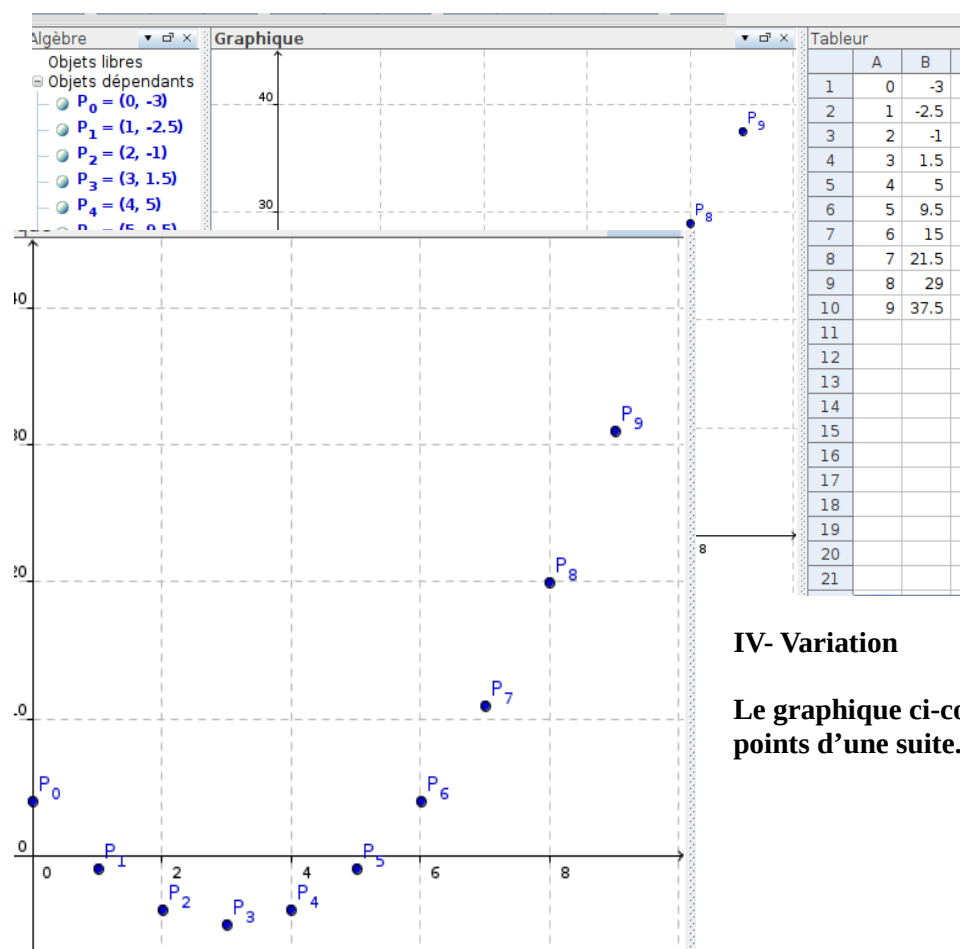
Exemple : Déterminer le rang à partir duquel la suite (U_n) suivante est définie : $U_n = \sqrt{x-3}$

III- Représentation

Pour tout n de \mathbf{N} , on donne $U_n = \frac{n^2}{2} - 3$.

Représenter, graphiquement les 10 premiers terme de la suite (U_n)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_n	-3	-2,5	-1	1,5	5	9,5	15	21,5	29	37,5



N.B :

C'est un nuage de points qu'il ne faut pas relier sauf dans un cas où c'est demandé par l'exercice

Les points sont définie par des coordonnées :

$$P_n(n; U_n)$$

IV- Variation

Le graphique ci-contre représente le nuage de points d'une suite.

En l'observant, on peut conjecturer que cette suite est croissante pour $n \geq 3$.

Propriétés ;

Une suite (U_n) est croissante à partir du rang p , signifie que pour

$$n \geq p \text{ on a } U_{n+1} \geq U_n \Rightarrow U_{n+1} - U_n \geq 0$$

Une suite (U_n) est décroissante à partir du rang p , signifie que pour

$$n \geq p \text{ on a } U_{n+1} \leq U_n \Rightarrow U_{n+1} - U_n \leq 0$$

Soit une fonction f définie sur $[0; +\infty[$ et une suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par $U_n = f(n)$.

Soit un entier p

- Si f est croissante sur $[p; +\infty[$, alors la suite (U_n) est croissante à partir du rang p

- Si f est décroissante sur $[p; +\infty[$, alors la suite (U_n) est décroissante à partir du rang p

IV- Limites

1) Suite convergente

On considère la suite (U_n) définie par $U_n = \frac{2n+1}{n}$

n	1	2	3	4	5	10	20	50	100	500
U_n	3,000	2,500	2,333	2,250	2,200	2,100	2,050	2,020	2,010	2,002

On constate que plus n devient grand, plus les termes de la suite semblent s'approcher de 2

On dit que la suite (U_n) converge vers 2 et on note $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$

2) Suite divergente

On considère la suite (V_n) définie par $V_n = n^2 + 1$

n	1	2	3	4	5	10	20	50	100	500
U_n	2	5	10	17	26	101	401	2501	10001	250001

On constate que plus n devient grand, plus les termes de la suite semblent devenir grand

On dit que la suite (V_n) diverge vers $+\infty$ et on note $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$

On considère la suite (W_n) définie par $W_{n+1} = (-1)^n W_n$ et $W_0 = 2$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_n	2	2	-2	-2	2	2	-2	-2	2	2

On constate que plus n devient grand, plus les termes de la suite ne semblent pas s'approcher d'une valeur unique. On dit que la suite (W_n) diverge.

La définition d'une suite divergente est donc « une suite qui n'est pas convergente ».