

## 4 相机-投影仪系统自标定问题研究

在本章中，我们将描述一种用于相机-投影仪系统的标定算法。该算法使用格雷码和相移正弦编码结构光对投影图像和相机图像进行匹配，并基于径向基础矩阵的分解得到相机和投影仪的内参数和外参数。需要指出的是，至本文完成时，该算法尚未完全部署至 Virtualized Engine 系统。算法的部分流程尚需要进一步优化。

### 4.1 基于编码光的图像匹配问题研究

#### 4.1.1 相位偏移技术与编码结构光方法

多数相机的标定算法在实现上往往需要借助某些匹配过程。相机-投影仪系统的标定也可以基于类似的匹配来完成。图像的匹配精度和匹配点的密度都会影响标定结果。为了将投影图像平面和相机图像平面进行高密度的精确匹配，我们结合使用相移正弦编码和格雷码结构光来确定投影图像和相机图像之间的对应关系。

基本的相移正弦编码结构光的定义为：

$$I_i(x, y) = a(x, y)(1 + m(x, y) \times \sin(\theta(x, y) + \delta_i)) \quad (4-1)$$

对于平面坐标为 $(x, y)$ 的一点，上式定义了相移正弦编码光在该点的亮度与相位之间的关系。其中  $a(x, y)$  定义了背景照明强度， $m(x, y)$  定义了图像的对比度， $\theta(x, y)$  定义了该点的相位。通过定义不同的相位偏移量  $\delta_i = i \times \pi/2$ ，令  $i$  分别取 1~4，并测量同一点在 4 种相位偏移下的亮度  $I_1 \sim I_4$ ，可以得到该点的参数的数值解，分别为：

$$\theta(x, y) = \tan^{-1} \left( \frac{I_2 - I_4}{I_3 - I_1} \right) \quad (4-2)$$

$$a(x, y) = \frac{1}{4} (I_1 + I_2 + I_3 + I_4) \quad (4-3)$$

$$m(x, y) = 2 \times \frac{\sqrt{(I_2 - I_4)^2 + (I_3 - I_1)^2}}{(I_1 + I_2 + I_3 + I_4)} \quad (4-4)$$

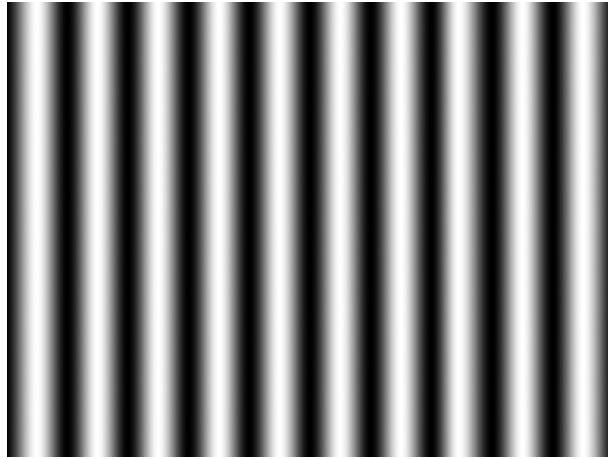


图 4-1 相移正弦编码结构光

相移正弦编码光提供了一种通过图像亮度来确定图像点相位的方法。相位本身相对于图像坐标的变化是非连续、周期为  $2\pi$  的函数。我们希望能够将其转换为连续函数。更为重要的是，我们需要一种手段来定位相位的全局偏移量。

一种较为有效的解决方案是将相移正弦编码和其它结构光编码结合使用。格雷码能够提供足够的信息用于判断图像上某点的绝对相位。

格雷码能够将具有  $N$  位码字的信息编码为  $\lceil \log N \rceil$  个图案，每个图案由黑白两种颜色以一定规律分布组成。从直观的角度来看，可以将图像上的一点在一个图案中的颜色表达为一串二进制数中的一位。通过这种方式可以将图像分割为以不同二进制数表示的多个区域。相对于其它结构光编码方式，格雷码的一个优点在于，图像上的每个点都可以被独立地确定其所属区域，不需要与其相邻点进行联合解码步骤。图 4-2 所展示的格雷码示例将图像在水平方向上分割为了 8 个区域。每张格雷码图像的周围添加了边框以便区分。

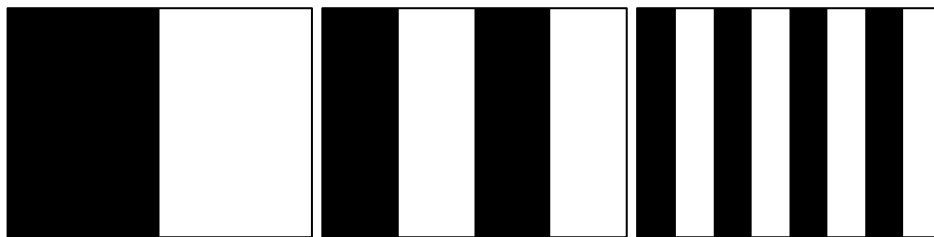


图 4-2 格雷码

图 4-3 为格雷码与相移正弦编码的相位叠加示例。(a)为格雷码所表示的图像水平方向的绝对相位变化，格雷码只能将图像分为有限的离散相位。(b)为相移正弦编码在图像水平方向上的相位变化，具有周期性，只能在一个周期范围内定位像素的绝对相位。将二者叠加后，理想情况下可以得到图像相位随坐标的线

性变化。

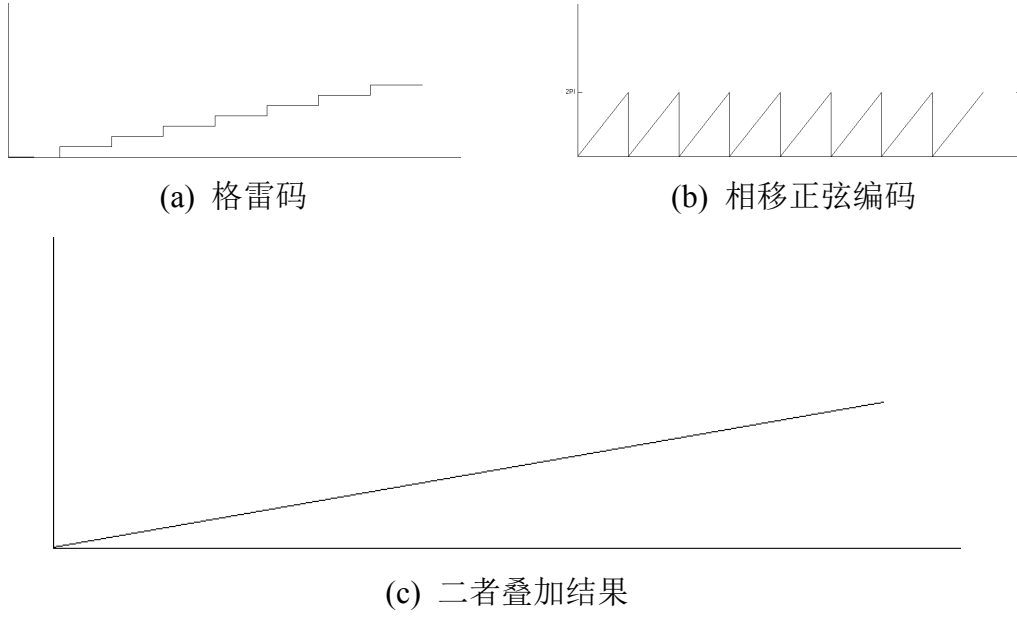


图 4-3 相移正弦编码与格雷码叠加

#### 4.1.2 基于相移正弦编码结构光的相对相位估计方法

我们需要在图像的两个坐标方向上进行匹配。因而，用于投影的图像被分为两组，一组用于水平方向坐标的匹配，一组用于垂直方向坐标的匹配。

具体标定过程中，首先投影格雷码。为了剔除阴影等干扰因素的影响，提高算法的稳定性，每个格雷码结构光都对应生成两张图像。这两张图像的唯一区别在于图像上的黑白颜色进行了翻转。当相机分别拍摄下黑白反转的两张图像后，亮度变化小于一定阈值的点会被剔除，并在后续的计算中不再使用。

为了简化计算过程，我们对式 4-1 进行变化。对于平面上的一点，新的形式记为：

$$I = A \sin(\theta + \delta) + m \quad (4-5)$$

此处，由于不参与具体计算，因而点的坐标 $(x, y)$ 并未显式列出。在未知量中，参数  $A$  可以看做图像的增益， $m$  为背景亮度， $\theta$  为相位差。 $\delta$  为预先给定的图像整体相位偏移量， $I$  为测量得到的点的亮度值。对于 3 个未知量，通过设定 3 组不同的  $\delta$  值并测量同一点在三幅图像中的亮度值  $I$ ，可以得到未知量  $A$ 、 $m$ 、 $\theta$  的线性解。若令三组相位偏移量之间各相差  $\pi/2$ ，则可以使用代数技巧得到数值解。不幸的是，以上假设在现实中往往很难成立。原因在于，公式 4-5 的一个隐含假

设是，场景中的照明强度与物体表面的反射量是线性相关的。换言之，对于相机图像和投影仪图像上的一组对应点，相机图像的亮度与投影仪图像上对应点的亮度为线性关系。显然，受到投影仪和相机的元件特性等影响，这一条件很难满足。因而，需要为公式 4-5 添加非线性参数：

$$I = (A \sin^\alpha(\theta + \delta) + m)^\beta \quad (4-6)$$

我们认为非线性参数 $\alpha$ 和 $\beta$ 对于整幅图像而言是固定不变的。因而，对于含有 $n$ 个可用像素的图像而言，共计需要确定 $3n+2$ 个参数。为此，首先令 $\alpha=\beta=1$ ，通过改变 $\delta$ 得到 3 幅以上不同相位差的图像。图像中第 $j$ 个有效像素对应的参数分别记为 $A_j$ ， $\theta_j$ 和 $m_j$ ，因而对所有有效像素有参数集合 $\bar{A}$ ， $\bar{\theta}$ 以及 $\bar{m}$ ，使用公式 4-6 计算得到初始值。而后，使用 Levenberg-Marquardt 方法迭代得到所有参数的估计值，具体地说，在一对相机和投影仪间，通过改变 $\delta$ 得到的第 $i$ 幅图像中的第 $j$ 个像素，这时最小化代价函数为：

$$\min_{\bar{A}, \bar{\theta}, \bar{m}, \alpha, \beta} \sum_i \sum_j (I_{ij} - \hat{I}_{ij})^2 \quad (4-7)$$

## 4.2 基于径向基础矩阵的相机-投影仪自标定算法

### 4.2.1 带有镜头径向畸变的对极几何

径向畸变一般由光学设备的镜头产生。这种畸变在廉价相机上非常常见。另外，许多广角镜头也具有比较显著的径向畸变。

由于应用环境的要求，许多投影仪都被设计为能够在极短的焦距下工作。对于正投影环境而言，短焦距投影仪能够尽可能地减少投影光线被银幕前的人或物体阻挡的情况。然而，大多数短焦距投影仪的镜头都会造成较为严重的图像径向畸变。在相机方面，许多高端镜头已经经过良好校正，能够减小甚至基本上消除由镜头造成的径向畸变。然而，在大规模相机阵列中使用高级镜头无疑会极大增加成本。因此，在许多应用的环境中，镜头造成的径向畸变是必须加以处理的问题。

许多标定方法都能够对径向畸变进行处理。最为直接的方式是仍基于图像间的匹配进行参数估计，并在估计参数时将径向畸变参数作为变量参与估计过程

[98][99]。这类方法通常需要使用非线性迭代过程进行估计，因而对初始值的选择较为敏感。此外，非线性迭代过程的效率通常较低，代价较高。另一些方法同样基于两视图间的匹配同时估计基础矩阵和径向畸变，但估计的过程则改为尝试使用线性过程<sup>[100][101]</sup>。这些方法已经能够对径向畸变进行较好的处理，其模型已经能够适用于鱼眼镜头这类带有很大径向畸变的镜头。然而，这类方法要求处理的两个视图具有完全相同的镜头参数。对于相机-投影仪系统来说，这一条件几乎无法满足。此外，对于某些使用自动对焦镜头的相机而言，镜头的各项参数也会在相机的工作过程中不断变化。

为了解决这类问题，我们引入了径向基础矩阵来同时描述两视图（投影仪也被作为一个视图来处理）之间的基础矩阵和径向畸变。

#### 4.2.2 径向基础矩阵

参照 3.1.3 节的内容，如果相机和投影仪都可以用针孔模型进行描述，同时，假定二者的像素纵横比为 1，扭曲因子为 0，则可以将相机和投影仪的内参数矩阵分别按照公式 3-10 记为  $K_c$ 、 $K_p$ 。本节中，若无特殊说明，将使用下标  $c$  表示相机的相关参数，使用下标  $p$  表示投影仪的相关参数。此外，将相机的图像坐标系统记为  $(x', y')$  形式，投影仪图像坐标系统记为  $(u', v')$  形式。

对于一部相机和一部投影仪组成的系统，二者之间的对极几何约束为：

$$(u', v', 1)F(x', y', 1)^T = 0 \quad (4-8)$$

然而，以上等式仅仅在理论上成立。现实中的系统几乎不可能满足以上等式。其中一个重要的原因是由镜头导致的径向畸变。可以将径向畸变作为约束的一部分进行编码。然而，3.1.4 节所提供的径向失真估计形式很难并入上式。因而，需要用另一种方法对径向畸变进行近似<sup>[100]</sup>。定义图像的畸变中心为  $(a, b)^T$ ，有：

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

对径向畸变建模后，新的估计点坐标表示为：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \frac{1}{1+d|\mathbf{r}|^2} \mathbf{r} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

其中， $d$  为径向畸变参数。需要注意的是，公式 4-10 并非是对公式 3-13 的形式变换，二者都是对镜头真实径向畸变的一种近似。Fitzgibbon A. 对这两者的

估计量进行了比较，考虑到 4-10 仅对径向畸变进行一阶近似，因而在公式 3-13 的一阶形式下，二者的精度基本一致。

分别使用之前定义的相机和投影仪图像坐标代入新的径向畸变公式。为了计算的方便，将图像用齐次坐标表示。同时，对于图像上带有畸变的点，将原始非齐次坐标形式  $(x, y)^T$  变换为新形式  $(x^2 + y^2, x, y, 1)^T$ 。这样，可以将公式 4-10 变为线性形式，我们构造转换所需的映射矩阵，得到相机和投影仪的径向畸变校正分别为：

$$(x', y', 1)^T \simeq D_{d_c, a_c, b_c} (x^2 + y^2, x, y, 1)^T \quad (4-11)$$

$$(u', v', 1)^T \simeq D_{d_p, a_p, b_p} (u^2 + v^2, u, v, 1)^T \quad (4-12)$$

以上两式中，公式的左右两端在相差一个尺度因子的条件下相等。其中， $D_{d, a, b}$  可以展开为：

$$D_{d, a, b} = \begin{bmatrix} da & 1 - 2da^2 & -2dab & da(a^2 + b^2) \\ db & -2da & 1 - 2db^2 & db(a^2 + b^2) \\ d & -2da & -2db & 1 + d(a^2 + b^2) \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

将公式 4-11 与公式 4-12 带入两视图之间的对极几何约束，可以得到新的约束形式为：

$$(u^2 + v^2, u, v, 1) R (x^2 + y^2, x, y, 1)^T = 0 \quad (4-14)$$

其中：

$$R = D_{d_p, a_p, b_p}^T F D_{d_c, a_c, b_c} \quad (4-15)$$

显然，矩阵  $R$  为  $4 \times 4$  矩阵，我们将其称为径向基础矩阵。该矩阵由 Barreto J. 以及 Daniilidis K. 提出<sup>[102]</sup>，其中描述带有径向畸变的两视图间的对极几何约束。注意到矩阵  $R$  的秩为 2，具有 2 维零空间。

矩阵  $D_{d, a, b}$  的右零空间可以构造地获得，为  $N = (a^2 + b^2 - d^{-1}, a, b, 1)^T$ 。因而，如果已知畸变中心坐标  $(a, b)$ ，可以唯一确定畸变参数  $d$ 。这可以通过对  $R$  求解其零空间来得到。一旦镜头的畸变参数被确定，那么可以得到基础矩阵  $F$ ，方法是在  $R$  的两边分别乘以两个  $D$  矩阵的伪逆。

然而，我们可以证明，在一般情况下，无法直接将  $R$  唯一地分解为  $d_p$ 、 $d_c$  和  $F$ 。为了证明这一点，我们构造矩阵：

$$G = I_3 + d' \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ 1 \end{bmatrix} [2(a - a') \quad 2(b - b') \quad (a'^2 + b'^2) - (a^2 + b^2)] \quad (4-16)$$

其中  $I_3$  为  $3 \times 3$  单位矩阵。参数  $(d, a, b)$  与  $(d', a', b')$  描述了两组镜头径向畸变参数。因而，对于公式 4-13 所描述的矩阵  $D_{d,a,b}$ ，有以下关系：

$$D_{d',a',b'} = G D_{d,a,b} \quad (4-17)$$

显然，对于任意基础矩阵  $F$ ，以下关系成立：

$$F D_{d',a',b'} = F G D_{d,a,b} \quad (4-18)$$

显然，公式 4-18 表明，无论对于径向基础矩阵 4-15 中的投影仪或相机来说，对  $FD$  的分解并不唯一。然而，有两种情况，可以唯一地确定  $FD$  的分解。一种是镜头没有畸变的情形，此时畸变参数  $d=0$ ，则  $G$  为单位矩阵。另外一种情况中，镜头的畸变中心已知，对于两组畸变来说， $a=a'$  且  $b=b'$ 。此时  $G$  同样为单位矩阵。

因而，为了保证分解的唯一性，我们在此处假设镜头的畸变中心位置已知，其位置与相机和投影仪图像的主点位置一致。这一假设对于大多数镜头都能够成立。

#### 4.2.3 基于径向基础矩阵分解的相机及投影仪内参数估计

我们的目的是通过分解径向基础矩阵从而最终得到相机和投影仪的各项参数。定义投影仪和相机的主点分别为  $p_p$  和  $p_c$ 。注意，为了保证分解的唯一性，前文已经假设径向畸变的中心与主点位置相同。投影仪和相机的焦距可以通过以下方法分别得到<sup>[103]</sup>：

$$f_p^2 = -\frac{p_c^T [e_c] \times \hat{I}_3 F^T p_p p_p^T F p_c}{p_c^T [e_c] \times \hat{I}_3 F^T \hat{I}_3 F p_c} \quad (4-19)$$

$$f_c^2 = -\frac{p_p^T [e_p] \times \hat{I}_3 F p_c p_c^T F^T p_p}{p_p^T [e_p] \times \hat{I}_3 F \hat{I}_3 F^T p_p} \quad (4-20)$$

其中， $e_p$  和  $e_c$  都是三维齐次向量。分别为基础矩阵  $F$  的左零和右零矢量，或者说，它们分别为投影仪和相机的极点。 $\hat{I}_3 = \text{diag}(1, 1, 0)$ 。符号  $[\bullet]$  表示由括号中三维向量所生成的斜对称矩阵<sup>[20]</sup>。例如，若向量  $a = (a_1, a_2, a_3)^T$ ，其对应生成的斜对称矩阵为：

$$[a]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-21)$$

然而，可以证明以上的焦距估计并不稳定。对于两视图几何而言，如果二者的光轴射线相交于空间中一点，那么由对极几何的基本几何推导可知，主点满足约束  $p_p^T F p_c = 0$ （将投影仪和相机的角色交换后同样符合这一约束）。在这一情况下，将无法通过分解  $F$  得到焦距。类似地，如果垂直于一幅视图的光轴与基线的射线在另一幅视图的光轴与基线的平面上，同样无法通过分解  $F$  来获得焦距。事实上，以上两种情况在现实中并不少见，并且只要近似地满足二者之一，焦距的估计就会变得极不稳定。此外，注意公式 4-19 与公式 4-20 的形式为平方式。在许多情况中，由于误差或噪声的存在，这两个公式本身就无法满足。公式的右边可能为负值，进而得到复数形式的焦距值，而这当然是无效的结果。

尽管大量的研究表明，基础矩阵的分解很难得到稳定的结果，然而，在某些条件下，借助某些先验知识，基础矩阵的分解是可行的。事实上，这类先验知识相当常见。例如，通常的数字相机或投影仪中，像素一般是方形或已知长宽比的矩形。设备的光心也往往位于图像的中心附近。此外，往往能够预先确定镜头的焦距范围。Hartley R. 与 Silpa-Anan C. 通过最小化一个代价函数来寻找最优解<sup>[104]</sup>。本文采用类似的方法，通过最小化一个代价函数得到基础矩阵及其它参数的较为精确的估计。

通过最小化以下代价函数，可以得到径向基础矩阵的一个估计：

$$Cost(F, p_p, p_c, d_p, d_c) = C_R + C_f + C_p \quad (4-22)$$

以上代价函数可通过 Levenberg-Marquardt 方法得到最优解。代价函数的变量已在公式中列出。其中， $C_R$  所描述的是径向基础矩阵对两幅图像对应的匹配情况。该部分可以对所有的图像匹配使用重投影的 Sampson 距离来计算误差情况，即：

$$C_R = \sum_i \frac{u_i^T R x_i}{|\hat{l}_4 R^T u_i|^2 + |\hat{l}_4 R x_i|^2} \quad (4-23)$$

其中  $u_i$  与  $x_i$  按公式 4-14 中的形式定义，即  $u_i = (u_i^2 + v_i^2, u_i v_i, 1)^T$ ， $x_i = (x_i^2 + y_i^2, x_i y_i, 1)^T$ 。  $\hat{l}_4 = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ 。由于图像的匹配是基于相移正弦编码光和格雷码编码光来完成的，因而匹配点的精度和密度都比较高，这有助于提高估计的精度。

$C_f$  对公式 4-19 和公式 4-20 进行限制，防止其等式右侧出现负值。因而，该



部分代价函数为：

$$C_f = w_{fp}(f_{p,min}^2 - f_p^2) + w_{fc}(f_{c,min}^2 - f_c^2) \quad (4-24)$$

注意到  $f_p^2$  和  $f_c^2$  分别为公式 4-19 和公式 4-20 的左侧，因而在估计中可能出现负值。 $f_{p,min}$  和  $f_{c,min}$  分别是投影仪和相机可能的焦距最小值，这两个值可以参考说明书等相关数据并事先指定。此处，我们将投影仪可能的最小焦距设置为说明书参考值的一半，将相机可能的最小焦距设置为说明书参考值的一半。 $w_{fp}$  和  $w_{fc}$  是权重值。当  $f_p^2$  和  $f_c^2$  小于其对应的可能最小值时，对应的权重取一个非常小的正值，其它情况下，权重为 0。

$C_p$  是主点误差的代价函数，其形式为：

$$C_p = w_{pp}|p_p - \bar{p}_p|^2 + w_{pc}|p_c - \bar{p}_c|^2 \quad (4-25)$$

其中， $\bar{p}_p$  与  $\bar{p}_c$  为先验的投影仪和相机主点坐标。 $w_{pp}$  与  $w_{pc}$  为相应的权重，通常取一个较小的值。对于相机来说，一个比较合理的假设是将主点位置设置在图像中心。而对于投影仪而言，主点位置通常位于图像较为偏下的位置，具体位置一般可以通过参考说明书获取。

对于公式 4-22 中各  $f$  参数初始值的选择，我们将投影仪和相机的焦距分别设置为二者在说明书中的参考最小焦距。在 Virtualized Engine 系统中，为了令相机和投影仪覆盖尽可能大的范围，相机和投影仪的镜头焦距也的确设置为了可能的最小值。主点坐标按本节中前文描述，设置分别设置为相机图像的中心和投影仪图像中心下方某处。

$F$  的初始值则通过计算获得。首先通过公式 4-14 可以基于线性方法利用至少 15 对匹配点得到径向基础矩阵的一个初始估计  $R_{Init}$ ，对其分解后可分别得到投影仪畸变参数  $d_{p,Init}$  和相机畸变参数  $d_{c,Init}$  的初始估计，同时得到基础矩阵的准初始估计  $F_{PreInit}$ 。结合人为设置的焦距和主点的初始值，可以得到投影仪和相机的初始标定矩阵  $K_{p,Init}$  与  $K_{c,Init}$ 。因而，可以得到一个准初始本质矩阵：

$$E_{PreInit} = K_{p,Init}^{-T} F_{PreInit} K_{c,Init}^{-1} \quad (4-26)$$

本质矩阵的充要条件是，该矩阵的三个奇异值有两个相等，另一个为 0。由于噪声等因素的存在，初步估计的矩阵通常不是精确的本质矩阵。一个可行的方案是，对  $E_{PreInit}$  进行奇异值分解，即  $E_{PreInit} = UDV^T$ ，并使用  $diag(1,1,0)$  代替  $D$  重

新合成新的矩阵，所得到的新矩阵即为可行的初始本质矩阵  $E_{Init}$ 。重新计算得到基础矩阵的初始估计：

$$F_{Init} = K_{p,Init}^T E_{Init} K_{c,Init} \quad (4-27)$$

将以上各结果作为初始值通过公式 4-22 迭代得到  $K_p$  及  $K_c$  中各参数的最终估计。

#### 4.2.4 基于本质矩阵分解的相机及投影仪的外参数估计

事实上，在上节中，通过本质矩阵获取相关的外参数并不困难。如果将世界坐标的原点设置为相机光心，即将相机矩阵定义为  $P=[I|0]$ ，可以采用以下公式得到相机和投影仪的外参数：

$$E = K_p^{-T} F K_c^{-1} = [t_p]_{\times} R_p \quad (4-28)$$

注意此处出于习惯，我们将投影仪相对相机的旋转矩阵仍然标记为  $R_p$ ，不要将其与非径向基础矩阵混淆。记号  $[ \cdot ]_{\times}$  按公式 4-21 展开为斜对称矩阵，其中  $t_p$  为投影仪相对相机的平移向量。 $t_p$  和  $R_p$  可以通过对  $E$  的奇异值分解得到<sup>[20]</sup>。

### 4.3 相机-投影仪自标定实验结果及分析

受到相关系统开发进度影响，本文的相机-投影仪系统标定实验并未部署于 Virtualized Engine 所配置的多相机阵列。实验过程使用仿真数据完成。

所有实验使用虚拟仿真场景完成。所使用的虚拟投影仪分辨率为 1024 像素  $\times$  768 像素。虚拟相机分辨率为 800 像素  $\times$  600 像素。虚拟场景的内容是随机放置的立体几何物体，各物体的表面未使用特殊材质。

图 4-4 为实验中使用的相移正弦编码图像的样本。由于原始投影图像的周期较多，缩小后难以观察，因而此处仅截取放大各个投影图像左上角的一部分作为样本进行展示。其中(a)~(d)用于确定水平方向的相位，(e)~(h)用于确定垂直方向的相位。定义正弦函数的周期为 8 像素，因而投影图像在水平方向上共有 128 个完整的周期，垂直方向共 96 个完整的周期。连续的两幅图像的相位差为 1/4 个周期。图 4-5、图 4-6 分别为实验中所使用的水平和垂直方向的格雷码图像。由(a)至(j)图像的条纹越来越细，其中(j)的条纹宽度为 2 像素，小于相移正弦编码

图像中一个周期的像素宽度，因而可以通过两种编码图像确定图像中像素的绝对相位。此外，每幅图像都有对应的一幅反相图以提高匹配精度。

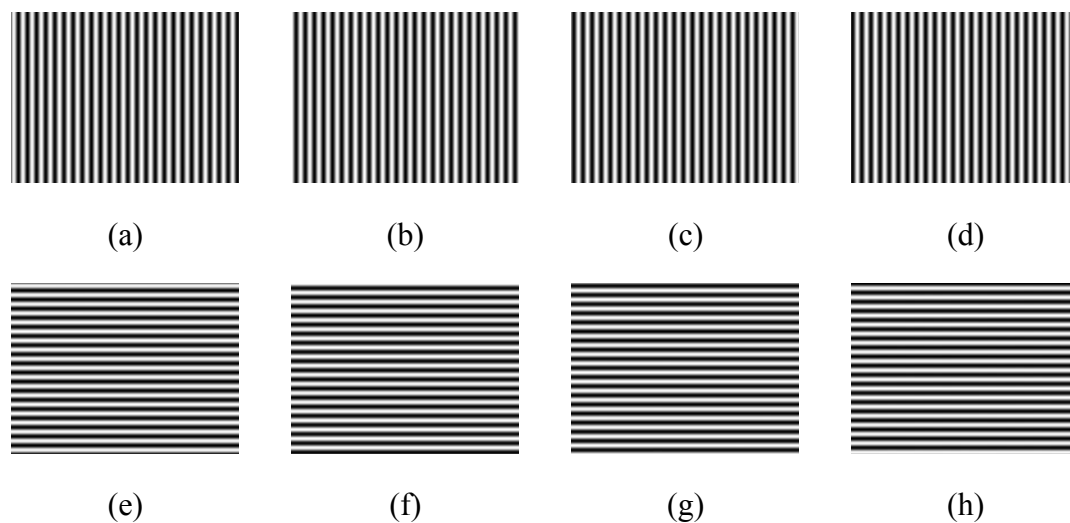


图 4-4 实验所用的相移正弦编码图像样本

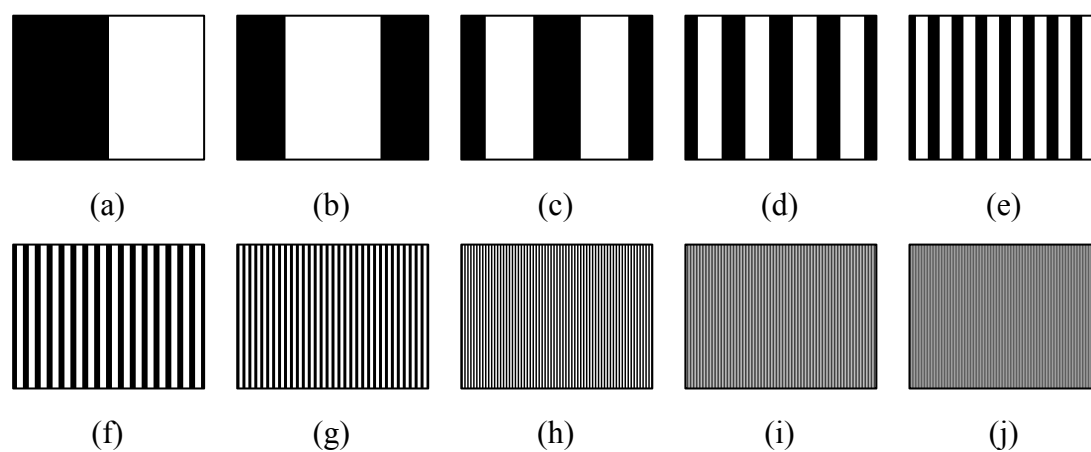


图 4-5 实验使用的水平方向格雷码

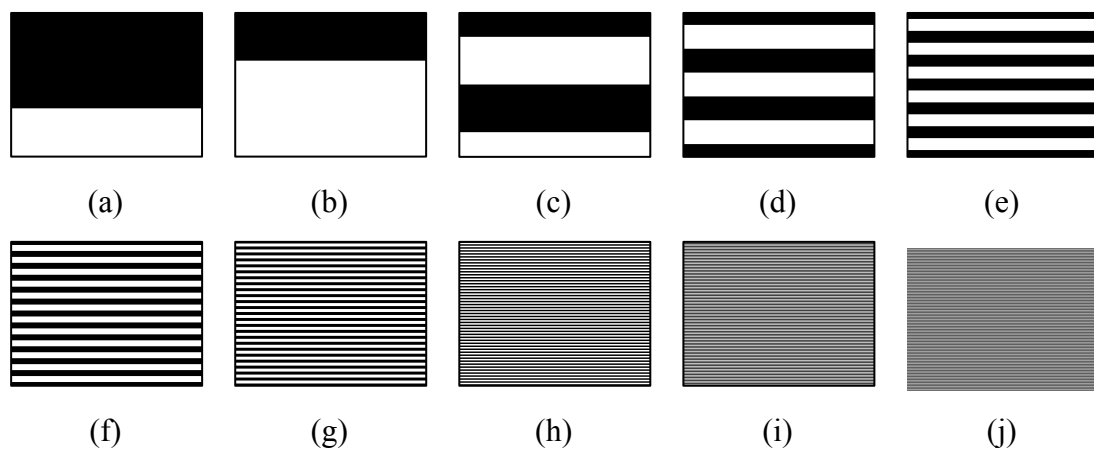
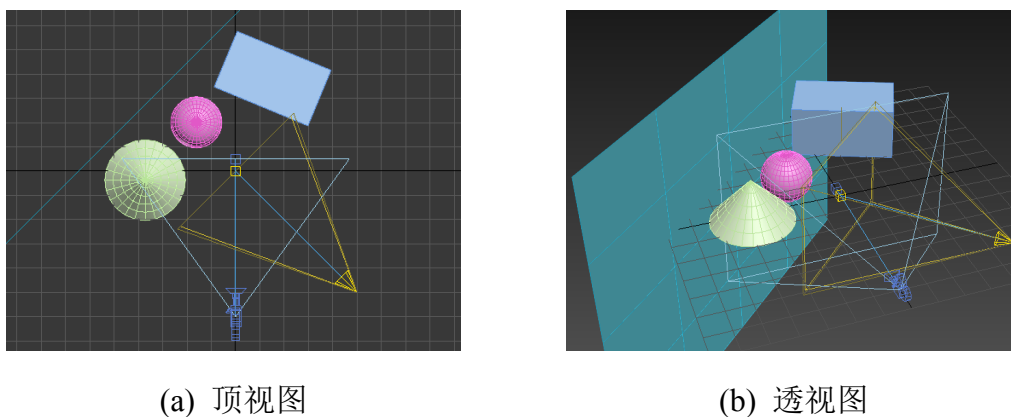


图 4-6 实验使用的垂直方向格雷码

图 4-7 为实验所使用的虚拟场景。其中(a)为场景的顶视图，始于视图右下的橙色视锥为虚拟投影仪视场，始于视图下方的蓝色视锥为虚拟相机的视场。场景中包括一个平面背景物体，一个长方体，一个球体以及一个圆锥体。(b)为场景的透视图。图 4-8 展示了将编码光图像投影到场景的结果。



(a) 顶视图

(b) 透视图

图 4-7 相机-投影仪标定实验仿真场景

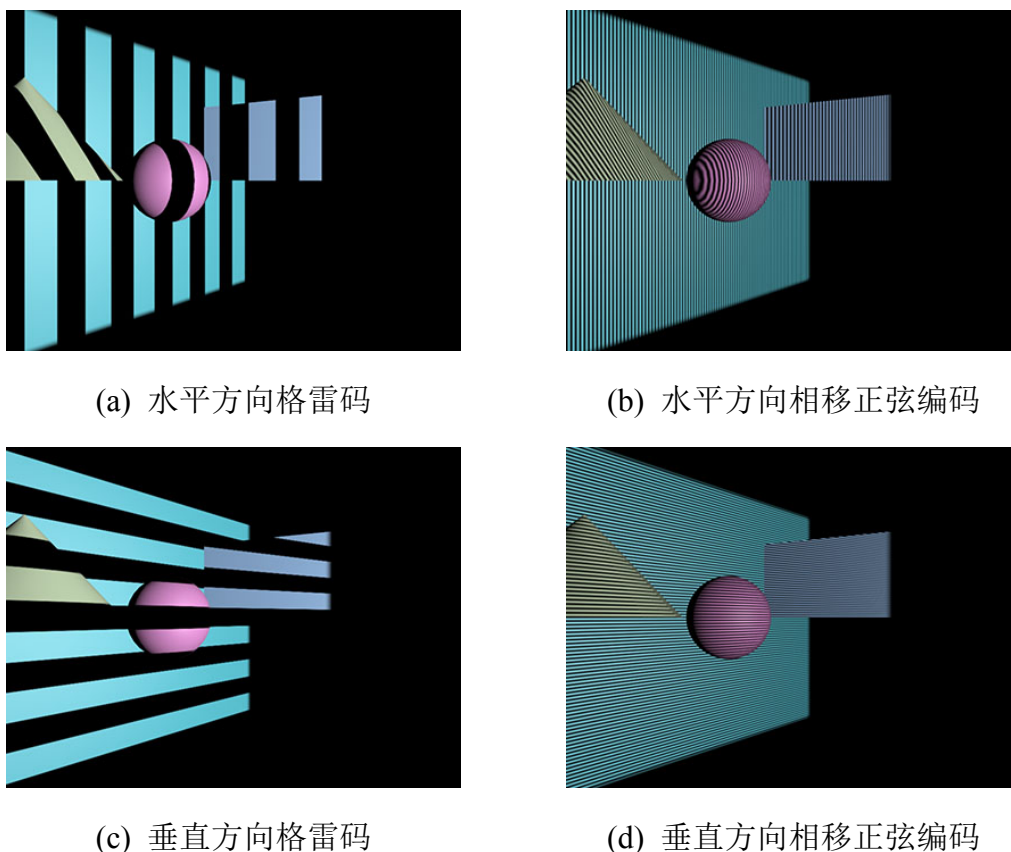


图 4-8 将编码结构光图像投影到场景

图 4-9 为实验估计得到的径向基础矩阵的重投影误差。(a)从相机位置拍摄的原始场景。(b)为重投影误差。误差表示为相机图像上的点到对应极线的距离。蓝色表示没有误差，红色表示误差超过 1 像素以上。

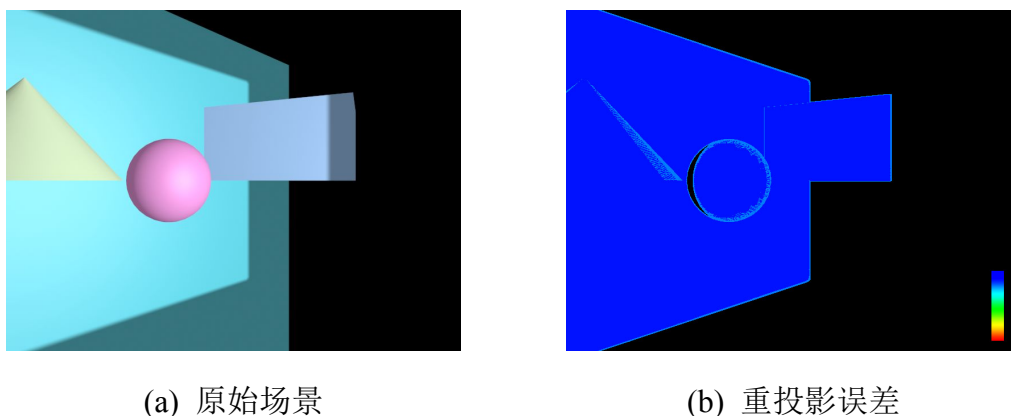


图 4-9 径向基础矩阵的重投影误差

表 4-1 所列为一次内参数标定仿真实验的结果。各数值含义可参看 4.2 定义。表中所列真实值直接从仿真场景中获得。需要注意的是，各数值的单位未经处理，此处数据主要用于说明标定算法的精度。实验证明，该相机-投影仪系统标定算

法基本能够满足标定精度的要求。

表 4-1 内参数标定结果

	$f_c$	$f_p$	$p_c$	$p_p$
估计值	590.53	1152.30	(399.5, 299.5)	(511.5, 383.5)
真实值	555.56	1236.07	(400, 300)	(512, 384)