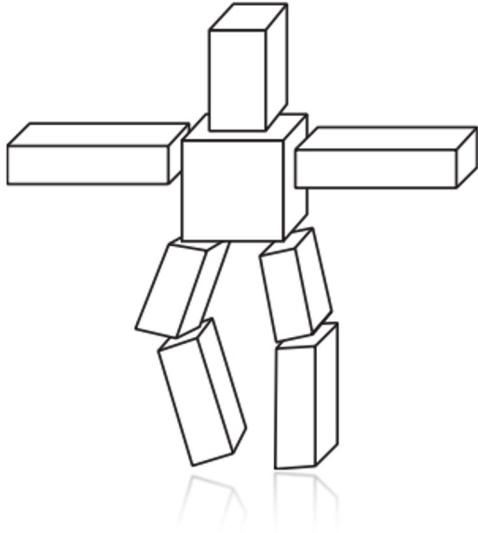


# Computação Gráfica

Aula 22: Geometrias

# Aumentando a complexidade do nosso modelo

Transformações



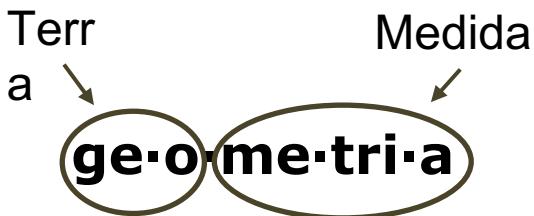
Geometrias



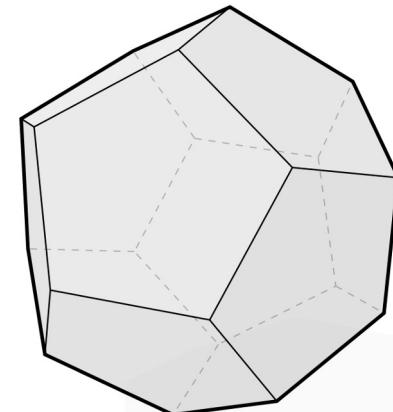
Materiais, Iluminação, ...



# O que é geometria?



- Ciência que trata das propriedades do espaço.
- Estudo da medida das linhas, das superfícies e dos volumes.

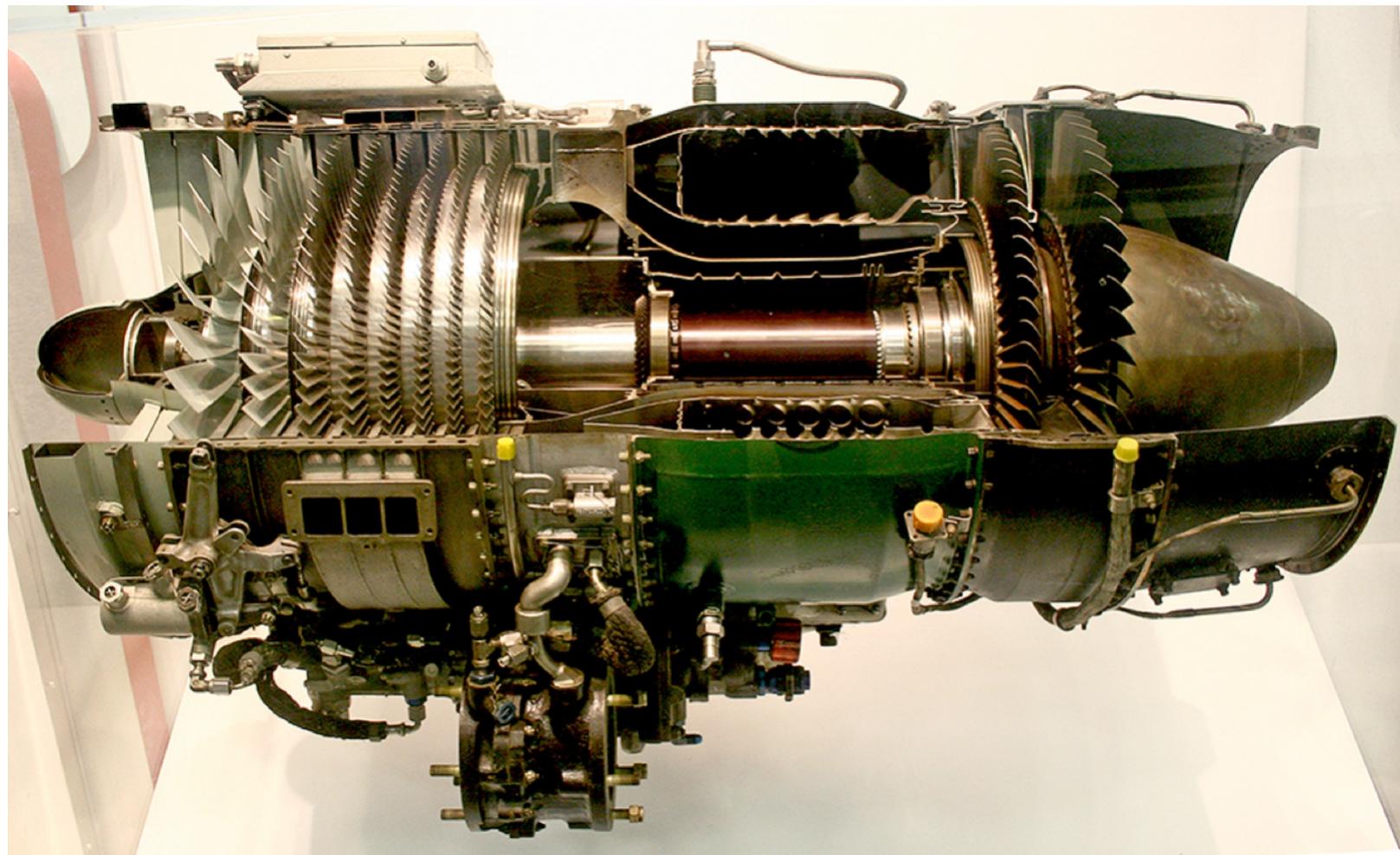


Plato: "...the earth is in appearance like one of those balls which have leather coverings in twelve pieces..."

# Exemplos de Geometrias



# Exemplos de Geometrias



# Exemplos de Geometria

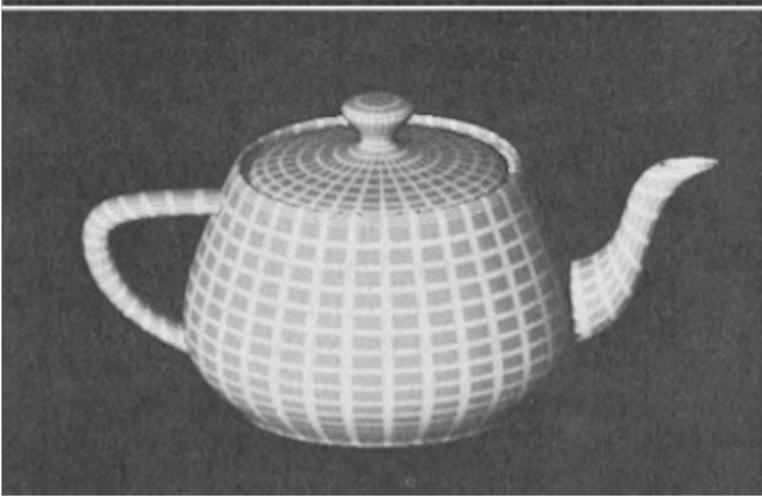
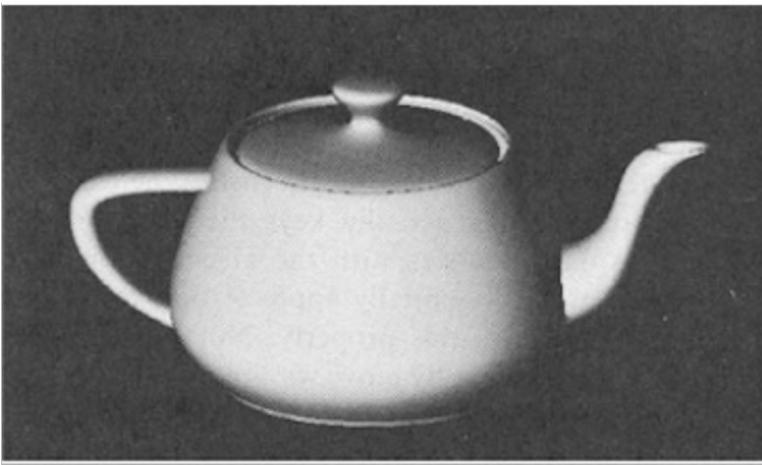


Foto do bule de chá original de Utah  
(agora no Computer History Museum em Mountain View)

As primeiras renderizações de bule de Martin Newell (Martin criou o modelo de bule em 1975 usando curvas de Bezier)

# Geometria é difícil

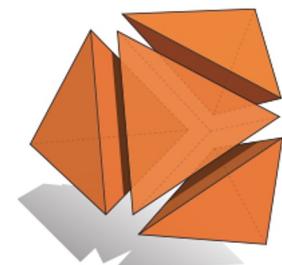
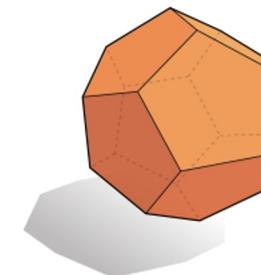
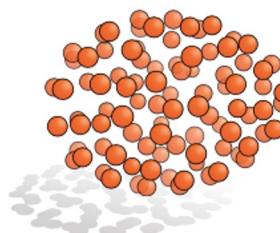
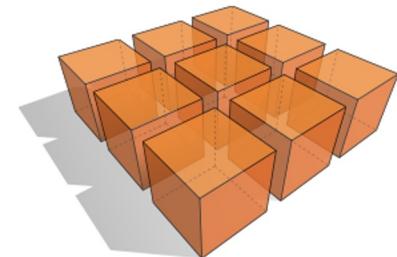
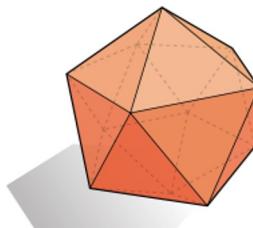
**"I hate meshes.  
I cannot believe how hard this is.  
Geometry is hard."**

— David Baraff  
**Senior Research Scientist**  
**Pixar Animation Studios**

# Muitas formas de representar geometrias

## Explícita

- nuvem de pontos
- malha de polígonos
- subdivision, NURBS



## Implícita

- level sets
- superfície algébrica
- funções de distância

Cada escolha é mais adequada a uma tarefa/tipo de forma.

Curved Surfaces

Parametric

$$X = X(u, v)$$

$$Y = Y(u, v)$$

$$Z = Z(u, v)$$

Algebraic

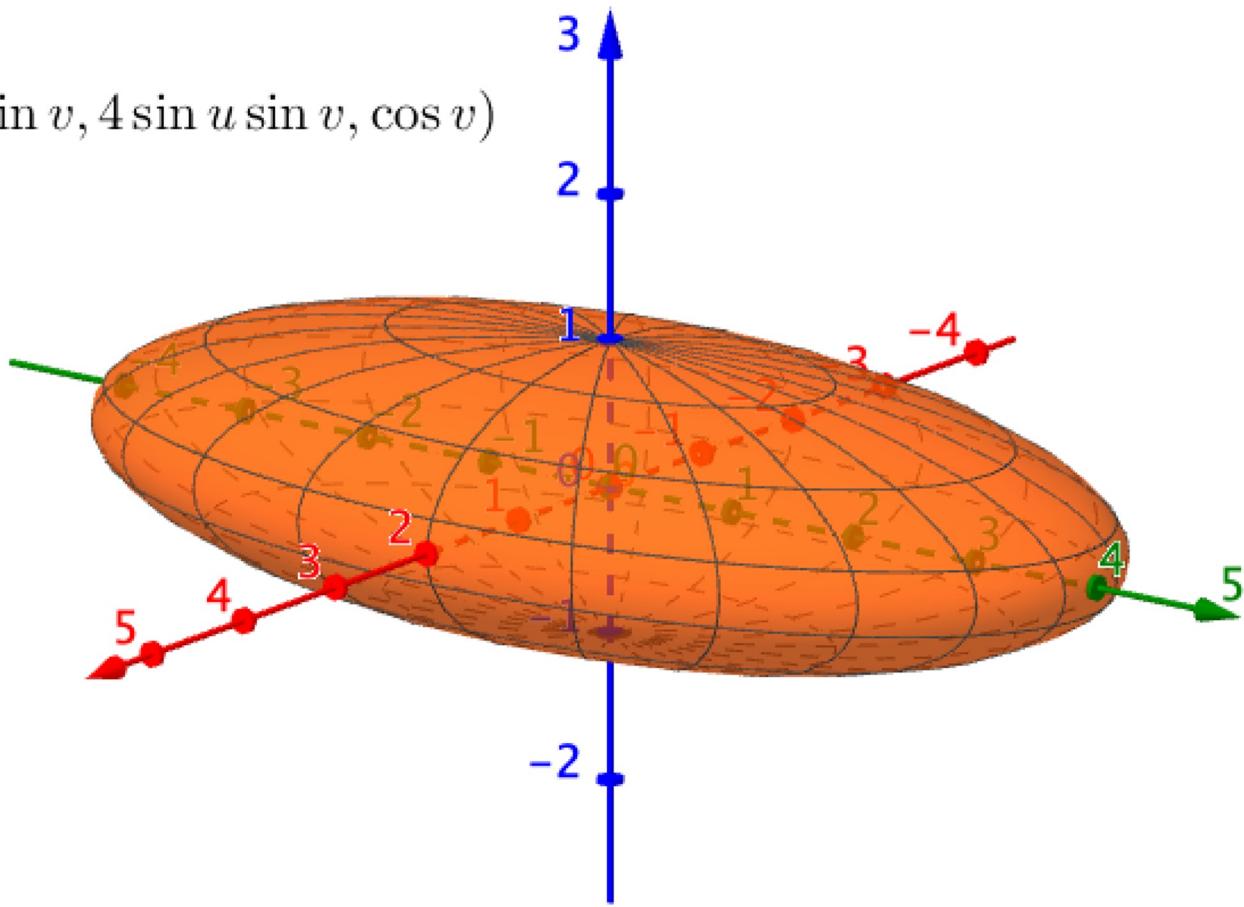
$$F(x, y, z) = 0$$



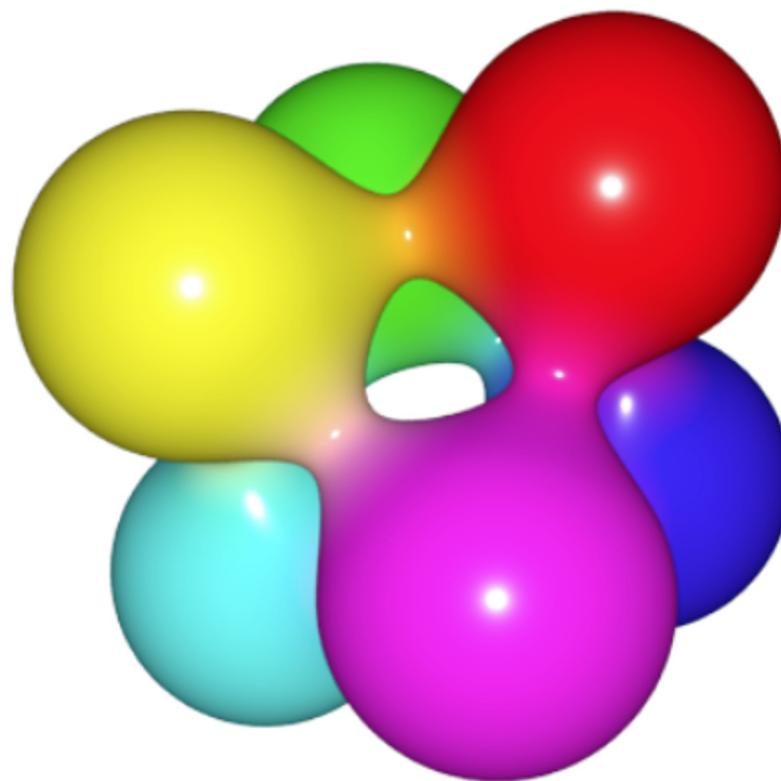
# Superfícies explícitas e implícitas: um pouco de Matemática

# Exemplo: superfície explícita

$$r(u, v) = (2 \cos u \sin v, 4 \sin u \sin v, \cos v)$$



# Representação de Superfícies Implícitas

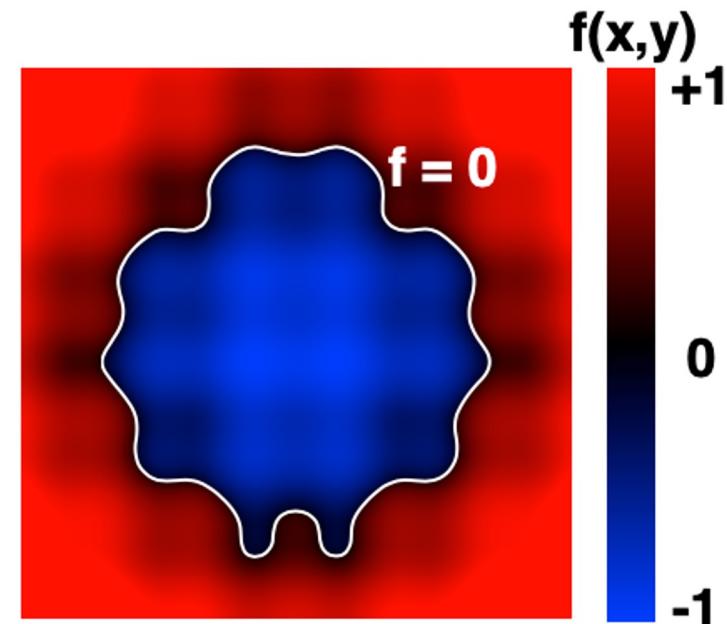


fonte: <https://rmanwiki.pixar.com/display/REN24/Implicit+Surfaces>

# Representação Implícita de Geometrias

- Os pontos satisfazem alguma relação especificada, por exemplo. esfera: todos os pontos em 3D, onde  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

Mais geralmente,  $f(x, y, z) = 0$

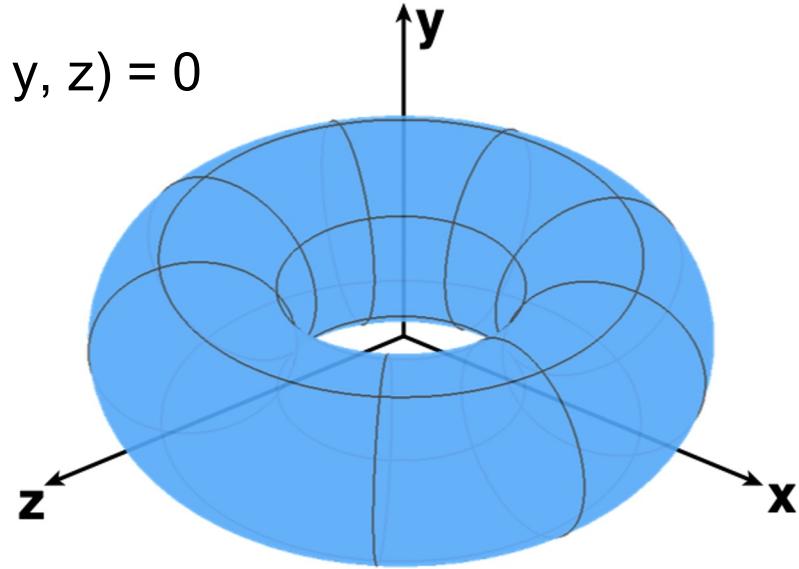


# Superfícies Implícitas

$$f(x, y, z) = (2 - \sqrt{x^2 + y^2})^2 + z^2 - 1$$

Amostrar pode ser complicado!

Quais pontos estão na superfície  $f(x, y, z) = 0$



Algumas tarefas são complicadas em representações implícitas

# Superfícies Implícitas

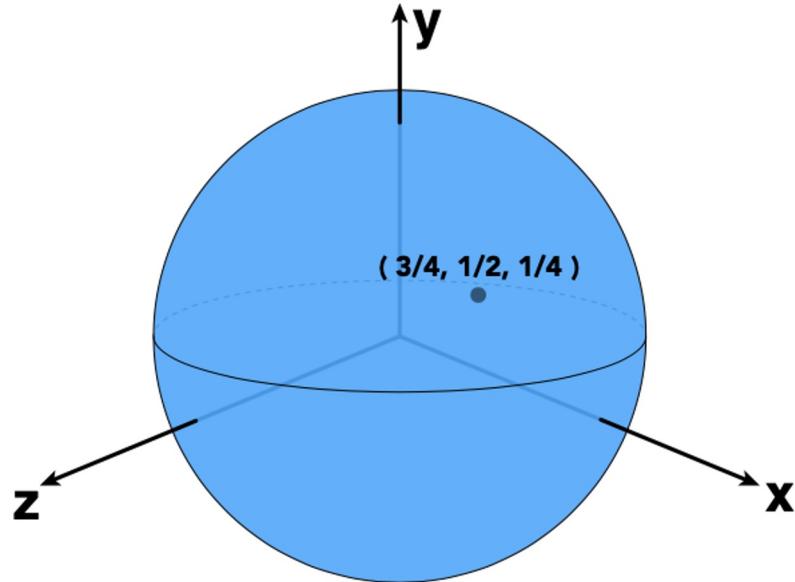
$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$$

Testar se dentro ou fora!

o ponto:  $(3/4, 1/2, 1/4)$  está dentro ou fora da esfera?

Apenas coloque na fórmula:  
 $f(x, y, z) = -1/8 < 0$

Está dentro.

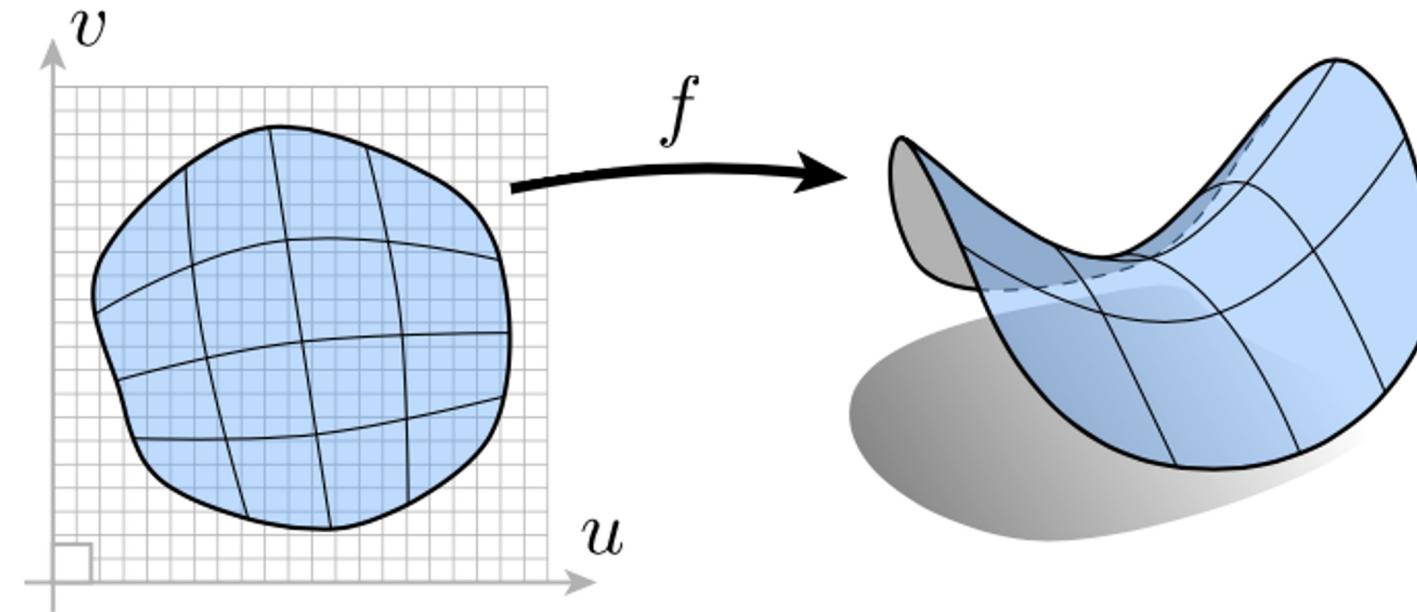


Algumas tarefas são mais simples em representações implícitas

# Representação Explícita de Geometrias

Todos os pontos são dados diretamente.

função típica:  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3; (u, v) \mapsto (x, y, z)$



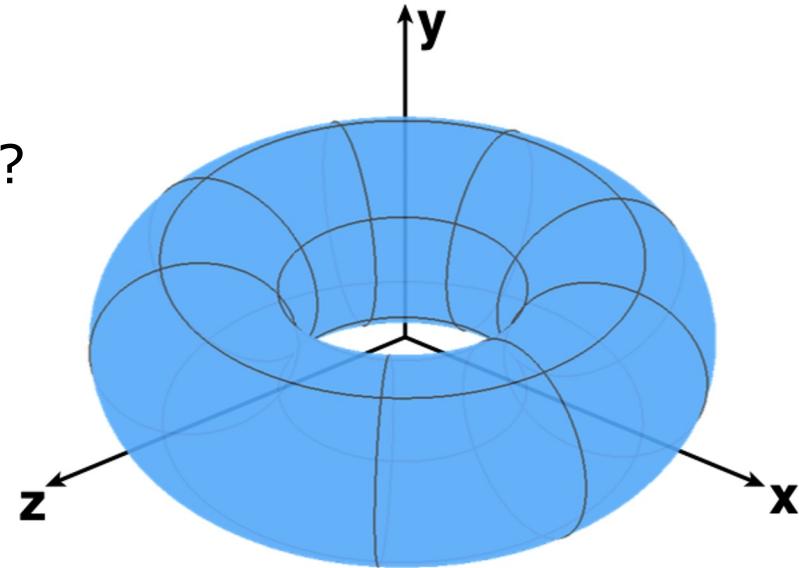
# Superfícies Explícitas

$$f(u, v) = ((2 + \cos u) \cos v, (2 + \cos u) \sin v, \sin u)$$

Amostrar pode ser simples!

Quais pontos estão na superfície?

Ponha os valores  $(u, v)$ !



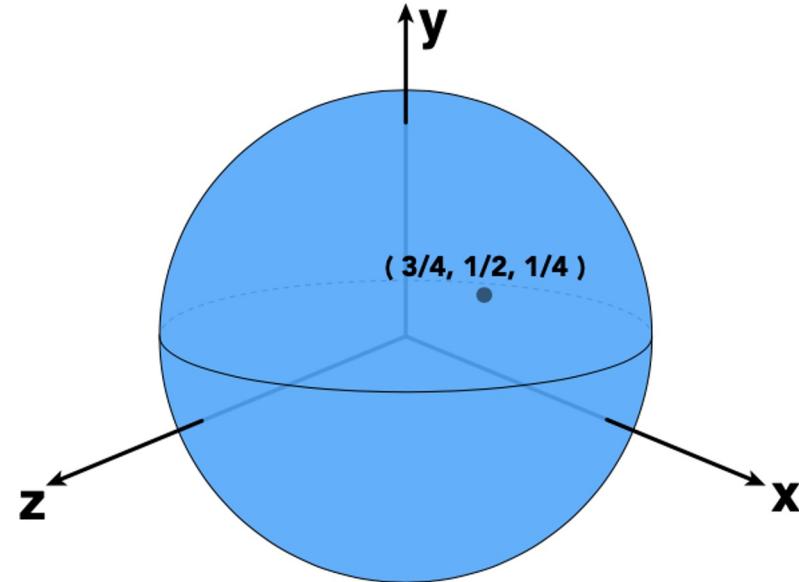
Algumas tarefas são mais simples em representações explícitas

# Superfícies Explícitas

$$f(u, v) = (\cos u \sin v, \sin u \sin v, \cos v)$$

Testar se dentro ou fora!

o ponto:  $(3/4, 1/2, 1/4)$  está  
dentro ou fora da esfera?



Algumas tarefas são complicadas em representações explícitas

# Representação Implícita em Computação Gráfica

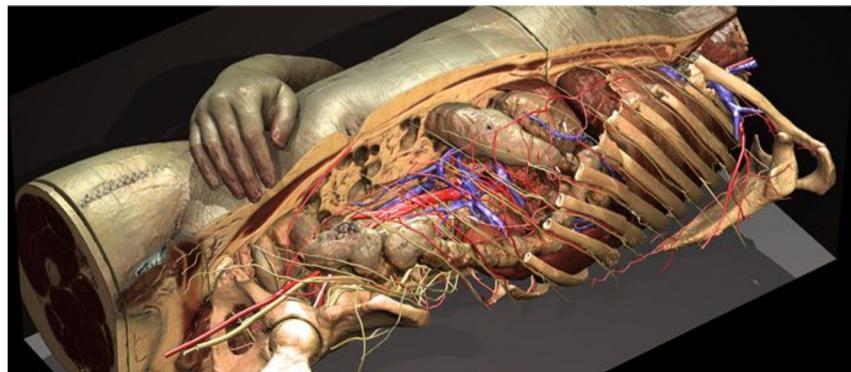
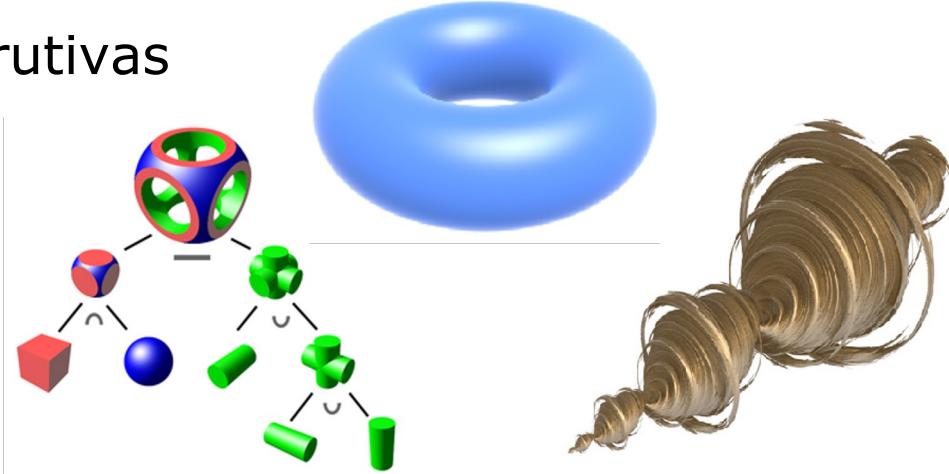
Geometrias Sólidas Construtivas

Superfícies Algébricas

Level sets

Blobby surfaces

Fractals



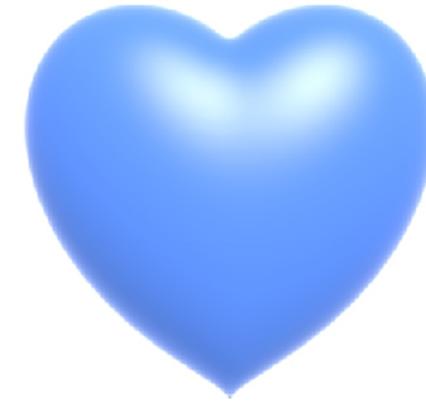
# Superfícies Algébricas (Implicitas)



$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$



$$(R - \sqrt{x^2 + y^2})^2 + z^2 = r^2$$



$$(x^2 + \frac{9y^2}{4} + z^2 - 1)^3 =$$

$$x^2 z^3 + \frac{9y^2 z^3}{80}$$



e figuras mais  
complexas?

# Vacas Esféricas



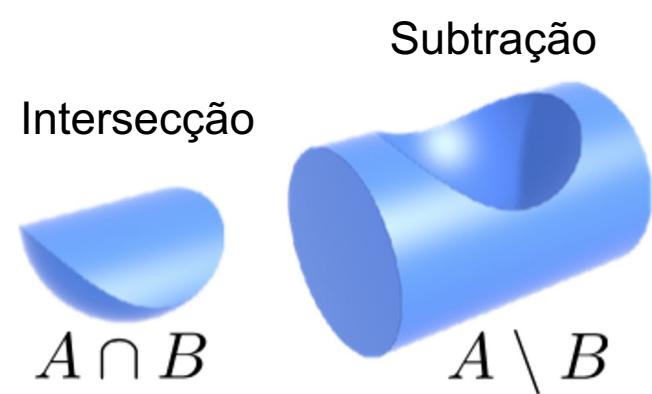
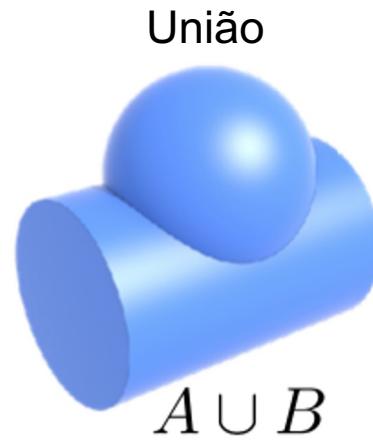
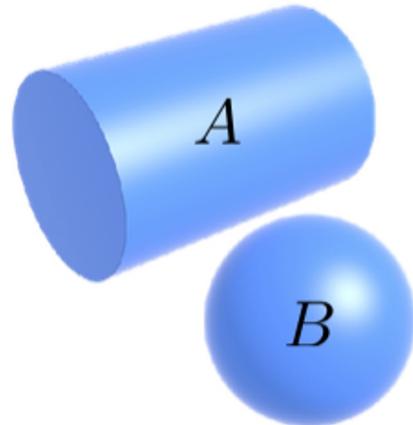
 gifs.com  
discover more on facebook/ROLLIN WILD

<https://www.youtube.com/watch?v=ba62uuv-5Dc>

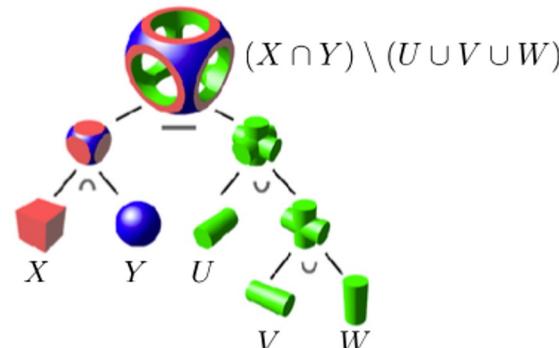
# Geometrias Sólidas Construtivas

(Constructive Solid Geometry - CSG)

Combina geometrias implícitas por meio de operações booleanas

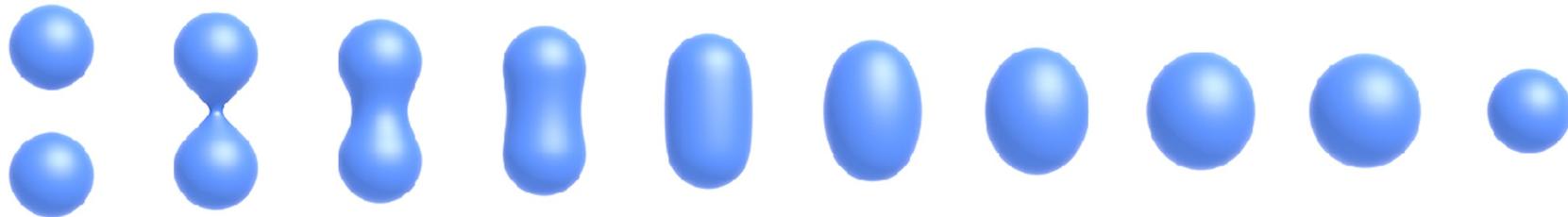


Expressões Booleanas:



# Blobby Surfaces (Implícita)

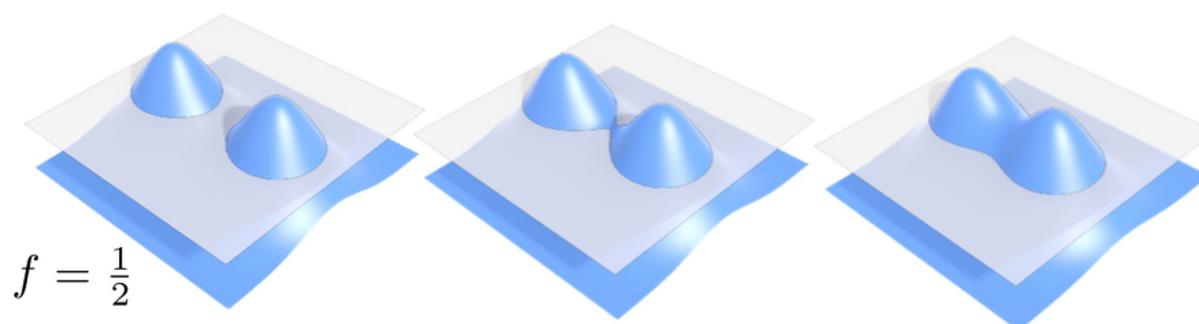
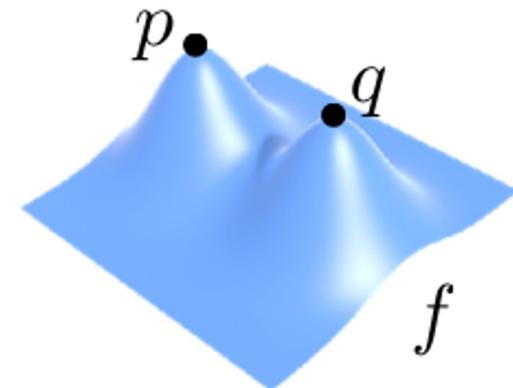
Em vez de booleanos, misture gradualmente as superfícies:



Mais fácil de entender em 2D:

$$\phi_p(x) := e^{-|x-p|^2}$$
 gaussiana centrada em  $p$

$$f := \phi_p + \phi_q$$
 soma das gaussianas nos diferentes centros



# Cena de Funções de Distância Puras (difícil)



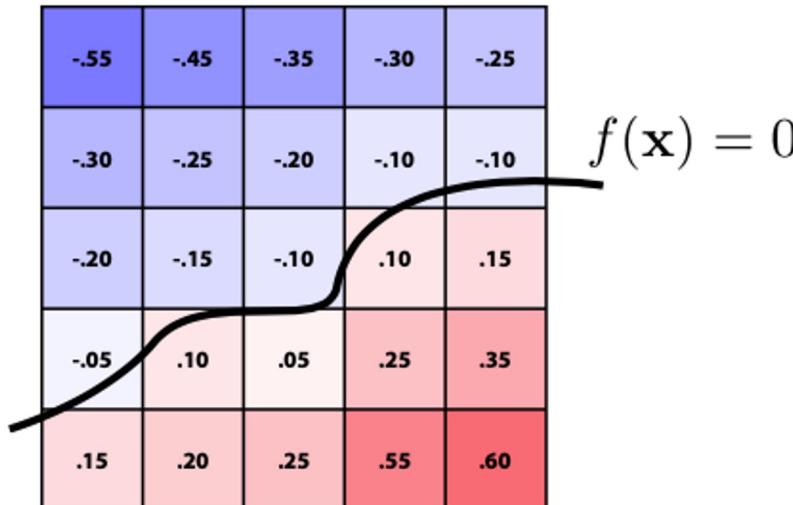
<http://iquilezles.org/www/material/nvscene2008/nvscene2008.htm>

# Level Set "Conjuntos de níveis" (Implícita)

As superfícies implícitas têm alguns recursos interessantes (fusão, divisão, ...)

Porém difícil descrever formas complexas de forma fechada

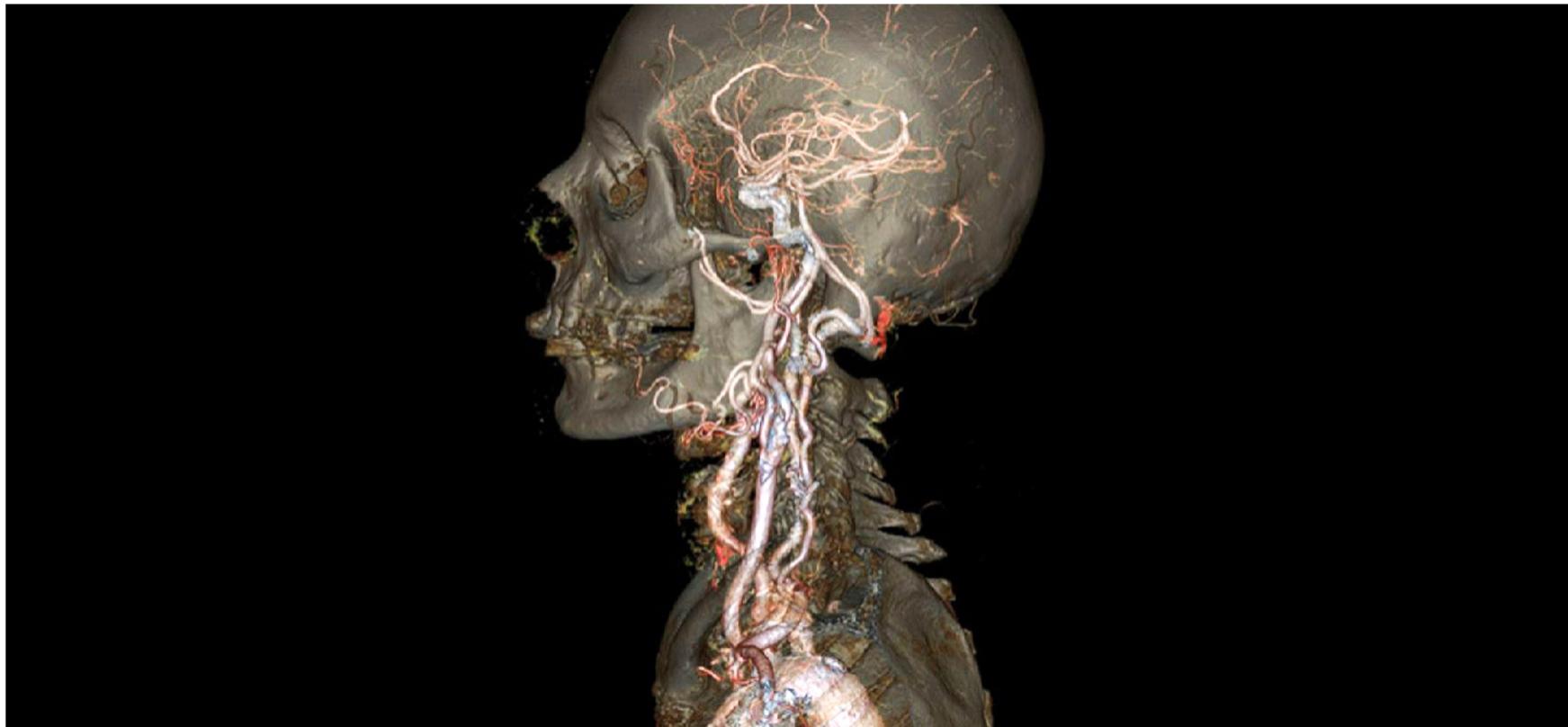
Alternativa: armazene um grid de valores aproximando a função



A superfície é encontrada onde os valores interpolados são iguais a zero  
Fornece controle muito mais explícito sobre a forma (como uma textura)

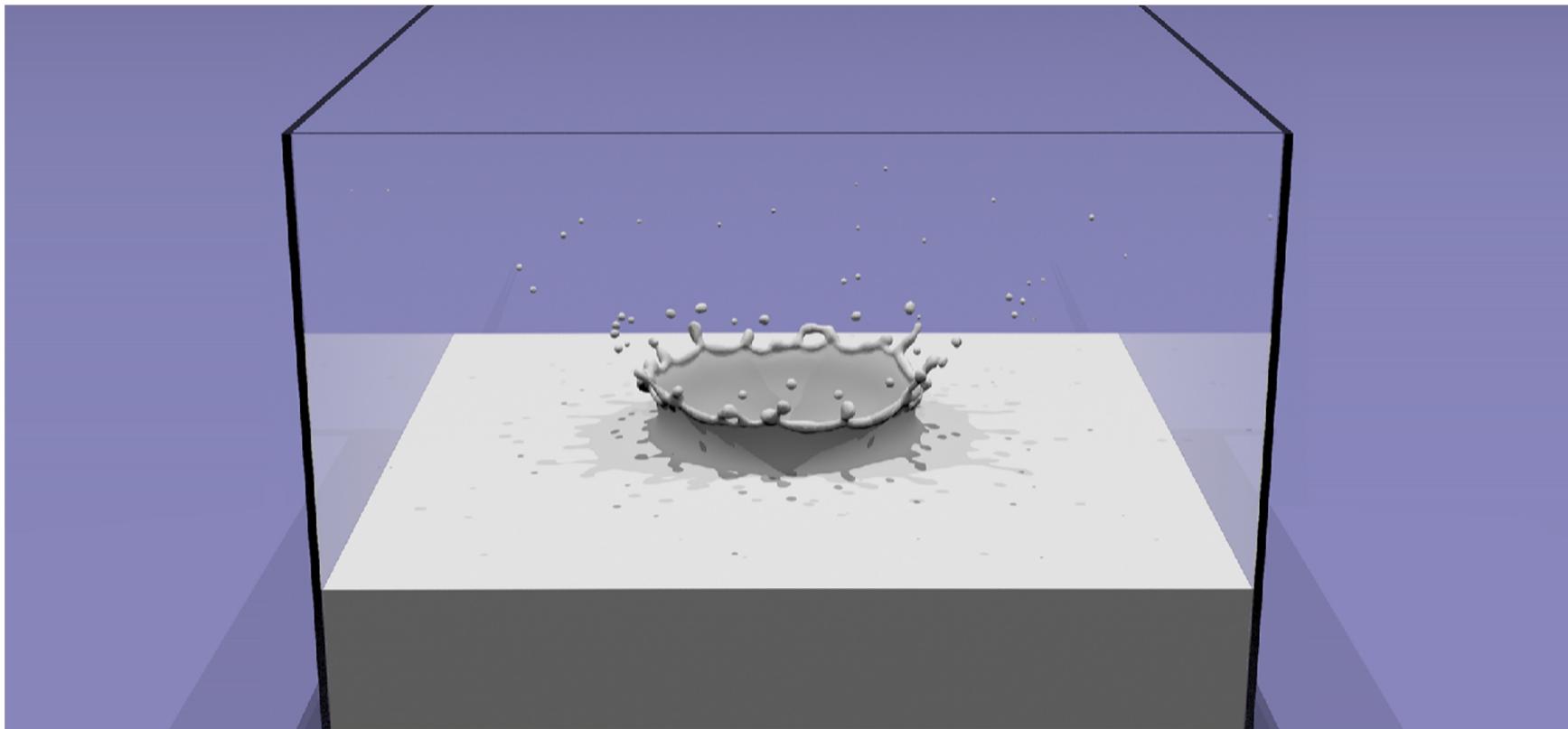
# Level Sets de Dados Médicos (CT, MRI, etc)

Level Sets codificam, por exemplo, densidade constante de tecidos



# Level Sets em Simulação Física

Level Sets codificam a distância do limite ar-líquido



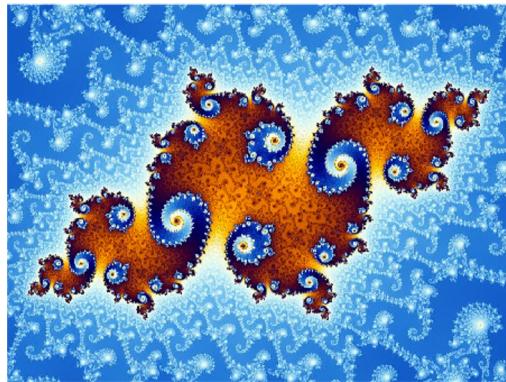
# Fractais (Implícita)

Exibe auto-similaridade

Detalhes em todas as escalas

“Linguagem” para descrever fenômenos naturais

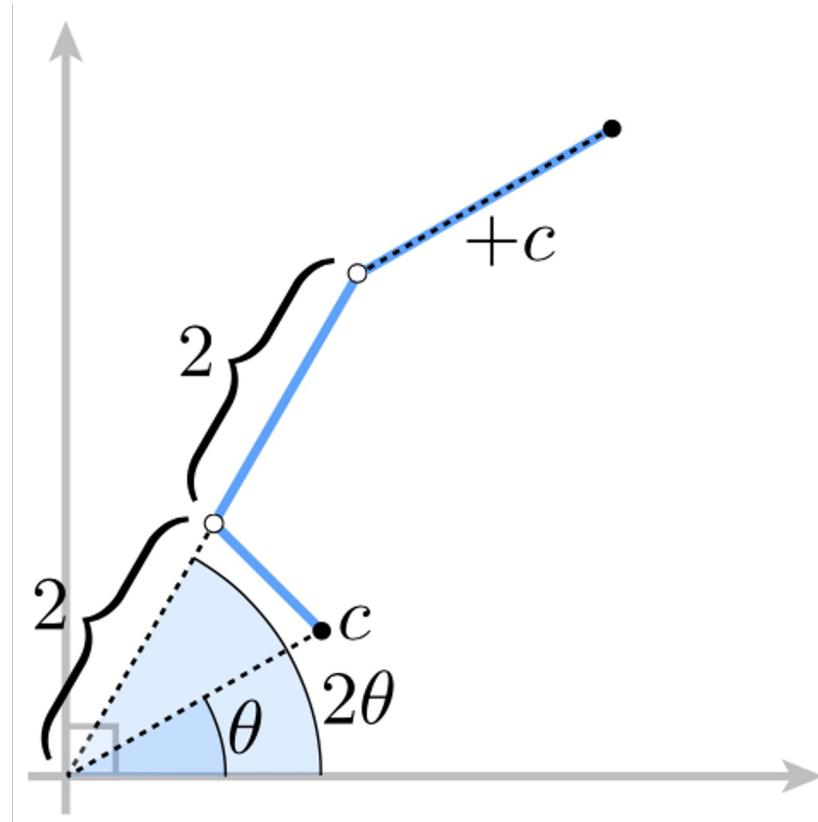
Forma difícil de controlar!



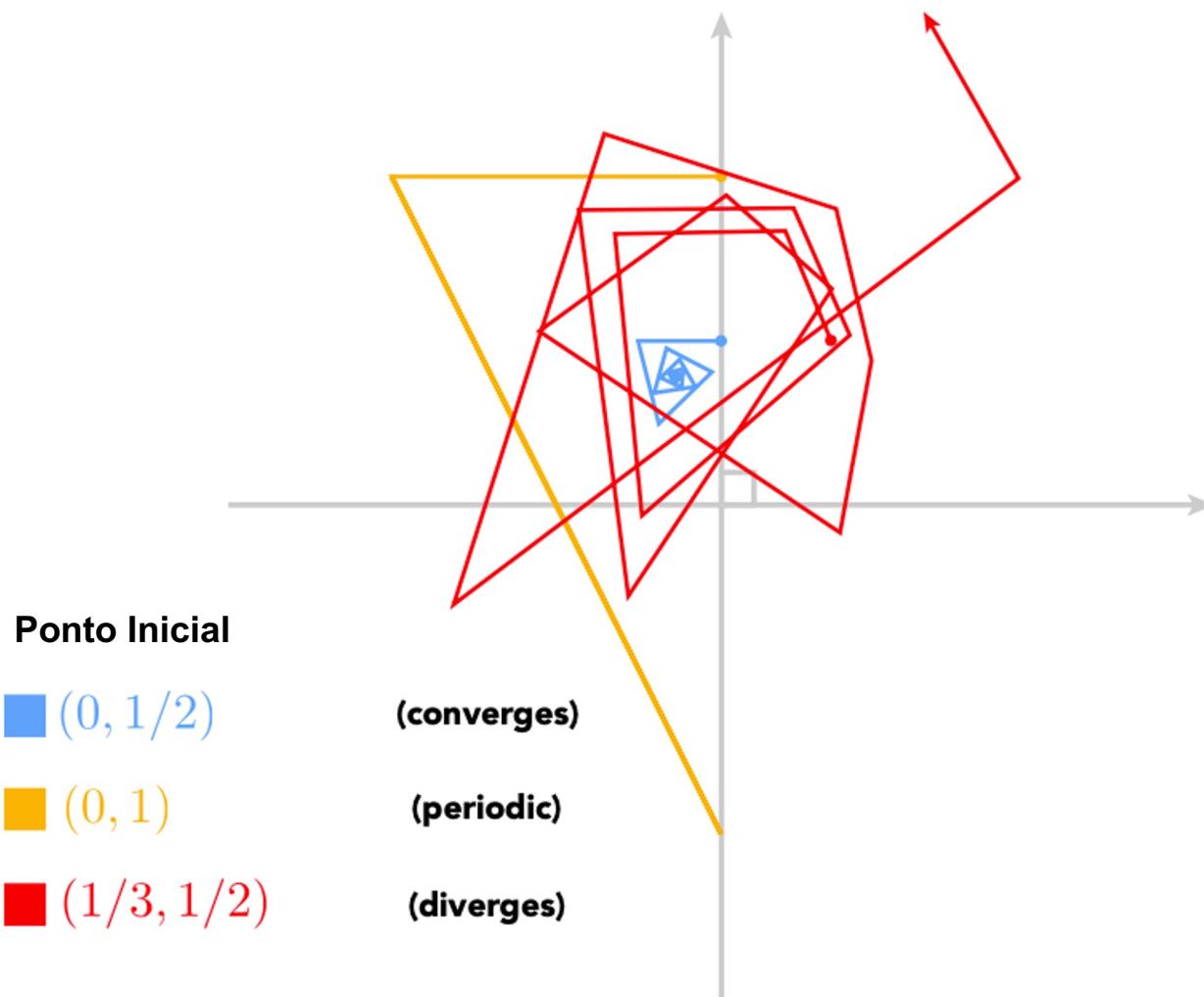
# Definição para Mandelbrot

Para cada ponto  $c$  no plano:

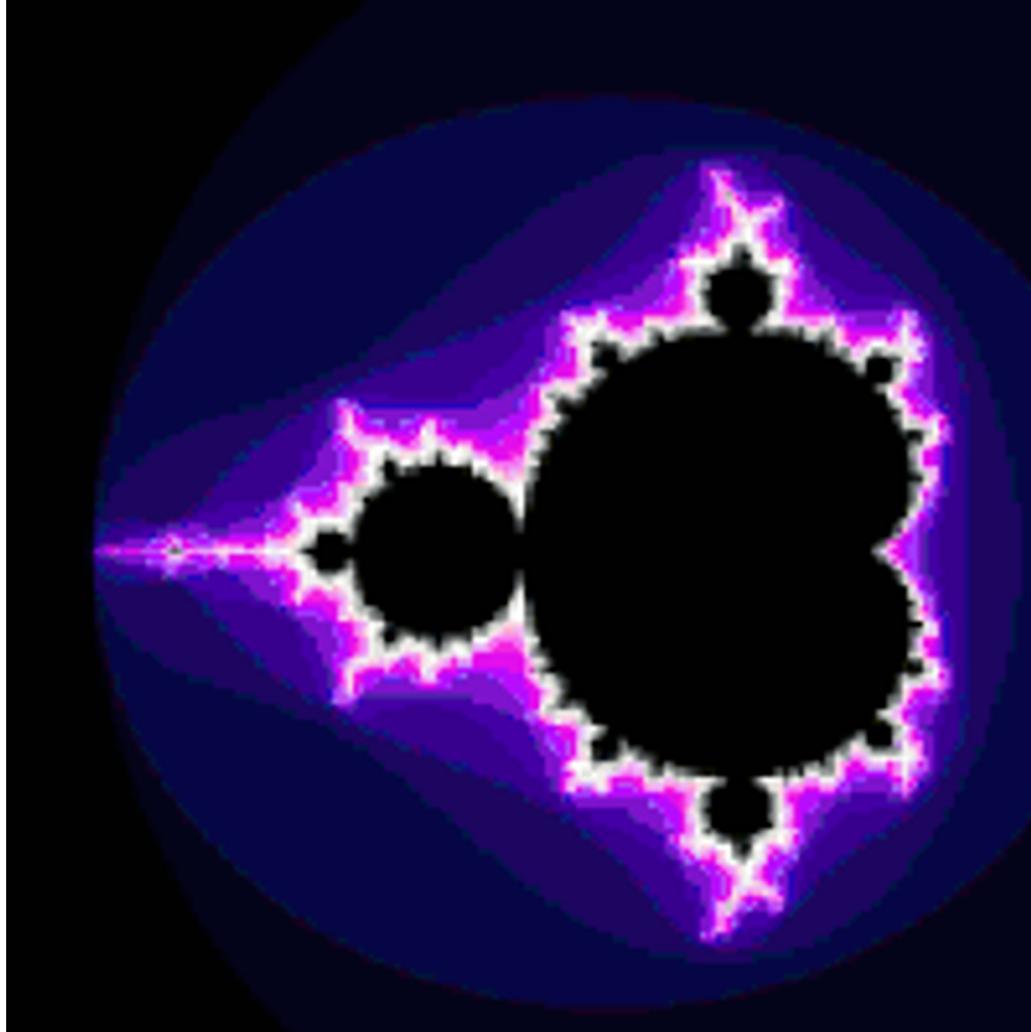
- dobre o ângulo
- eleve ao quadrado da magnitude
- adicione o ponto  $c$  original
- repita



# Exemplo do Mandelbrot



# Zoom no Mandelbrot



# Representação Implícita – Prós e Contras

Prós:

- A descrição pode ser muito compacta (por exemplo: polinomial)
- Certas consultas são fáceis (dentro do objeto, distância à superfície)
- Boas para interseção de raio na superfície
- Para formas simples, descrição exata, nenhum erro de amostragem
- Fácil de lidar com mudanças na topologia (por exemplo: fluido)

Contras:

- Difícil encontrar todos os pontos na forma (por exemplo: desenhar)
- Difícil de modelar formas complexas

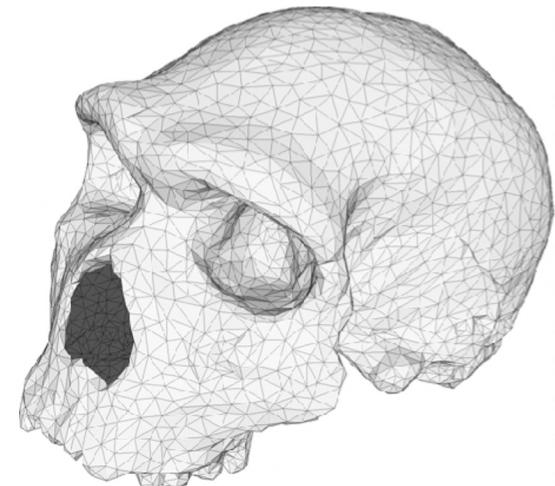
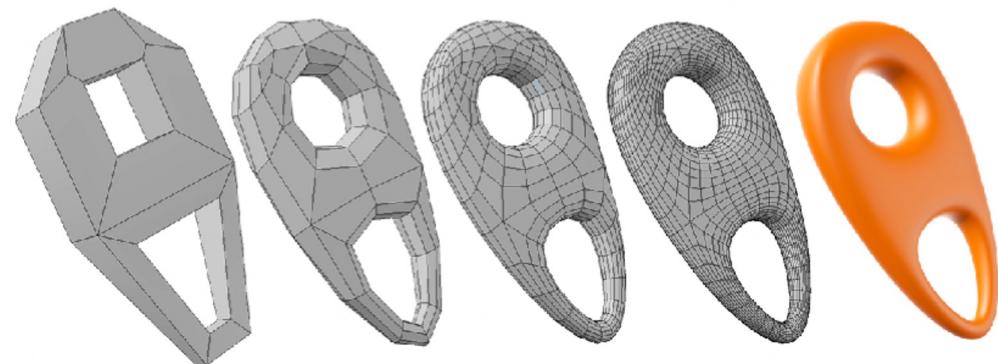
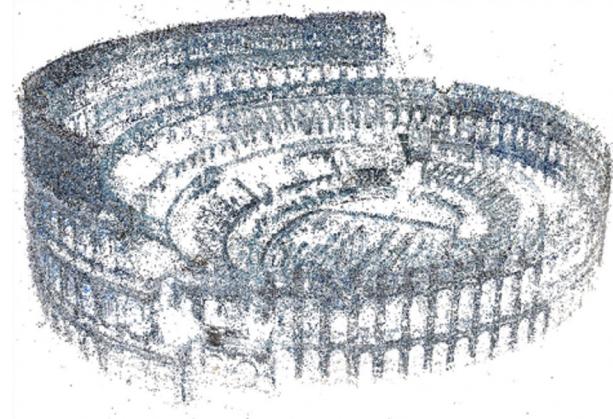
# Representação de superfícies Explícitas



# Muitas representações explícitas em CG

malhas de triângulo  
superfícies de Bézier  
*subdivision surfaces*  
NURBS  
nuvens de pontos

...



# Nuvem de Pontos (explícita)

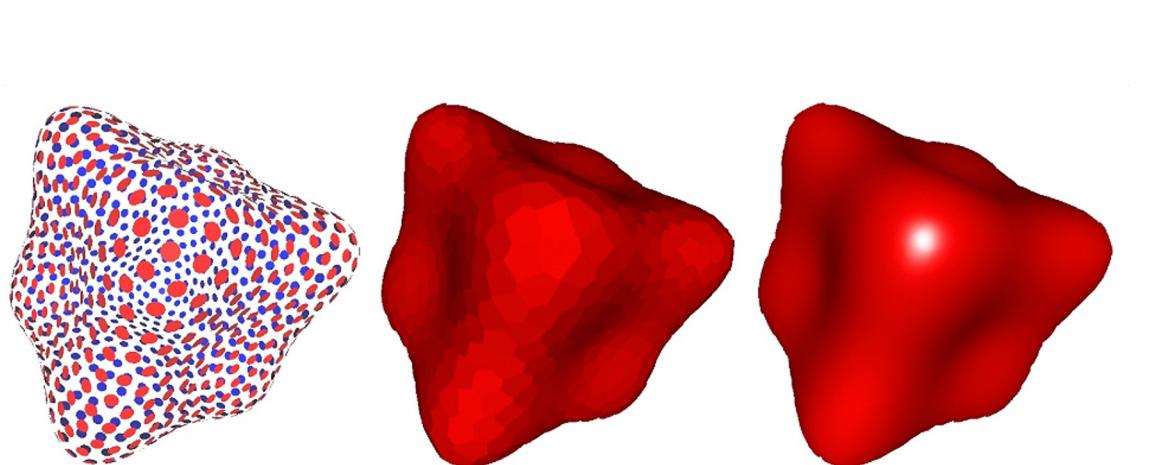
Representação simples: lista de pontos ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ )

Frequentemente inclui vetores normais

Facilmente representa qualquer tipo de geometria

Útil para grandes conjuntos de dados ( $>> 1$  ponto/pixel)

Difícil de desenhar em regiões com poucas amostras



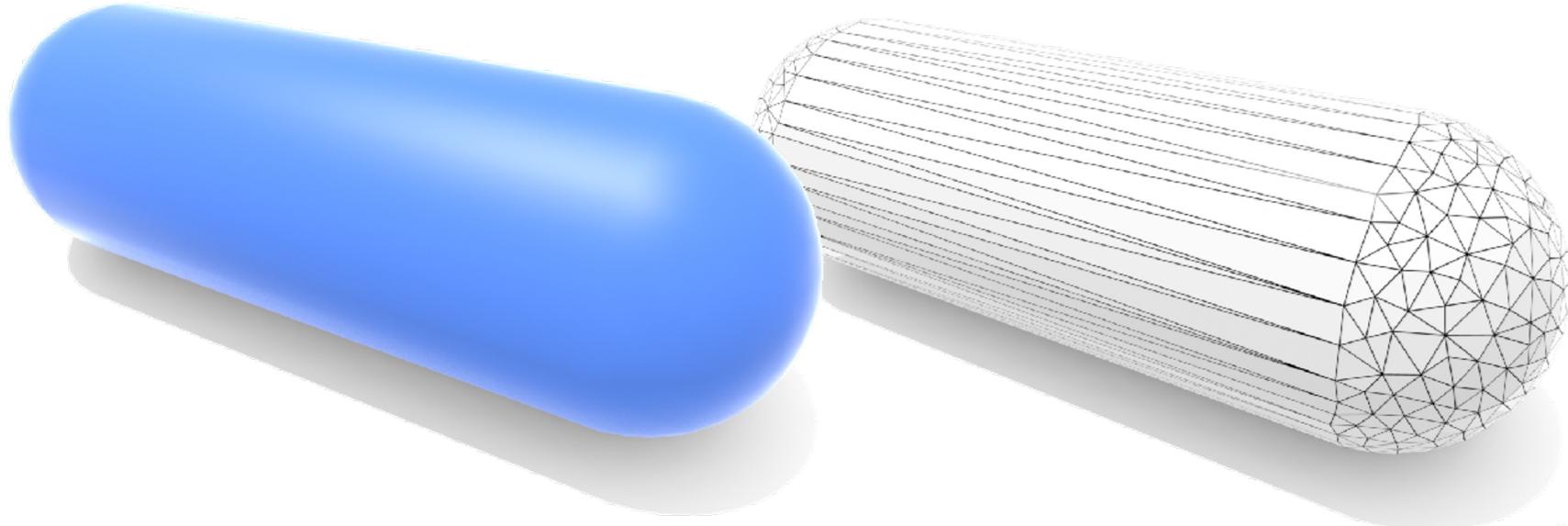
# Malha de Polígonos (explícita)

Armazene vértices e polígonos (geralmente triângulos)

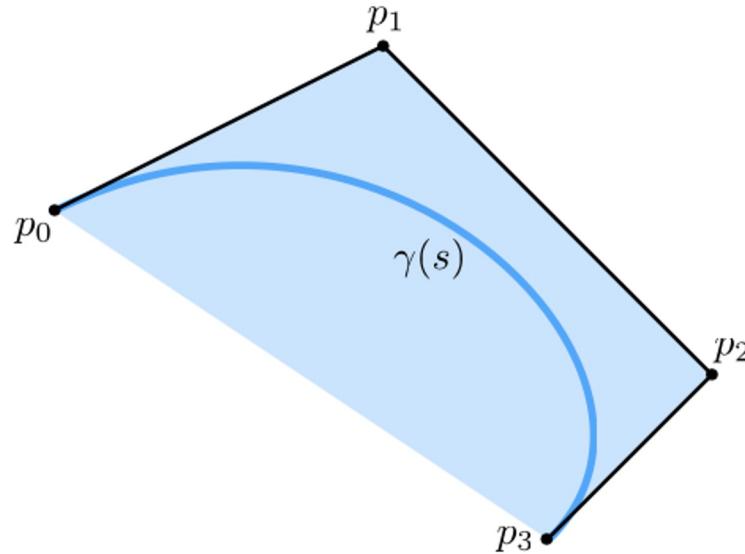
Mais fácil de fazer processamento, amostragem adaptativa

Estruturas de dados mais complicadas

A representação mais comum em computação gráfica

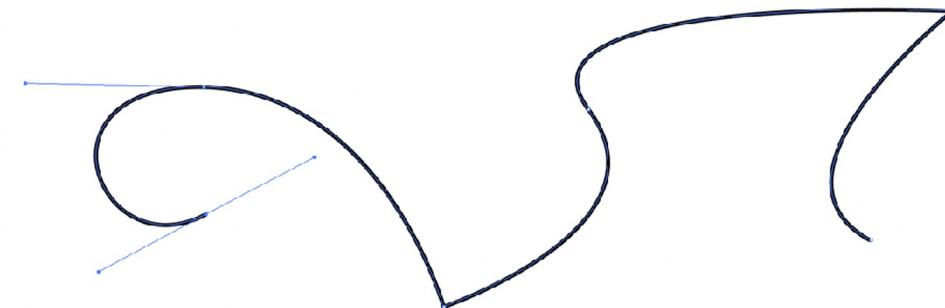


# Curvas Bézier (explícita)



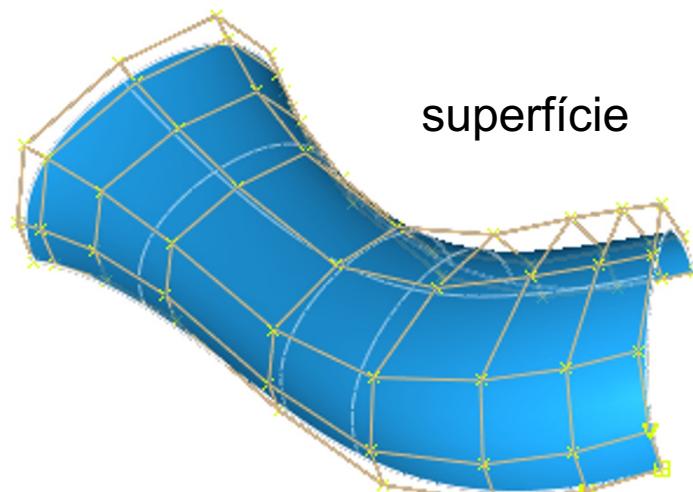
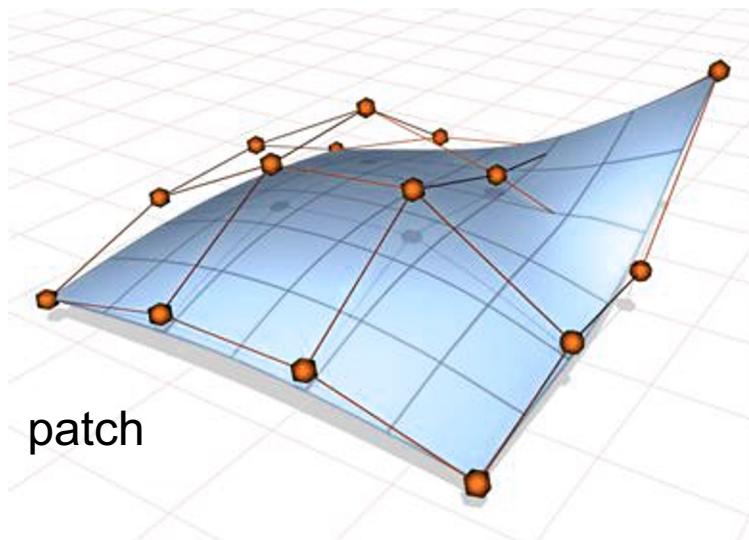
Curvas Bézier

Bézier por partes



# Superfícies Bézier (explícita)

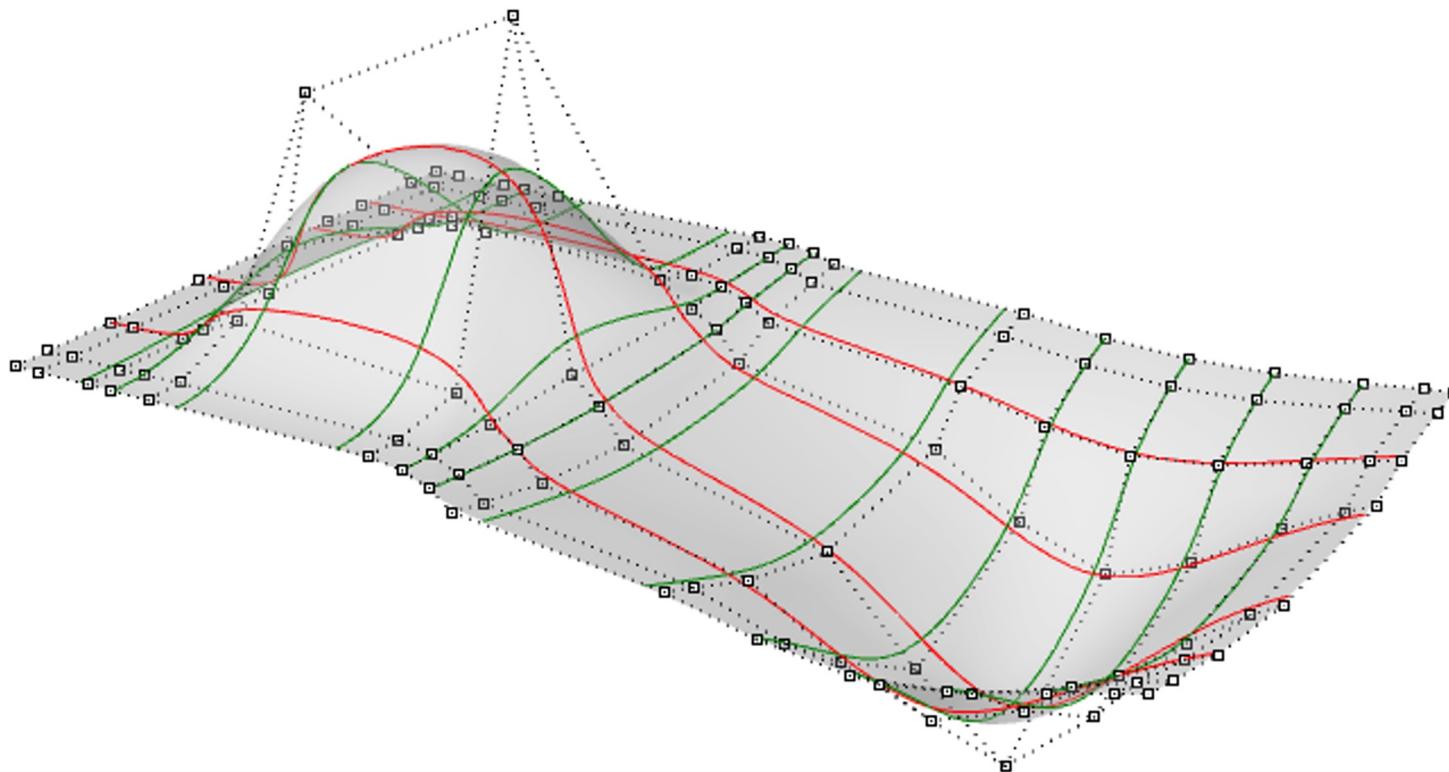
Use o produto tensorial das curvas de Bézier para obter um trecho da superfície (patch)



Vários patches Bézier formam uma superfície

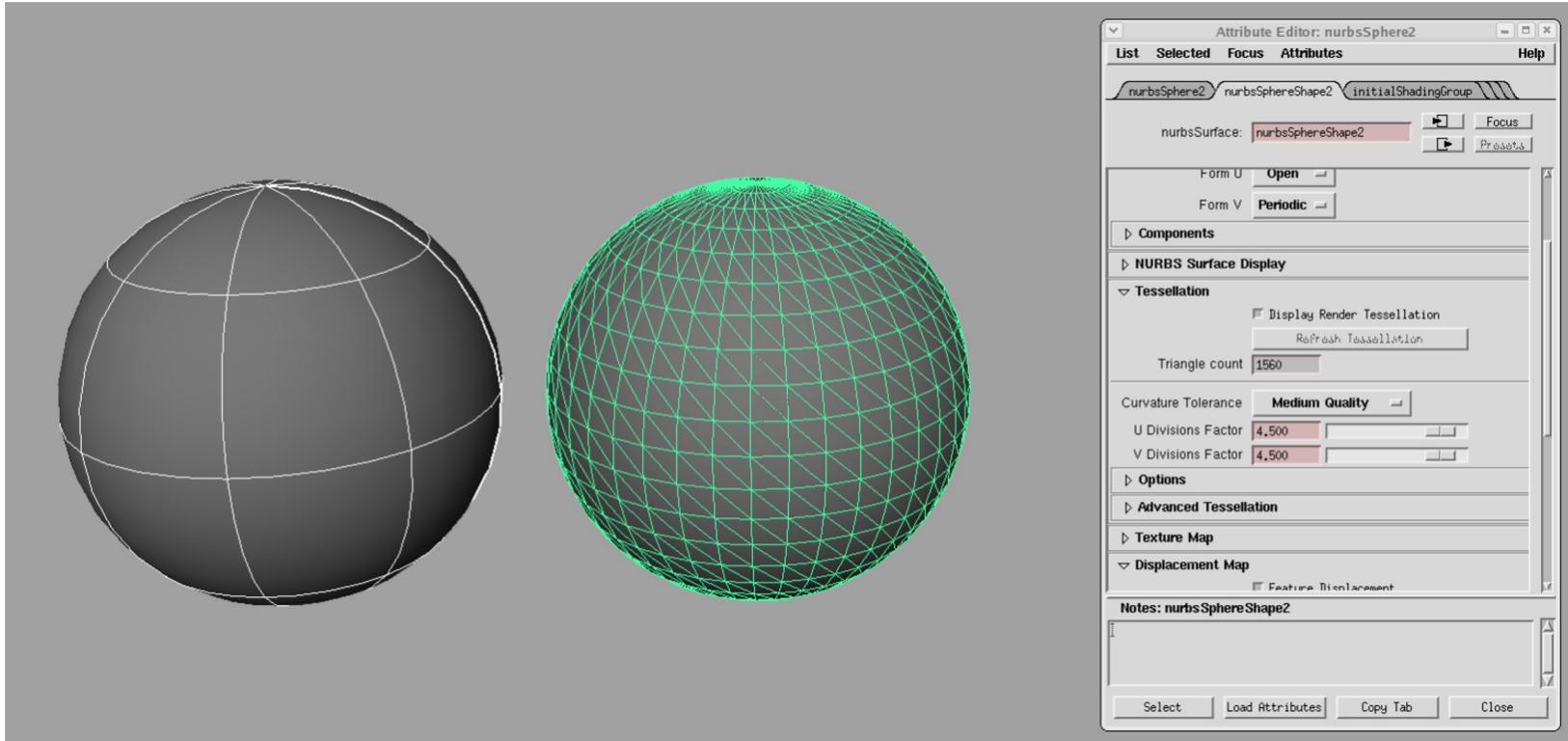
# NURBS (Non-uniform rational B-spline)

Funciona como um grid de curvas Spline.



# Render Tessellation

Define o grau de tecelagem do rendering para superfícies NURBS



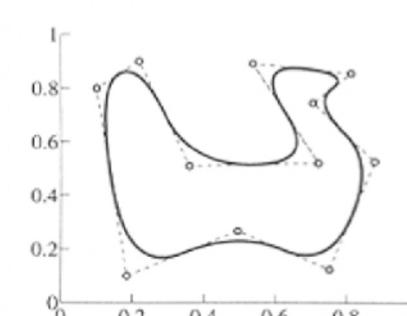
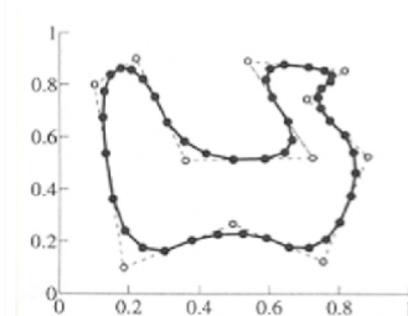
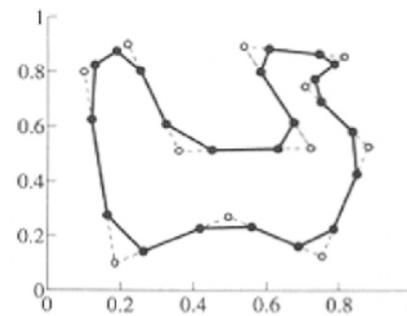
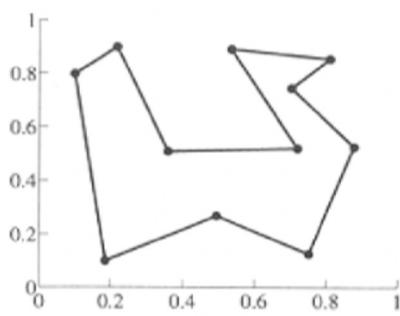
# Subdivision Curves (explícita)

Ponto de partida alternativo para curvas suaves: subdivisão

Iniciar com polígono de controle

Insira um novo vértice em cada ponto médio da aresta

Atualize as posições dos vértices de acordo com a regra



# Subdivision Surfaces (explícita)

Comece com uma malha de polígono grosseira

Subdivide cada elemento

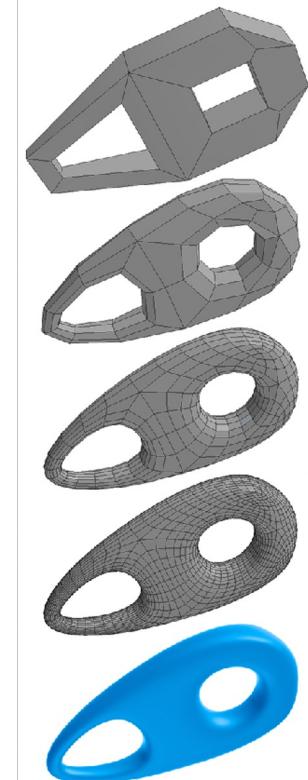
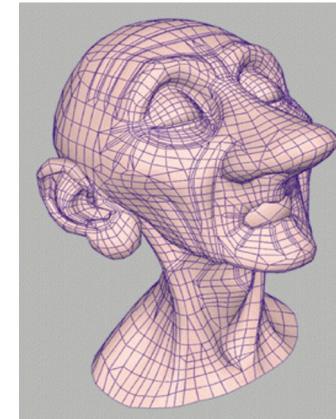
Atualizar vértices por meio da média local

Muitas regras possíveis:

- Catmull-Clark (quads)
- Loop (triângulos)
- ...

Problemas comuns:

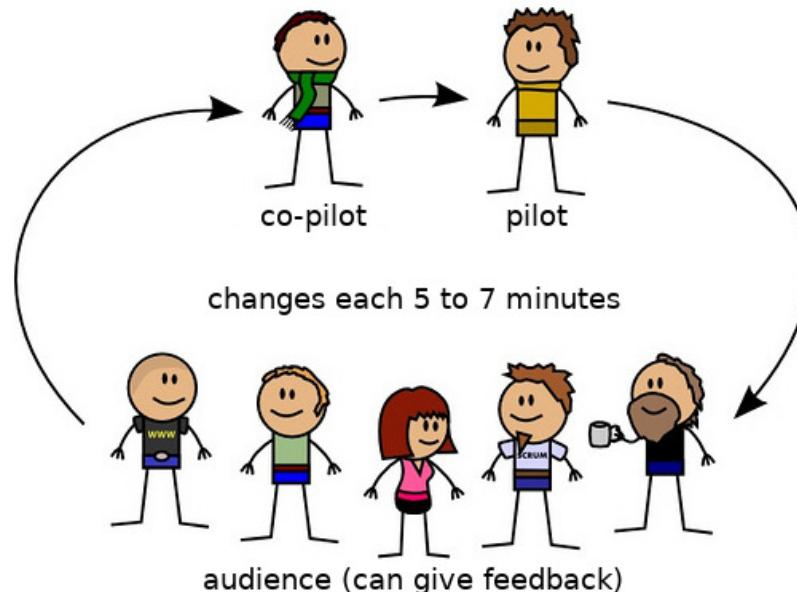
- interpolando ou aproximando?
- continuidade nos vértices?



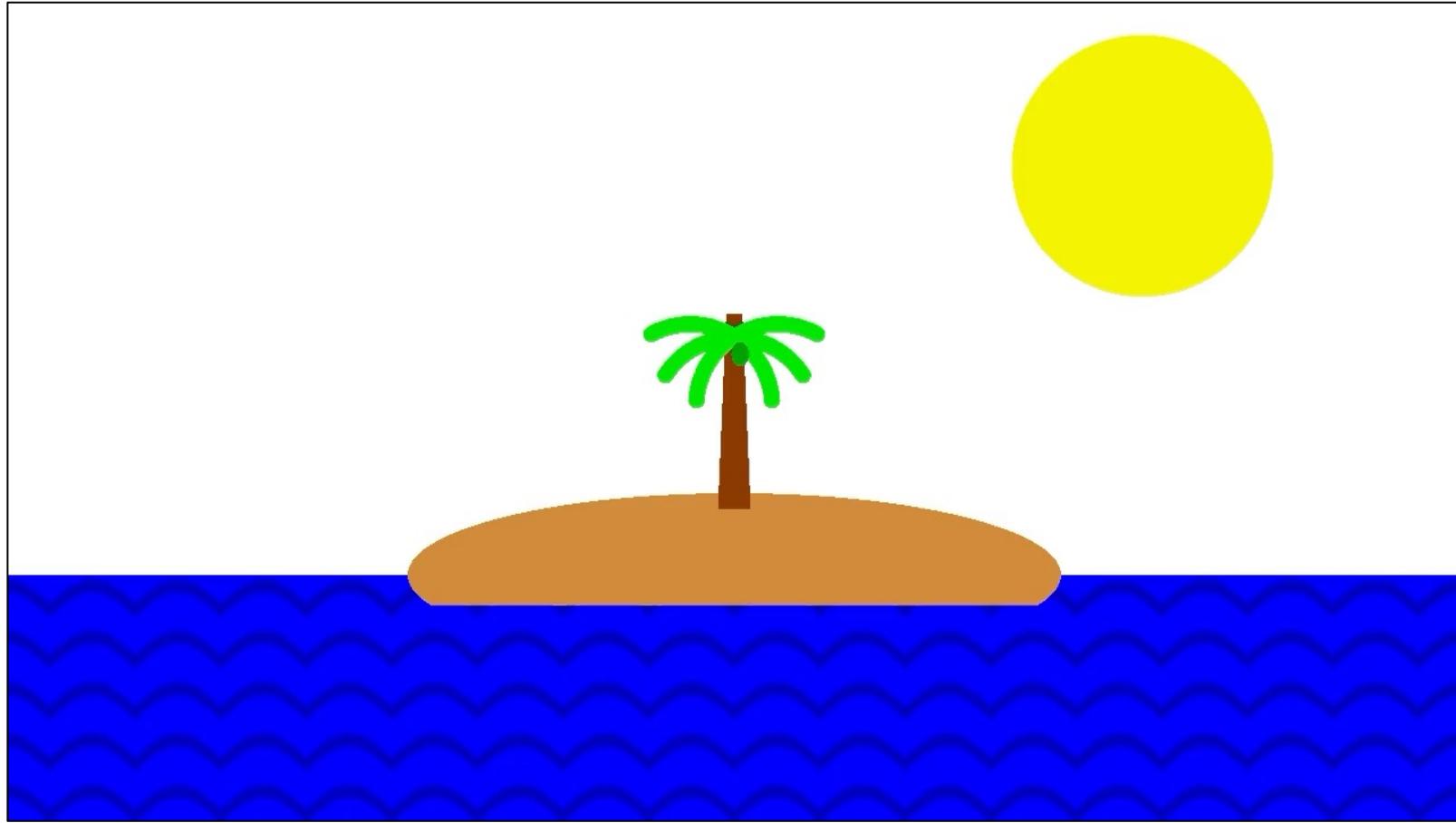
Relativamente fácil para modelagem; mais difícil garantir a continuidade

# Coding Dojo / Mob Programming

- Um computador com tela visível para todos
- Um piloto, um copiloto e um mestre
- Demais participantes em plateia



# Desafio



# Computação Gráfica

Luciano Soares  
[<lpsoares@insper.edu.br>](mailto:lpsoares@insper.edu.br)