

实验报告

徐亦昶 PB20000156

2021 年 4 月 9 日

1 实验题目

重力加速度的测量

2 实验目的

利用自由落体法和单摆法进行重力加速度的测量，并通过一系列措施改善测量的精度。

3 自由落体法

实验原理

设加速度为 g 小球以速度 v_0 通过光电门 1，经过时间 t_i 后到达与光电门 1 相距 h_i 的光电门 2，其中 $i = 1, 2, \dots, n$ ，则有

$$h_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$h_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2$$

...

$$h_n = v_0 t_n + \frac{1}{2} g t_n^2$$

即

$$\frac{h_1}{t_1} = v_0 + \frac{1}{2} g t_1$$

$$\frac{h_2}{t_2} = v_0 + \frac{1}{2} g t_2$$

...

$$\frac{h_n}{t_n} = v_0 + \frac{1}{2}gt_n$$

由于对每个 i , h_i 和 t_i 都是测量出的常数, 因此可以通过线性拟合的方法求出未知的参数 g 。在实验中, h 和 t 分别用卷尺和双光电门法测出。

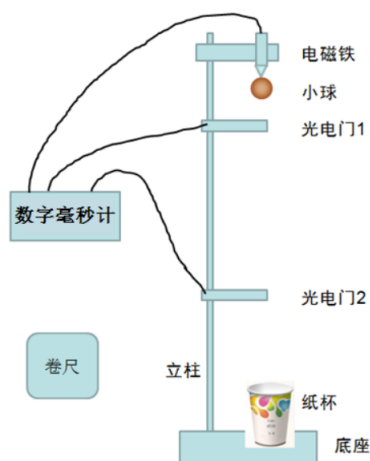
实验内容

对大球、小球、圆柱分别进行下述实验:

1. 将装置底座放在水平台面上, 调整立柱底座的调节螺栓, 使立柱竖直。
2. 将一小球吸在立柱上端的电磁铁上, 放置光电门 1 和光电门 2。记录小球从断电到通过光电门 1 的时间差 t_{i1} 、从断电到通过光电门 2 的时间差 t_{i2} 以及小球通过两个光电门的时间差 t_i 。随后用 $t_{i2} - t_{i1}$ 得到小球通过两个光电门的时间差, 与之前测得的数值求平均得到 t_i , 移动光电门 2。
3. 用计算机或最小二乘法对 $\frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i$ 进行拟合, 并求出所得直线的损失函数值

$$loss(\hat{v}_0, \hat{g}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{h_i}{t_i} - \hat{v}_0 - \frac{1}{2}\hat{g}t_i \right)^2$$

4. \hat{g} 即为重力加速度的估计值。



数据记录

表 1: 自由落体法测重力加速度（小球）

<div>实验次数 i</div> <div>测量参数</div>	1	2	3	4	5	6
h_i/m	0.500	0.450	0.400	0.350	0.300	0.250
t_{i1}/s	0.1685	0.1693	0.1683	0.1686	0.1686	0.1684
t_{i2}/s	0.3610	0.3484	0.3314	0.3159	0.2992	0.2825
t_i/s	0.1925	0.1791	0.1631	0.1473	0.1306	0.1141

表 2: 自由落体法测重力加速度（圆柱）

<div>实验次数 i</div> <div>测量参数</div>	1	2	3	4	5	6
h_i/m	0.500	0.450	0.400	0.350	0.300	0.250
t_{i1}/s	0.1732	0.1730	0.1729	0.1734	0.1732	0.1733
t_{i2}/s	0.3646	0.3498	0.3347	0.3204	0.3025	0.2855
t_i/s	0.1914	0.1768	0.1618	0.1470	0.1293	0.1122

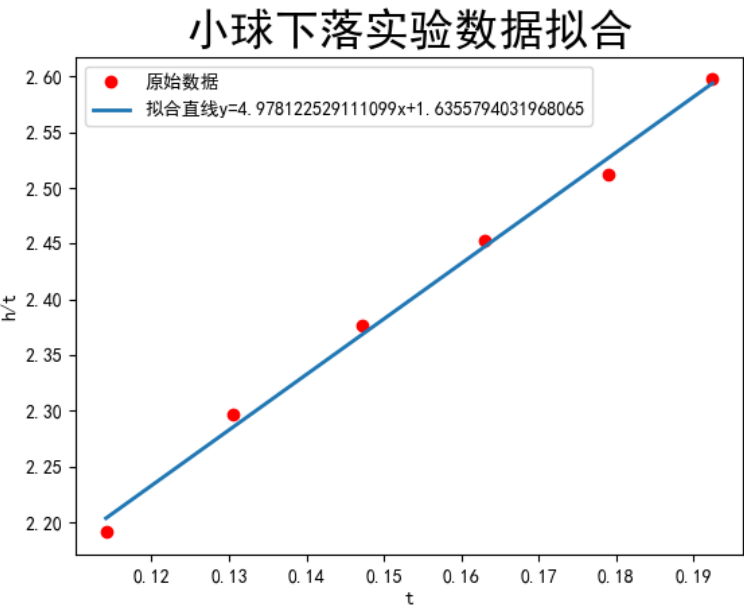
表 3: 自由落体法测重力加速度（大球）

实验次数 i \ 测量参数	1	2	3	4	5	6
h_i/m	0.500	0.450	0.400	0.350	0.300	0.250
t_{i1}/s	0.1661	0.1656	0.1659	0.1662	0.1661	0.1661
t_{i2}/s	0.3597	0.3441	0.3299	0.3135	0.2975	0.2797
t_i/s	0.1936	0.1785	0.1640	0.1473	0.1314	0.1136

数据计算

3.0.1 小球下落数据计算

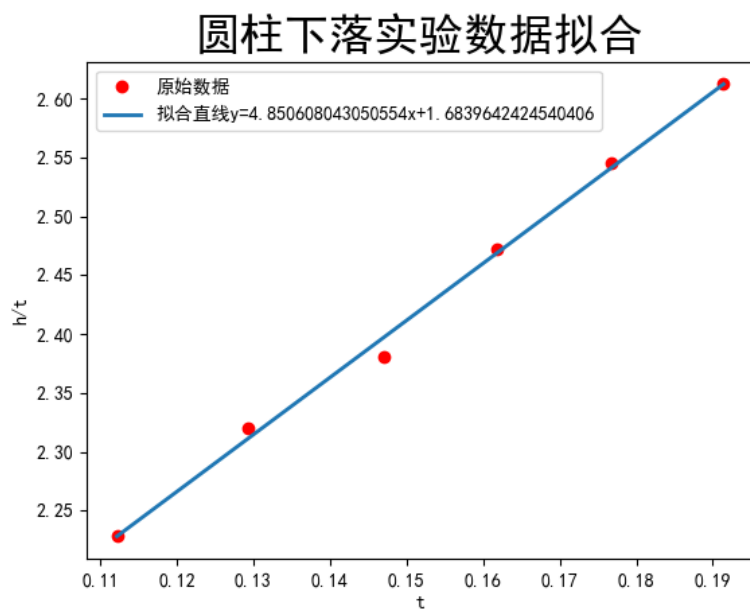
求得重力加速度： $9.95m/s^2$
相关系数： $r=0.9972972816880287$



3.0.2 圆柱下落数据计算

求得重力加速度: $9.70m/s^2$

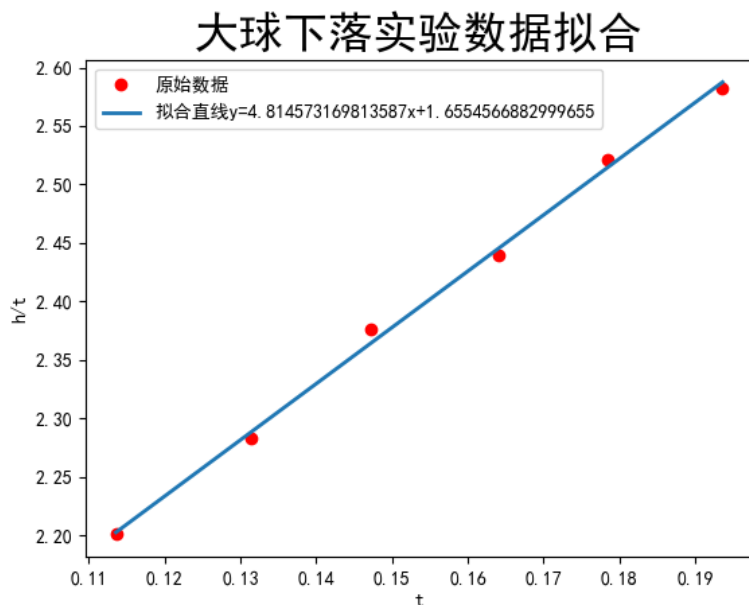
相关系数: $r=0.9982363750789983$



3.0.3 大球下落数据计算

求得重力加速度: $9.62m/s^2$

相关系数: $r=0.9987560595445574$



思考

1. 直接使用 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 很难精确测量重力加速度。由于电磁铁有剩磁，因此小球下落的初始时间不准确。而本实验中通过两个时间相减的方法，避免了因计时延迟带来的误差。
2. 为提高精度，各次实验中两光电门距离跨度应该尽可能大，这样可减小拟合时的误差。
3. 通过本实验还可求出小球通过光电门 1 时的速度，用最小二乘法求出 v_0 即可。
4. 显然可以使用 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 来进行不精确的测量，另外还有一种方法：调整光电门 2 的位置，使小球从下落至到达光电门 2 的时间为从下落至到达光电门 1 的时间的 2 倍，下落路程可用光电门 1 分成两段，第二段路程差-第一段路程差即为 gt^2 。如果支持再增加一个光电门，则使用三段路程中的下面两段进行如上计算，这样会更精确。

3.1 不确定度分析

由实验数据得出，第一组值偏大，后两组 g 值偏小。第一组 g 值偏大的原因可能是支架和地面不够垂直，后两组误差的主要来源是空气阻力，以及圆柱在空中的翻滚。

4 单摆法

实验原理

单摆周期公式为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g} \left[1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left(1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]}$$

在实验精度要求在 10^{-3} 以内时，公式可近似为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

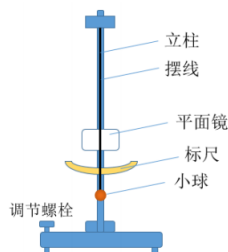
对 $T^2 g = 4\pi^2 l$ 两边微分，得到 $2gdT^2 + T^2 dg = 4\pi^2 dl$ ，和 $T^2 g = 4\pi^2 l$ 相除，得到 $2\frac{dT^2}{T^2} + \frac{dg}{g} = 4\pi^2 \frac{dl}{l}$ ，当误差小时，可近似为

$$2\frac{\Delta T^2}{T^2} + \frac{\Delta g}{g} = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{l}$$

实验开始时，摆长为 70cm，若使用千分尺，则 $4\pi^2 \frac{\Delta l}{l} = 4\pi^2 \frac{10^{-5}}{0.7} = 0.00112$ ，又 $2\frac{\Delta T^2}{T^2} \approx 2 \times 0.014^2 \div 1.4^2 \approx 0.00028$ ，因此用此方法测得的 $\frac{\Delta g}{g} \approx 0.0014 < 0.01$ 。故可以使用千分尺。

实验内容

1. 调节螺栓使立柱竖直，并调节标尺高度，使其上沿中点距悬挂点 70cm。
2. 调整视线，使细线和平面镜中的镜像重合。
3. 释放小球的同时计时，记录小球往返 50 个周期的时间 T，由此得到一个平均周期。
4. 重复上述步骤 5 次，取 6 次测得周期的平均值
5. 求出重力加速度 g。
6. 实验结束，打乱支架平衡、标尺及平面镜位置。



数据记录

绳长：0.70m

表 4: 单摆法测重力加速度

实验次数 i \ 测量参数	1	2	3	4	5	6
50 次周期 (s) /m	84.27	84.30	84.27	84.29	84.28	84.31
单次周期 (s) /m	1.68540	1.68600	1.68540	1.68580	1.68560	1.68620

数据计算

求得的 $9.72478542802663m/s^2$

不确定度分析

A 类不确定度

$$u_{AT} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (T_i - \bar{T})^2}{6 \times 5}} = 0.00013$$

$$t_{0.68} = 1.11$$

B 类不确定度

千分尺最大允差为 0.001cm，估计误差为 0.0005cm，因此 $u_{Bl} = \sqrt{10^{-4} + 25 * 10^{-8}}/3 = 0.00334$ 。秒表最大允差为 0.01s，估计误差为 0.004s，B 类不确定度的最大值 $\Delta_{BT} = \sqrt{0.01^2 + 0.004^2} = 0.01$ B 类标准不确定度 $u_{BT} = 0.003$ 。对于秒表和千分尺， $k_{0.683} = 1.000$ ，因此 B 类展伸不确定度均和 B 类标准不确定度相等。因此 $U_{0.68,l} = 0.00334$ ， $U_{0.68,T} = 0.00300$ ，根据不确定度传递公式

$$U_{0.68,g} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2 U_{0.48,l}^2 - \left(\frac{8\pi^2 l}{T^3}\right)^2 U_{0.68,T}^2}$$

，可得 $U_{0.68,g} = 0.03$ 。因此 $g = 9.725 \pm 0.03m/s^2$ 。

思考

本实验误差主要有两个：其一是由于操作不精确，任意使球做圆锥摆运动，从而导致测得的周期偏长，g 值偏小；其二是秒表计时不够准确。对于第一个问题可以使用尺子等拨动小球，使其保持在一平面内运动。或

者更精确地，可以使用电磁铁控制小球的下摆。对于第二个问题，可以增加周期数并求平均值，或者使用光电门，这样也避免了因视线左移或右移造成的误差。