LISTA 4 DE EXERCÍCIOS

INSTRUÇÔES:

Resolva manualmente os problemas a seguir. Quando necessário, use uma calculadora ou escreva um programa no MATLAB para realizar os cálculos. Não utilize funções residentes do MATLAB para realizar o ajuste de curvas e interpolação.

PROBLEMA 1:

A função $f(x)$ é dada na forma tabulada a seguir. Compare $\int_0^1 f(x)\,dx$ com $h = 0{,}25$ e $h = 0{,}5$ usando:

a) O método do retângulo composto.
b) O método do ponto central composto. Use interpolação linear para determinar $f(x)$ nos pontos centrais.
c) O método trapezoidal composto

x	0	0,25	0,5	0,75	1,0
f(x)	0,9162	0,8109	0,6931	0,5596	0,4055

PROBLEMA 2:

A equação de um círculo com raio 1 (círculo unitário) é dada por $x^2 + y^2 = 1$, e sua área é $A = \pi$. Consequentemente,

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2}\,dx = \frac{\pi}{2}$$

Avalie a integral usando os métodos a seguir:

a) Método de Simpson 1/3. Divida o intervalo de integração em oito subintervalos.
b) Método de Simpson 3/8. Divida o intervalo de integração em nove subintervalos.
c) Quadratura de Gauss de segunda ordem.

Compare os resultados e discuta o porquê das diferenças.

PROBLEMA 3:

Considere a EDO de primeira ordem a seguir:

$$\frac{dy}{dx} = yx - x^3 \text{ de } x = 0 \; a \; x = 1{,}8 \text{ com } y(0) = 1$$

a) Resolva a equação manualmente usando o método explícito de Euler com $h = 0{,}6$
b) Resolva a equação manualmente usando o método de Euler modificado com $h = 0{,}6$.
c) Resolva a equação manualmente usando o método de Runge-Kutta de quarta ordem clássico com $h = 0{,}6$.

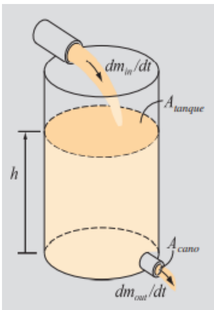
A solução analítica da EDO é: $y = x^2 - e^{\frac{1}{2}x^2} + 2$. Em cada letra, calcule o erro existente entre a solução exata e a solução numérica nos pontos em que a solução numérica é determinada.

PROBLEMA 4:
Escreva uma função no MATLAB que resolva uma EDO de primeira ordem aplicando o método de Runge-Kutta de terceira ordem clássico. Use como nome da função e argumentos [x,y]=edoRK3(EDO,a,b,h,yINI), onde EDO é o nome (string) da função em arquivo que calcula dy/dx, a e b definem o domínio da solução, h é o passo de integração e yINI é o valor inicial. Os argumentos de saída, x e y, são vetores com as coordenadas x e y da função. Use a função edoRK3 para resolver a EDO do seguinte problema:

Considere o tanque de água cilíndrico mostrado na Figura. Enche-se o tanque por cima e a água sai por um cano conectado no fundo. A taxa de variação da altura do nível d'água h é dada pela Equação:

$$\rho A_{tanque} \frac{dh}{dt} = K_1 + K_2 \cos\left(\frac{\pi}{12}\ t\right) - \rho A_{cano}\sqrt{2gh}$$

No tanque em questão, $A_{tanque} = 3{,}33m^2$, $A_{cano} = 0{,}08m^2$, $K_1 = 500\ kg/h$, $K_2 = 240\ kg/h$. Além disso, $\rho = 1000\ kg/m^3$ e $g = 9{,}81\ m/s^2$. Determine e trace um gráfico com a altura do nível d'água em função do tempo em s (segundos), se, em $t = 0$, $h = 3m$.



PROBLEMA 5:
Um pequeno foguete com peso inicial de $1360\ kg$ (incluindo $90\ kg$ de combustível), inicialmente em repouso, é lançado verticalmente. O foguete queima o combustível em uma taxa constante de $36\ kg/s$, o que resulta em uma força de propulsão T constante, de $31400\ N$. O peso instantâneo do foguete é $w(t) = 13500 - 360t\ N$. A força de arrasto D sentida pelo foguete é dada por $D = 0{,}036g\left(\frac{dy}{dt}\right)^2\ N$, onde y é a distância em pés, e $g = 9{,}81\ m/s^2$. Usando a lei de Newton, a equação do movimento para o foguete é dada por:

$$\frac{w}{g}\frac{d^2y}{dt^2} = T - w - D$$

Determine e trace a posição, a velocidade e a aceleração do foguete (três figuras separadas) em função do tempo, de $t = 0s$, quando o foguete deixa o repouso, até $t = 3s$. Reduza a EDO de segunda ordem a um sistema de duas EDOs de primeira ordem. Escreva uma função do octave para solucionar o problema do sistema de duas EDOs obtido.