

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP BINARY SEARCH

BTBS02: Tìm vị trí

Yêu cầu: Cho mảng A có n phần tử số nguyên và một số nguyên x. Hãy lập trình thực hiện các yêu cầu sau:

- Sắp xếp mảng A tăng dần
- Tìm vị trí đầu tiên của phần tử x trong mảng A
- Tìm vị trí cuối cùng của phần tử x trong mảng A
- Tìm vị trí đầu tiên của phần tử lớn hơn x trong mảng A

Dữ liệu:

- Dòng đầu cho 2 số nguyên n và x ($0 < n \leq 10^7$)
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên cách nhau khoảng trắng là giá trị các phần tử trong mảng A.
- x, và Ai có giá trị trong miền giá trị kiểu int

Kết quả: Ghi ra các vị trí tìm kiếm theo yêu cầu, mỗi vị trí trên một dòng theo định dạng như testcase mẫu. Trường hợp không tìm thấy thì dòng đó ghi "No"

Ví dụ:

Dữ liệu	Kết quả
10 3 1 1 2 2 3 3 3 5 7 9	Vị trí đầu tiên của 3 trong mảng A là 5 Vị trí cuối cùng của 3 trong mảng A là 7 Vị trí của phần tử đầu tiên > 3 trong mảng A là 8, giá trị 5

Hướng dẫn giải:

Nhận xét: Binary search cải tiến

Cấu trúc dữ liệu:

```
const int nmax = 1e7+5;
int a[nmax], n, x, vt;
```

- Mảng số nguyên A lưu dữ liệu đầu vào
- Biến N lưu số lượng phần tử của mảng
- Biến X lưu giá trị phần tử cần tìm
- Biến VT lưu vị trí phần tử X tìm được trong mảng A theo yêu cầu đề bài.

Giải thuật:

- Tìm vị trí đầu tiên của X trong mảng A: kế thừa từ thuật toán tìm kiếm nhị phân của phần tử X gặp đầu tiên trong mảng A.
 - Bổ sung thêm 1 biến VT
 - Ban đầu VT = -1
 - Nếu $A[mid] == X$ thì
 - $VT = mid$
 - Vì ta cần tìm phần tử tận cùng bên trái trong mảng A có giá trị bằng X nên lúc này ta không thoát khỏi hàm tìm kiếm nhị phân mà sẽ giảm $R = mid - 1$ sau đó tiếp tục thực hiện việc tìm kiếm cho đến khi mảng A không còn chia đôi được nữa ($L > R$)
- Tìm vị trí cuối cùng của X trong mảng A: kế thừa từ thuật toán tìm kiếm nhị phân tìm phần tử X đầu tiên trong mảng A tuy nhiên sau khi gặp phần tử có giá trị bằng X thì ta sẽ tăng $L = mid + 1$ sau đó tiếp tục thực hiện việc tìm kiếm cho đến khi mảng A không còn chia đôi được nữa ($L > R$)

- Tìm vị trí đầu tiên của phần tử lớn hơn x trong mảng A : kế thừa từ thuật toán tìm kiếm nhị phân tìm vị trí phần tử X đầu tiên trong mảng A tuy nhiên điều kiện để cập nhật vị trí là $A[\text{mid}] \leq X$.
- Tìm vị trí đầu tiên của phần tử nhỏ hơn x trong mảng A : kế thừa từ thuật toán tìm kiếm nhị phân tìm vị trí đầu tiên của phần tử lớn hơn x trong mảng A
 - o Tuy nhiên điều kiện để cập nhật vị trí là $A[\text{mid}] \geq X$.
 - $\text{VT} = \text{mid}$
 - $R = \text{mid} - 1$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1	2	4	4	4	4	4	7	7	10	12

BTBS03: Tìm phần tử

Yêu cầu: Cho hai dãy số nguyên $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ và $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$. Với mỗi phần tử của dãy b_j của dãy B , hãy tìm phần tử a_i của dãy A gần b_j nhất. Nếu có nhiều hơn một phần tử thỏa mãn, hãy đưa ra phần tử a_i có giá trị nhỏ nhất.

Dữ liệu:

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương $m, n \leq 10^6$
- Dòng 2 chứa m số nguyên a_1, a_2, \dots, a_m ($\forall i: |a_i| < 2 \cdot 10^9$)
- Dòng 3 chứa n số nguyên b_1, b_2, \dots, b_n ($\forall j: |b_j| < 2 \cdot 10^9$)

Kết quả: Gồm n dòng, dòng thứ j là kết quả tìm được của số b_j .

Ví dụ:

Dữ liệu	Kết quả
5 5	1
1 3 5 7 9	3
2 4 8 1 6	7
	1
	5

Hướng dẫn giải:

Nhận xét: Binary search cải tiến

Cấu trúc dữ liệu:

```
int a[nm], b[nm], m, n;
```

- Mảng số nguyên A, B lưu dữ liệu đầu vào
- Biến M, N lưu số lượng phần tử của mảng

Giải thuật:

- Nhận xét: Tìm phần tử a_i gần b_j nhất có nghĩa $\text{abs}(A_i - B_j)$ là bé nhất.
- Cách 1:
 - Vì đề bài có nói nếu có nhiều phần tử A_i thỏa mãn thì lấy A_i bé nhất do đó ta thực hiện tìm kiếm nhị phân để tìm ra vị trí (VT) phần tử $A[i]$ đầu tiên lớn hơn B_j
 - Xét 3 trường hợp
 - Nếu VT = -1 (B_j lớn hơn tất cả các phần tử trong mảng A) lúc này phần tử trong A thỏa mãn gần B_j nhất chính là $A[m-1]$
 - Nếu VT = 0 (phần tử nhỏ nhất trong mảng A bằng với B_j) lúc này $A[0]$ chính là phần tử thỏa mãn yêu cầu.
 - Xét độ chênh lệch giữa $A[VT] - B_j$ và $A[VT-1] - B_j$, nếu giá trị nào nhỏ hơn thì xuất phần tử A tại vị trí đó.
- Cách 2:
 - Ban đầu giả sử phần tử $A[0]$ là giá trị cần tìm thỏa yêu cầu đề bài $SO = A[0]$
 - Ở mỗi bước tìm kiếm nhị phân, nếu chênh lệch giữa $A[mid]$ và B_j nhỏ hơn hoặc bằng chênh lệch giữa SO và B_j và $A[mid]$ nhỏ hơn SO thì ta cập nhật $SO = A[mid]$

	0	1	2	3	4
A	1	3	5	7	9
B	2	4	8	1	6

BTBS04: Tìm max min

Yêu cầu: Cho hai dãy số nguyên $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ và $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$. Với mỗi phần tử của dãy b_j của dãy B , hãy tìm hai chỉ số nhỏ nhất $imin$ và lớn nhất $imax$ sao cho $a_{imin} = a_{imax} = b_j$

Dữ liệu:

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương $m, n \leq 10^6$
- Dòng 2 chứa m số nguyên a_1, a_2, \dots, a_m ($\forall i: |a_i| < 2 \cdot 10^9$)
- Dòng 3 chứa n số nguyên b_1, b_2, \dots, b_n ($\forall j: |b_j| < 2 \cdot 10^9$)

Kết quả: gồm n dòng, dòng thứ j ghi hai số $imin$ và $imax$ tìm được. Trong trường hợp không xuất hiện phần tử có giá trị bằng b_j trong dãy A ghi ra duy nhất số 0.

Ví dụ:

Dữ liệu	Kết quả
15 5	0
1 2 3 4 4 4 4 4 5 6 7 8 9 10	0
-2 0 4 9 12	4 9
	14 14
	0

Hướng dẫn giải:

Nhận xét: Binary search cải tiến

Cấu trúc dữ liệu:

```
int a[nmax], n, x, vt;
```

- Mảng số nguyên A lưu dữ liệu đầu vào
- Biến N lưu số lượng phần tử của mảng

Giải thuật:

- Kết hợp 2 ý tìm phần tử đầu tiên trong A có giá trị bằng B_j và tìm phần tử cuối cùng trong A có giá trị bằng B_j