

[第二次课预习练习]函数递归练习

试题册

软件协会

题目列表

复杂函数

水桶

最大公因数

裴蜀定理

汉诺塔

打印十字图

南蛮图腾

正则问题

重要提示 Java 和 Python 程序在题目所标时间空间限制基础上有 2 秒的额外运行时间和 64 MB 的额外空间

A. 复杂函数

1 秒, 128 MB

已知复杂函数：

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + \pi, & 0 \leq x \leq 5 \\ \min \left(f(x-1) + \frac{1}{3}f(x-2), \frac{1}{2}f(x-4) \right), & x > 5 \\ 2|f(x+3) \times f(x+4)|, & x < 0 \end{cases}$$

求解 $f(x)$

输入

输入一个**实数** x ($-10 \leq x \leq 30$)，输入的小数位为 6 位。

保证输入使得答案不会超过 `double` 的表示范围。

输出

输出一个实数代表 $f(x)$ ，你的答案被认为是正确的当且仅当你的答案与标准答案的相对误差或绝对误差不超过 10^{-6}

样例

样例输入 1	样例输出 1
5.000000	5.377661

样例输入 2	样例输出 2
-3.000001	415.124815

样例输入 3	样例输出 3
12.345678	1.306555

B. 水桶

1 秒, 128 MB

一开始有 n 个没有水的容量无限大的水桶排成一列，编号从 1 到 n ，对这些水桶装水，有以下两种装水操作方式：

- 对编号区间 $[a, b]$ 进行操作 1，具体会执行如下步骤：
 - 对区间 $[a, b]$ 的每个水桶增加 1 升水
 - 对编号为 b 的水桶进行操作 2 (操作 2 见下文)
 - 如果子区间 $[a + 1, b - 1]$ 非空区间，对该子区间继续进行操作 1
- 对编号为 x 的水桶进行操作 2，具体会执行如下步骤：
 - 设 k 代表现在是自程序执行以来第几次进行到这一步
 - 让第 x 号水桶增加 k 升水
 - 如果 $x + 2 \leq n$ ，对区间 $[x + 1, x + 2]$ 进行操作1
 - 如果 $2x \leq n$ ，对编号为 $2x$ 的水桶继续进行操作 2

求最后每个水桶有多少升水。

输入

第一行输入两个整数 $n, t(1 \leq n \leq 10^2, 1 \leq t \leq 10)$

接下来输入 t 行，每行首先输入一个整数 $v(1 \leq v \leq 2)$ ，代表这是操作 v ，若 $v = 1$ ，接下来在同一行输入 2 个整数 a, b ，否则在同一行输入 1 个整数 x ，保证输入满足 $1 \leq x, a, b \leq n, a \leq b$

输出

每次操作结束后，在一行中输出每个水桶现在有多少滴水，每个水桶结果用空格隔开

样例

样例输入 1	样例输出 1
5 2 2 1 1 1 5	1 5 4 13 4 2 7 16 24 23

C. 最大公因数

1 秒, 128 MB

给定两个整数 a, b , 求它们的最大公因数(GCD, greatest common divisor) $\gcd(a, b)$ (或写成 (a, b))

输入

输入一行两个整数 $a, b(1 \leq a, b \leq 10^{18})$

输出

输出一行一个整数, 代表 (a, b)

样例

样例输入 1	样例输出 1
580 1437580	20

样例输入 2	样例输出 2
998244353 1000000007	1

D. 裴蜀定理

1 秒, 128 MB

裴(péi)蜀(shǔ)定理表示为：设 a, b 是不全为零的整数，则 $\exists x, y \in Z$ ，使得

$$ax + by = \gcd(a, b)$$

对 a, b 进行辗转相除法，可得最大公约数，收集辗转相除法产生的因子再倒回去，就可以得到 $ax + by = \gcd(a, b)$ 的整数解 (x, y) 。这个算法是**拓展欧几里得算法** (exgcd)。

具体为：辗转相除最后一步时有 $a' = \gcd(a, b), b' = 0$ ，故设 $x = 1, y = 0$ ；然后返回这次辗转相除的上一步，设这一步为 x, y ，它的下一步为 x', y' ，则有：

$$x = y', \quad y = x' - \lfloor \frac{a}{b} \rfloor \cdot y'$$

一直返回，直到辗转的第一步为止，最后的 x, y 即为所求。

给定 a, b ，请你求得一组 x, y ，使得 $ax + by = \gcd(a, b)$ 成立。

输入

输入一行两个整数 $a, b(1 \leq a, b \leq 10^{18})$

输出

输出一行两个整数 x, y

答案可能不唯一，你只需要输出任意一个成立的且绝对值小于 10^{18} 即可。

样例

样例输入 1	样例输出 1
580 1437580	-29743 12

样例输入 2	样例输出 2
998244353 1000000007	4924091 -4915446

E. 汉诺塔

1 秒, 128 MB

这是一道经典到不能再经典的题目。题意大致如下：

汉诺塔是一个源于印度古老传说的益智玩具。大梵天创造世界的时候做了三根金刚石柱子，在一根柱子上从下往上按照大小顺序摞着 64 片黄金圆盘。大梵天命令婆罗门把圆盘从下面开始按大小顺序重新摆放在另一根柱子上。并且规定，在小圆盘上不能放大圆盘，在三根柱子之间一次只能移动一个圆盘。

重新命名一下题目中出现的金刚石柱名称，并且把 64 换成任意整数 n ，即：



有三个柱子，分别记作 A, B, C ，一开始，有 n 个圆盘由大到小放在 A 柱，现在要把这 n 个圆盘都放到 C 柱，求移动方案。移动方案的输出格式是 `x->y`，代表将 `x` 柱最上面的圆盘放到 `y` 柱上。

输入

输入整数 $n(1 \leq n \leq 16)$

输出

输出移动方案，每次移动占一行

样例

样例输入 1	样例输出 1
2	A->B A->C B->C
样例输入 2	样例输出 2

3	<div>A->C A->B C->B A->C B->A B->C A->C</div>
---	--

F. 打印十字图

1 秒, 128 MB

小明为某机构设计了一个十字型的徽标（并非红十字会啊），如下所示：

```
..$$$$$$$$$$$$$..
..$.          $.
$$$.$$$$$$$$$$.$$$
$...$.        $.
$.$$$.$$$$$$.$$$.$
$.$....$.    $.$.
$.$.$$$.$.$$.$.
$.$....$.    $.$.
$.$.$$$.$.$$.$.
$.$....$.    $.$.
$.$.$$$.$.$$.$.
$.$....$.    $.$.
$.$$$.$$$$$$.$$$.$
$...$.        $.
$$$.$$$$$$$$$$.$$$
..$.          $.
..$$$$$$$$$$$$$..
```

对方同时也需要在电脑dos窗口中以字符的形式输出该标志，并能任意控制层数。

为了能准确比对空白的数量，程序要求对行中的空白以句点（.）代替。

输入

输入一个正整数 $n(n \leq 30)$ 表示要求打印图形的层数。

输出

对应包围层数的该标志。

样例

样例输入 1	样例输出 1
1	..\$\$\$\$\$.. ..\$. \$. \$\$\$.\$.\$\$\$ \$...\$...\$ \$.\$\$\$\$\$. \$...\$...\$ \$\$\$.\$.\$\$\$..\$. \$. ..\$\$\$\$\$..
样例输入 2	样例输出 2

[illegible][illegible]

说明

出处：蓝桥杯真题 第四届省赛 C组

不保证测试点和数据范围与原题一致

G. 南蛮图腾

1 秒, 128 MB

自从到了南蛮之地，孔明不仅把孟获收拾的服服帖帖，而且还发现了不少少数民族的智慧，他发现少数民族的图腾往往有着一种分形的效果，在得到了酋长的传授后，孔明掌握了不少绘图技术，但唯独不会画他们的图腾，于是他找上了你的爷爷的爷爷的爷爷的爷爷.....帮忙，作为一个好孙子的孙子的孙子的孙子.....你能做到吗？

输入

每个数据一个数字，表示图腾的大小（此大小非彼大小） $n \leq 10$

输出

这个大小的图腾

样例

样例输入 1	样例输出 1
2	<pre> /\n /_\<n \="" \n="" _\v_\<n<="" pre=""></n></pre>
样例输入 2	样例输出 2
3	<pre> /\n /_\n /\ /\n /_V_\n /\ /\n /_\ /_\n /\ /\ /\ /\n/_\V_\V_\V_\</pre>

说明

出处：洛谷 P1498

不保证数据与原题一模一样

H. 正则问题

1 秒, 128 MB

考虑只由 `x` , `()` , `|` 组成的正则表达式。`|` 是二元运算符，对左右两边的仅由 `x` 组成的字符串，在这道题它将会返回更长的一个。例如 `xx|xxx = xxx` , `((xx|xxx)x|(x|xx))xx = xxxxxx`。

输入

输入为一个由 `x()``|` 组成的正则表达式。输入长度不超过 100 , 且保证合法。

输出

输出这个正则表达式能接受的最长字符串的长度。

样例

样例输入 1	样例输出 1
<code>((xx xxx)x (x xx))xx</code>	6

说明

出处：蓝桥杯真题 第八届省赛 A组

注：不保证数据与原题一致