

Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого

Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

**Отчёт**  
**по лабораторной работе №4**  
**по дисциплине**  
**«Интервальный анализ»**

Выполнил студент:  
Лапотников Павел Вадимович  
группа: 5030102/90201

Проверил:  
к.ф.-м.н., доцент  
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2022 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Теория</b>	<b>2</b>
2.1	Точечная оценка параметров регрессии . . . . .	2
2.2	Информационное множество . . . . .	2
2.3	Коридор совместных зависимостей . . . . .	3
2.4	Предсказание значений . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Реализация</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Результаты</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Обсуждение</b>	<b>6</b>

# Список иллюстраций

1	График входных интервальных данных . . . . .	3
2	Информационное множество . . . . .	4
3	Допусковый коридор . . . . .	4
4	График построенной модели с предсказанием при аргументе 101.5 . . . . .	5
5	Предсказание значения при аргументе -10 . . . . .	5
6	Предсказание значения при аргументе 1000 . . . . .	6

# 1 Постановка задачи

Дана линейная задача построения регрессии

$$y = X\beta \quad (1)$$

Для данной задачи задать набор входных и выходных значений: точечный  $x$  и интервальный  $y$ . Необходимо провести вычисления и привести иллюстрации:

- Построить информационное множество решений  $\beta$ , сделать точечные оценки параметров
- Построить коридор совместных зависимостей
- Задать набор предсказания внутри и вне  $x$ , построить набор значений выходной переменной  $y$

## 2 Теория

### 2.1 Точечная оценка параметров регрессии

Пусть  $x$  - номер измерения в выборке, а  $y$  - получившийся результат. Тогда мы можем представить линейную регрессию как

$$y = b_0 + b_1 * x$$

Для получения точечной оценки можно поставить задачу оптимизации

$$\begin{cases} mid(y_i) - \omega_i * rad(y_i) \leq X * \beta \leq mid(y_i) + \omega * rad(y_i) & i = 1, m \\ \sum_{i=1}^m \omega_i \rightarrow min \\ w_i \geq 0 \\ w, \beta = ? \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $X$  - матрица  $m \times 2$ , в первом столбце которой элементы, равны 1, а во втором - значения  $x_i$ . В качестве значений середины и радиуса возьмем  $mid(y_i) = y_i$  и  $rad(y_i) = 1$

### 2.2 Информационное множество

Интервальное множество решений  $\beta$ , которое необходимо построить и оценить в задаче (1), называется информационным множеством.

Построим визуальное представление информационного множества параметров  $b_0$  и  $b_1$ . Для этого воспользуемся следующим алгоритмом:

- Для индекса  $i$  от 0 до  $m$ :
  - Для индекса  $j$  от  $i+1$  до  $m$ :
    - \* По  $(x_i, y_i \pm \epsilon)$  и  $(x_j, y_j \pm \epsilon)$  построим 4 прямые.
    - \* Для каждой прямой проверим, попадает ли она во все интервалы нашей выборки
    - \* Если да - сохраняем параметры прямой как вершину нашего информационного множества.

## 2.3 Коридор совместных зависимостей

Коридором совместных зависимостей называется множество, образованное всеми решениями с параметрами из информационного множества

## 2.4 Предсказание значений

Для предсказания значения строится сечение коридора совместных зависимостей в указанных точках

# 3 Реализация

Лабораторная работа выполнена с помощью встроенных средств языка программирования Python с использованием библиотек `matplotlib`, `intvalpy`, `numpy`, `scipy`, `statsmodels` в среде разработки Jupyter Notebook.

# 4 Результаты

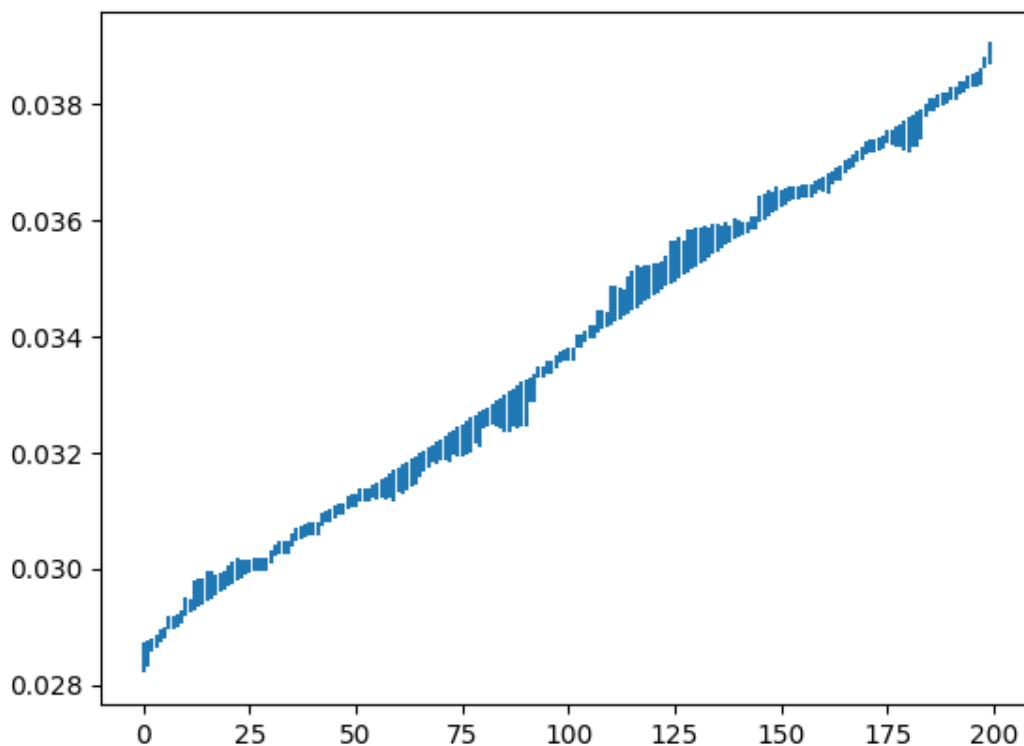


Рис. 1: График входных интервальных данных

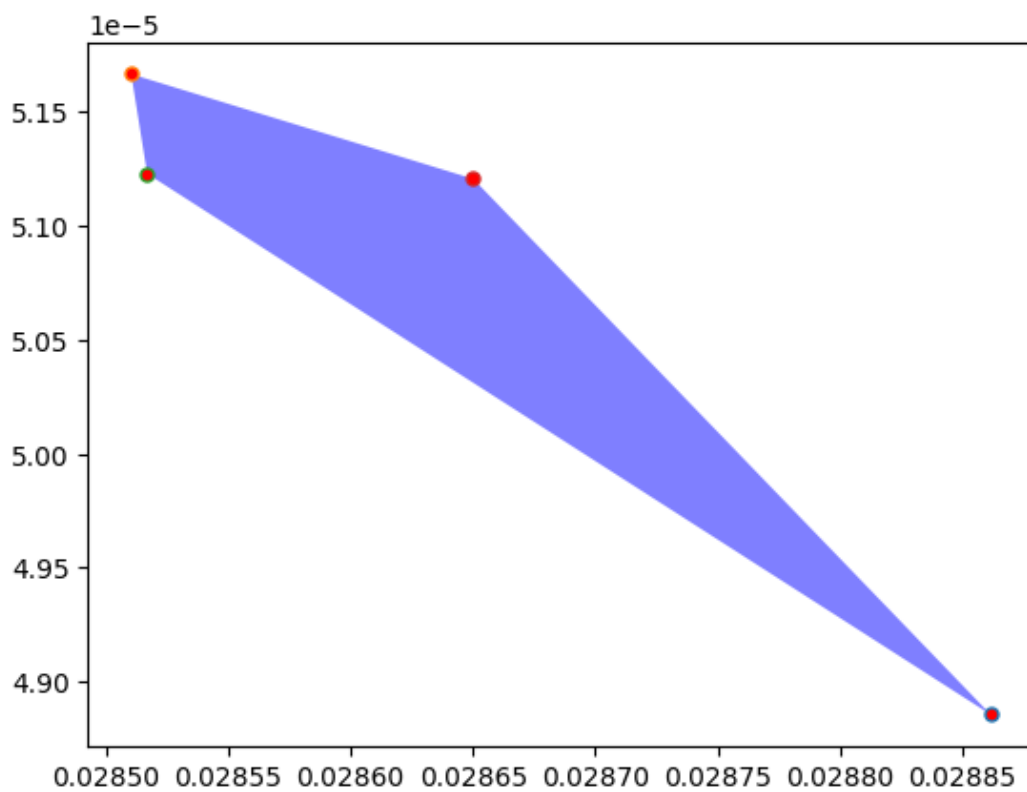


Рис. 2: Информационное множество

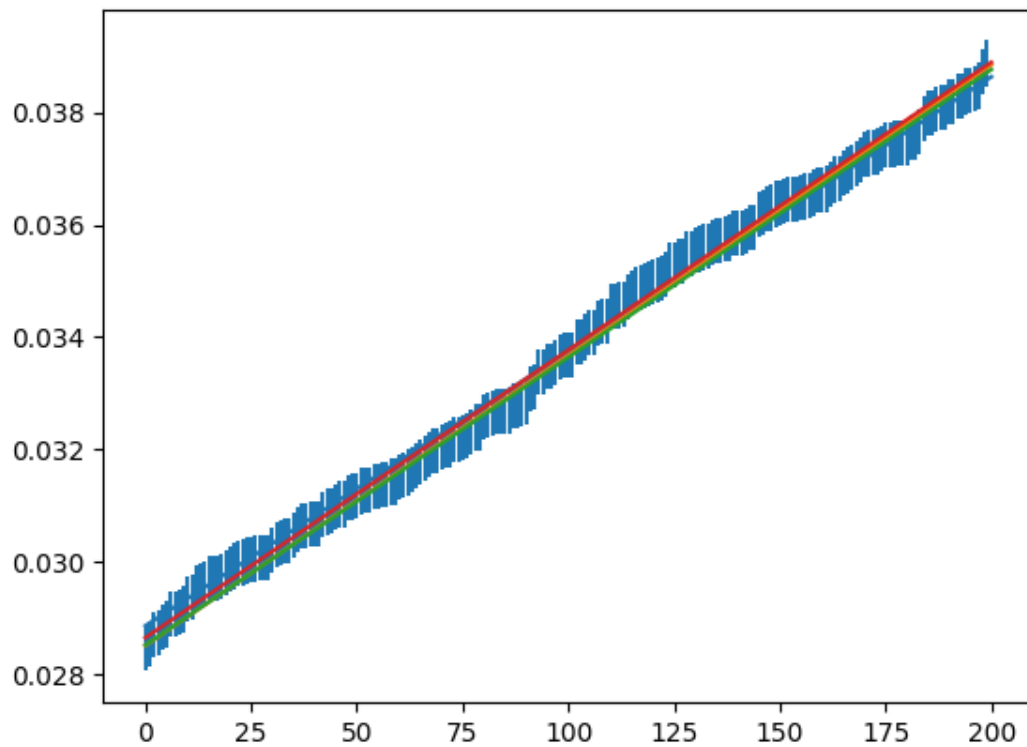


Рис. 3: Допусковый корридор

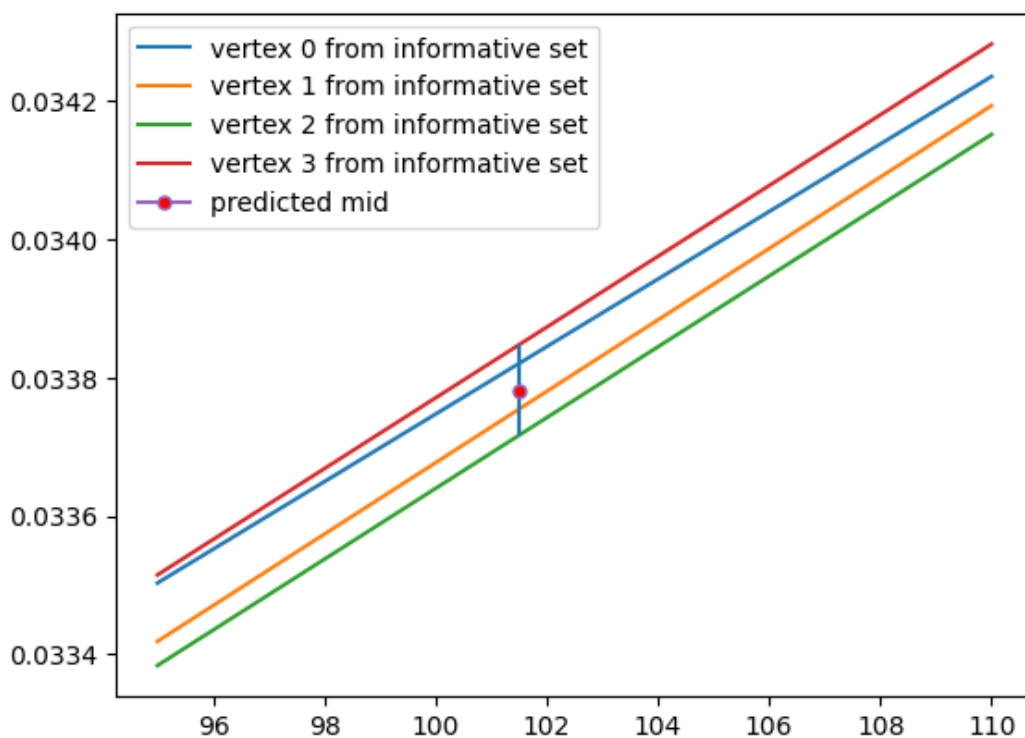


Рис. 4: График построенной модели с предсказанием при аргументе 101.5

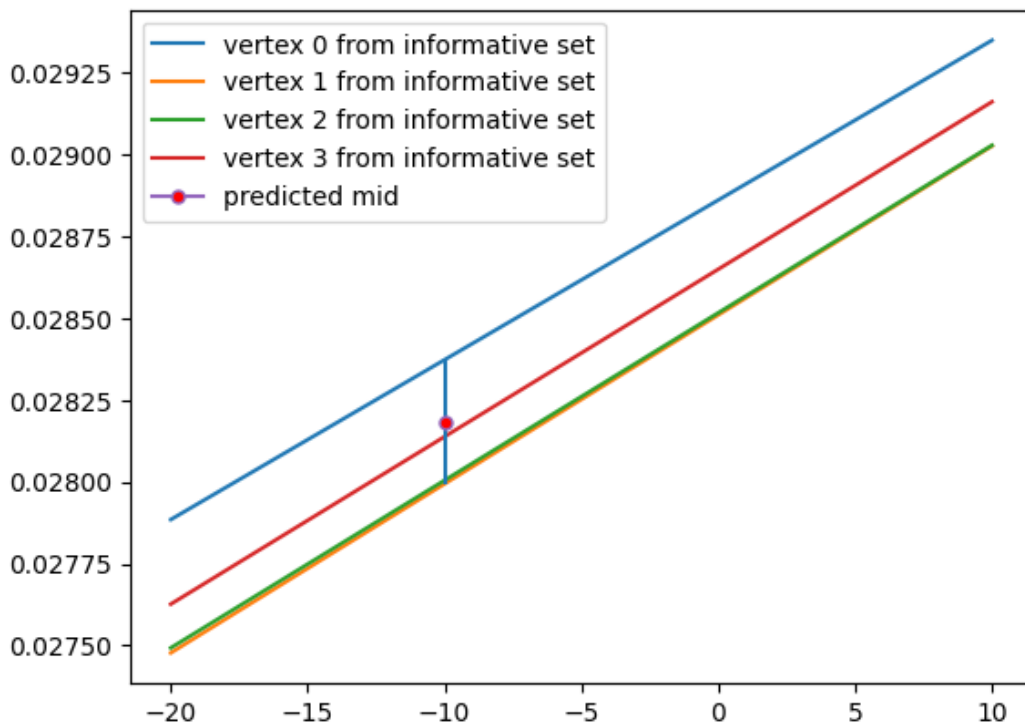


Рис. 5: Предсказание значения при аргументе -10

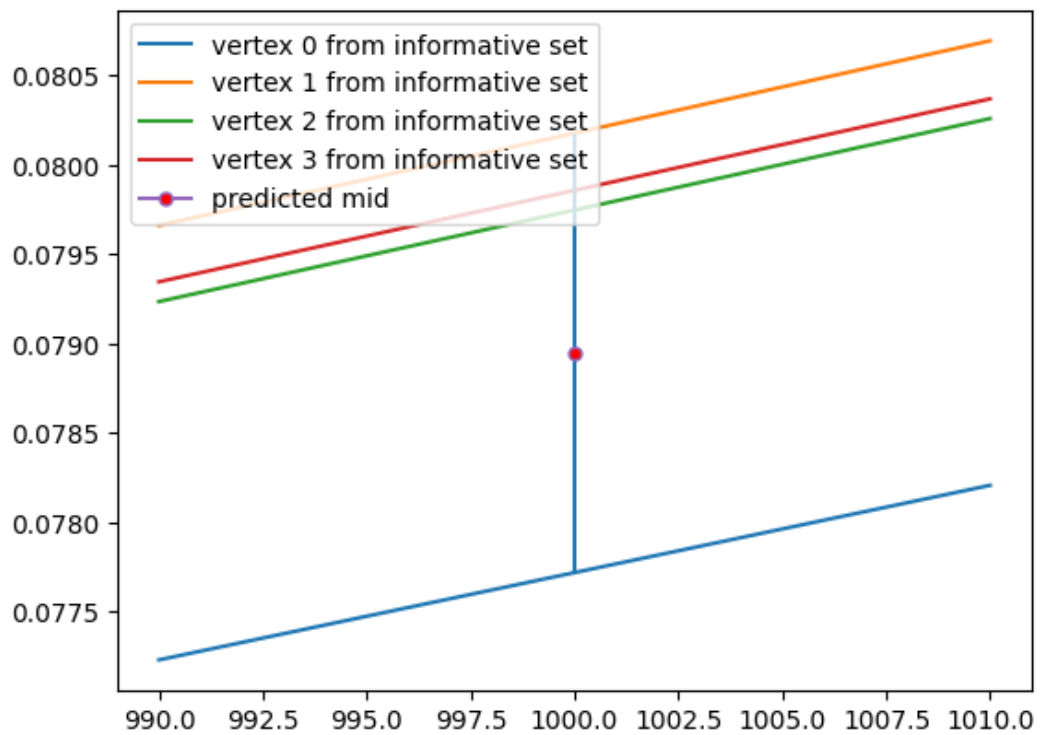


Рис. 6: Предсказание значения при аргументе 1000

## 5 Обсуждение

1. Исходя из предсказанных значений можно заметить, что при экстраполяции погрешность гораздо больше чем при интерполяции.
2. Из предсказанных значений можно заметить, что при экстраполяции погрешность увеличивается по мере удаления от имеющихся данных.