|  |  |
| --- | --- |
| Engenharia |  |

Computação Gráfica

2020.2

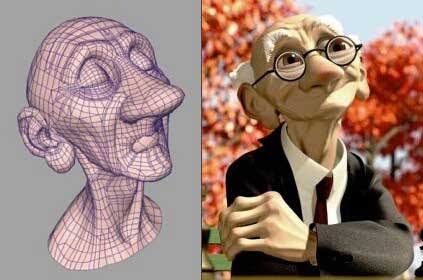
Aula 5 - Transformações

Exercícios selecionados de Matemática da Variação, por: Fabio Orfali e Leonidas Sandoval

Em função desta tarefa não ser impressa, você pode simplesmente anotar os valores numericamente quando for necessário desenhar algo.

Transformações

**1. Transformações de figuras no plano**

A Computação Gráfica, área da computação que trata da produção e representação de informações por meio de imagens, animações e vídeos, tem se desenvolvido muito rapidamente nos últimos anos. Prova disso é a evolução das imagens de desenhos animados e videogames que testemunhamos a cada novo lançamento.

Mas você já pensou no que existe por trás da geração de imagens tão complexas? E nos processos utilizados para produzir movimento a partir dessas imagens?

Nesta aula, vamos mostrar como alguns elementos matemáticos, mais especificamente as **matrizes e os vetores**, constituem-se em importantes ferramentas computacionais para construir e movimentar imagens em geral.

Uma imagem contendo branco, grande, grupo

Descrição gerada automaticamente**1.** No plano cartesiano ao lado, faça o que se pede nos itens a seguir.

**a)** Represente o quadrilátero , de vértices , , e . (opcional)

**b)** Vamos associar cada vértice do quadrilátero a um vetor. Para isso, desenhe os segmentos orientados , , e , sendo a origem do sistema de coordenadas.

**c)** Deseja-se mover o quadrilátero de modo que ele realize uma rotação de , no sentido anti-horário, em torno do ponto . Para isso, pode-se pensar na rotação correspondente de cada um dos vetores representados pelos segmentos orientados que você desenhou. Desenhe o segmento orientado , obtido da rotação de de , no sentido anti-horário, em torno do ponto . Em seguida, justifique com argumentos geométricos a construção realizada.

**d)** Realize a mesma rotação do item **c** com os segmentos orientados , e . Em seguida, desenhe o quadrilátero , obtido pela rotação de do quadrilátero , no sentido anti-horário, em torno do ponto .

As operações que você realizou no item **1** (por exemplo, a obtenção do vetor a partir do vetor ) podem ser interpretadas como **transformações vetoriais**: partindo de um vetor , obedecendo determinadas regras, obtemos outro vetor , como ilustrado na figura abaixo.

**2.** A interpretação acima é muito similar à de um objeto algébrico que você estuda há algum tempo, desde o início do Ensino Médio. De que objeto algébrico estamos falando?

Considerando sua resposta ao item **2**, seria interessante pensar em uma lei algébrica que descrevesse a transformação vetorial estudada. Isso pode ser feito relacionando cada vetor a uma **matriz-coluna** (matrizes-coluna são aquelas que possuem uma única coluna), como sugerido a seguir

**3.** Vamos chamar de a transformação estudada no item **1**. Assim, podemos escrever que o vetor será associado ao vetor .

**a)** Observando os resultados obtidos no item **1**, escreva o vetor em função de e .

**b)** Obtenha uma matriz quadrada , de ordem , tal que .

A matriz que você escreveu pode ser considerada a lei algébrica da transformação vetorial , uma vez que, para todo vetor , temos .

**4.** Considere a transformação vetorial que, para cada vetor do plano, associa o vetor obtido pela rotação de em torno da origem, no sentido anti-horário, de um ângulo α. A figura abaixo mostra os vetores e .

Mapa com linhas pretas em fundo branco

Descrição gerada automaticamente

**a)** Sendo , escreva e em função de e .

**b)** Escreva e em função de , e . Em seguida, usando o resultado do item **a**, represente e em função de , e .

**c)** Obtenha a matriz que representa a lei algébrica da transformação vetorial .

Nesta atividade, estabelecemos algumas relações importantes em uma transformação vetorial: os vetores foram associados a matrizes-colunas e a lei da transformação a uma matriz. Com isso, as transformações vetoriais podem ser aplicadas a diferentes contextos.

**5.** Considere a transformação entre vetores dada pela matriz .

**a)** Sendo , , e , calcule , , e .

**b)** No plano cartesiano a seguir, desenhe os quadriláteros e , correspondentes às extremidades dos vetores , , , e , , , , respectivamente. (opcional)

Uma imagem contendo foto, branco, luz, laranja

Descrição gerada automaticamente

Em razão do efeito que você pôde observar na figura anterior, a matriz é chamada de *matriz de cisalhamento* (nesse caso, cisalhamento horizontal).