修改处：

对 `数学基础-线段-线段是否相交` 的结论：

①第一版判断函数参考代码的第 3 行，原文为：

```
    return cross(c - a, d - a) * cross(c - b, d - b) <= 0.0 && cross(a - c, b - c) * cross(a - d, b - d) <= 0.0;
```

应当改为：

```
    return cross(b - a, c - a) * cross(b - a, d - a) <= 0 && cross(d - c, a - c) * cross(d - c, b - c) <= 0;
```

且第一版判断函数成立的条件，原文为： AB, CD 不共线

应当改为： A, B, C, D 任意三点不共线

②第二版判断函数参考代码的第 23 行，原文为：

```
    return f(c - a, d - a) * f(c - b, d - b) <= 0 && f(a - c, b - c) * f(a - d, b - d) <= 0;
```

应当改为：

```
    return f(b - a, c - a) * f(b - a, d - a) <= 0 && f(d - c, a - c) * f(d - c, b - c) <= 0;
```

③对应修改判断直线 AB 与线段 CD 是否相交的条件，原文是：

$$(\vec{CA} \times \vec{CB}) \cdot (\vec{DA} \times \vec{DB}) \leq 0$$

应当改为：

$$f(\vec{AB}, \vec{AC}) \cdot f(\vec{AB}, \vec{AD}) \leq 0$$

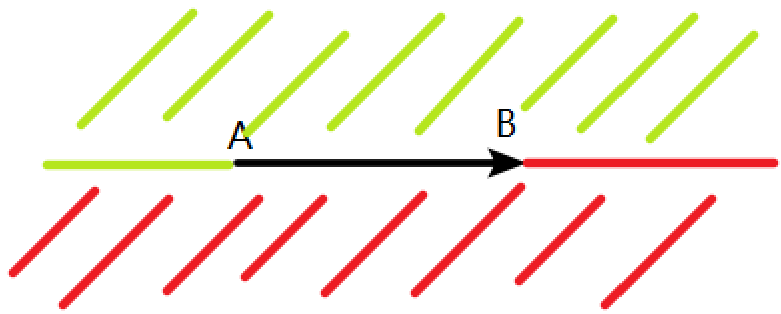
修改理由：

根据课件内容，可知定义了一个函数 f 指明向量 a 与向量 b 的关系：

```
ll f(const Point &a, const Point &b) //a是AB， b是AP
{
    if (cross(a, b) > eps)
    {
        return 1; //b在a逆时针(0°,180°)方向
    }
    if (cross(a, b) < -eps)
    {
```

```
        return -1; //b在a顺时针(0°,180°)方向
    }
    if (dot(a, b) < -eps)
    {
        return 2; // P在AB左方(即180°)
    }
    if (a.abs() < b.abs())
    {
        return -2; // P在AB右方(即0°)
    }
    return 0; // P在AB内部
}
```

首先，$f>0$ 代表夹角为逆时针 $(0^\circ,180^\circ]$，$f<0$ 代表夹角为顺时针 $[0^\circ,180^\circ)$，即如下图所示，绿色区域是 >0 的(点 P 落在这个区域就是 >0)；红色区域是 <0，黑色区域是 $=0$ (含 A,B 点)。



那么 ≥ 0 就是绿色区域加黑色区域；≤ 0 就是红色区域加黑色区域。

相交必有交点，定义点 P 在 AB 内表示上述的黑色区域，交点必然同时满足两个条件：

- P 在线段 AB 线段内
- P 在线段 CD 线段内

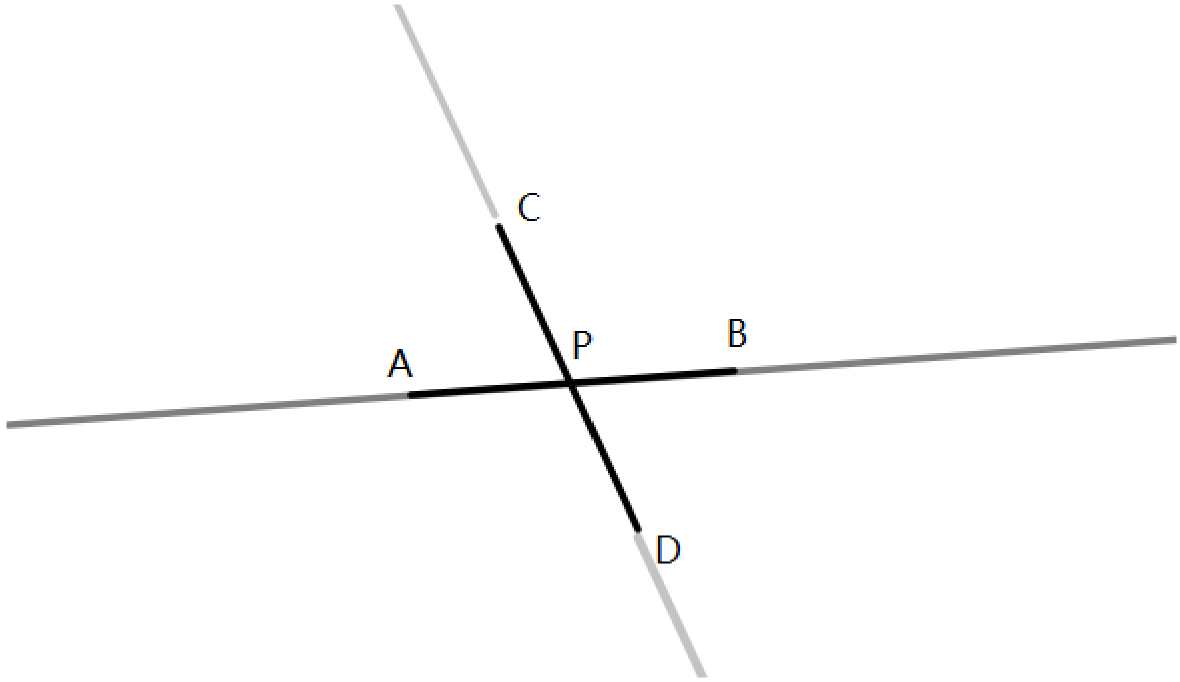
即线段 AB,CD 相交于点 P 可以看成：

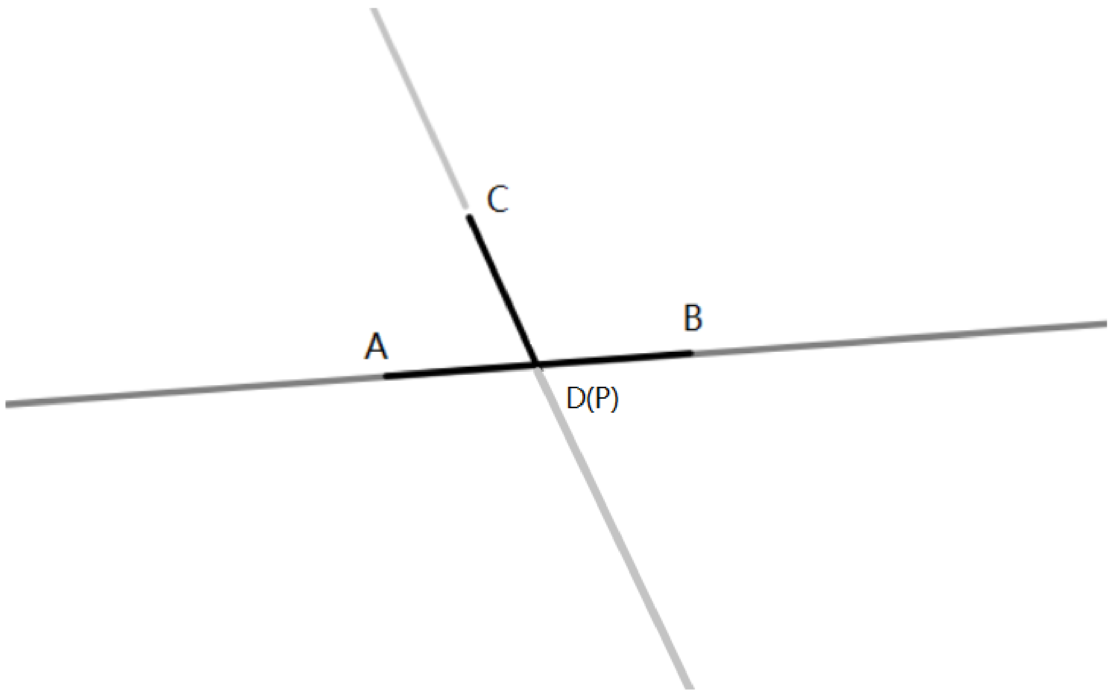
- 把 AB 拆成 AP,PB 两部分，那么延长 CD 线段分割平面为两部分后，AP,PB 在平面的不同部分
- 把 CD 拆成 CP,PD 两部分，那么延长 AB 线段分割平面为两部分后，CP,PD 在平面的不同部分

特别地，我们看作在黑色区域表示同时在平面两个部分。具体而言，绿色+黑色是平面一部分；红色+黑色是另一部分；平面两部分的重合是黑色部分

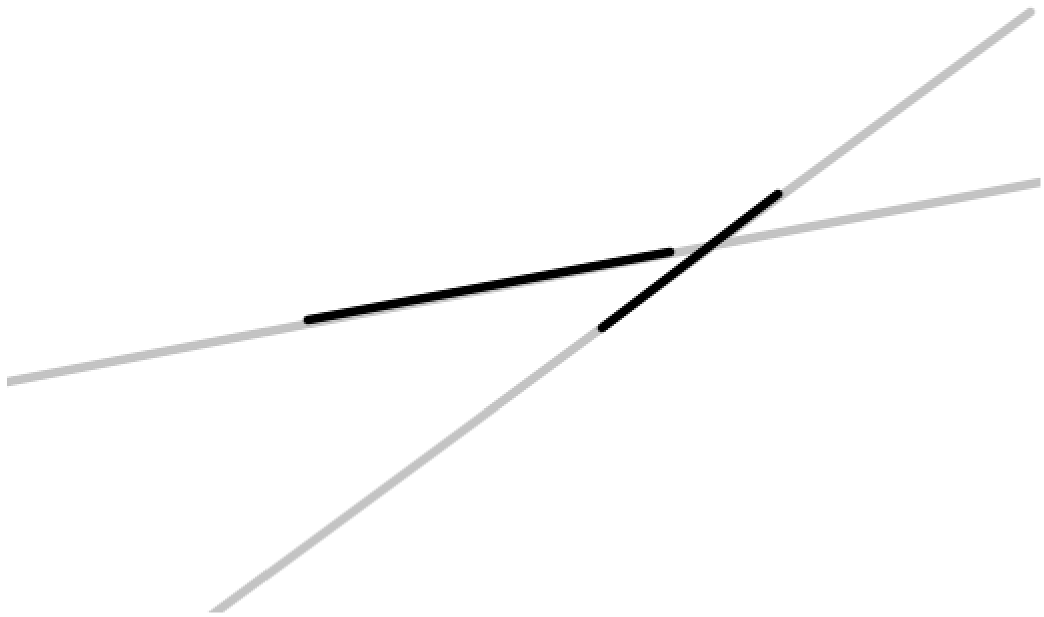
当且仅当同时满足这两个条件，线段相交。

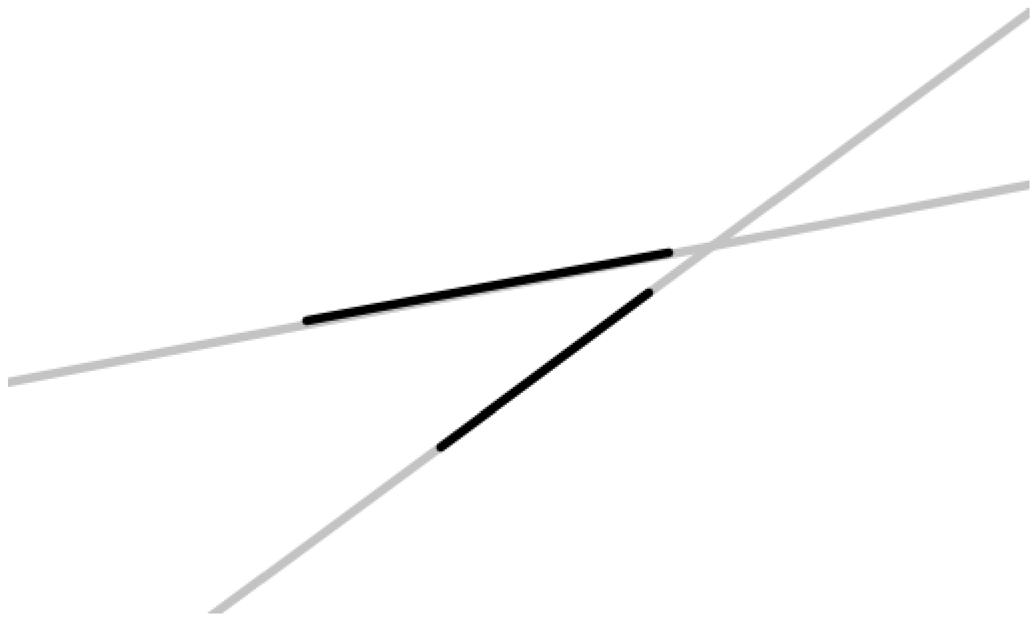
如图所示：





如果只满足其一或一个都不满足，那么必然不相交：





当我们修改函数后，其含义是：

$$\begin{cases} f(\vec{AB}, \vec{AC}) \cdot f(\vec{AB}, \vec{AD}) \leq 0 \\ f(\vec{CD}, \vec{CA}) \cdot f(\vec{CD}, \vec{CB}) \leq 0 \end{cases}$$

对 $f(\vec{AB}, \vec{AC}) \cdot f(\vec{AB}, \vec{AD}) \leq 0$，当且仅当下面情况至少其一成立：

- $f(\vec{AB}, \vec{AC}) \leq 0, f(\vec{AB}, \vec{AD}) \geq 0$

  也就是说① C 点在绿色或黑色区域且② D 在红色或黑色区域这两个条件同时满足
- $f(\vec{AB}, \vec{AC}) \geq 0, f(\vec{AB}, \vec{AD}) \leq 0$

  也就是说① C 点在红色或黑色区域且② D 在绿色或黑色区域这两个条件同时满足

这就是上面的第二个条件：把 CD 拆成 CP, PD 两部分，那么延长 AB 线段分割平面为两部分后，CP, PD 在平面的不同部分

同理，$f(\vec{CD}, \vec{CA}) \cdot f(\vec{CD}, \vec{CB}) \leq 0$ 是第一个条件：把 AB 拆成 AP, PB 两部分，那么延长 CD 线段分割平面为两部分后， AP, PB 在平面的不同部分

因此，当 A, B, C, D 不存在任意三点共线时，一定不会存在任何一个 f 函数等于 0，也就是说 f 函数此时取值只可能是 ± 1，即不会有任何一个叉乘等于 0，那么简化版仍可使用，并修改为：

$$\begin{cases} (\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot (\vec{AB} \times \vec{AD}) \leq 0 \\ (\vec{CD} \times \vec{CA}) \cdot (\vec{CD} \times \vec{CB}) \leq 0 \end{cases}$$

事实上不会取 0，所以把 $\leq$ 写成 $<$ 也行

> 对应的题目 `契合度1` 的题解也进行了修改

> 如果您还发现了先修班课件存在任何其他错误的话，欢迎随时联系 lr580， 将马上进行修改 QwQ