计算机图形学

第四章 光栅图形的扫描转换与区域填充

颜波

复旦大学计算机科学技术学院
byan@fudan.edu.cn

本章概述

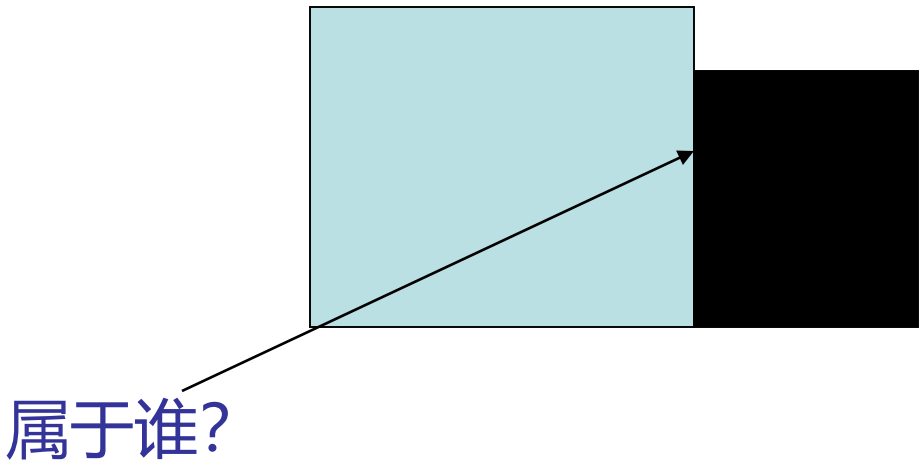
- 扫描转换矩形
- 扫描转换多边形
- 区域填充

扫描转换矩形

- **问题：**
  - **矩形是简单的多边形，那么为什么要单独处理矩形？**

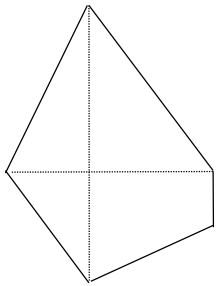
    比一般多边形可简化计算。

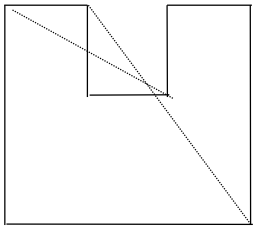
    应用非常多，窗口系统。
  - **共享边界如何处理？**
    - **原则：左闭右开，下闭上开**

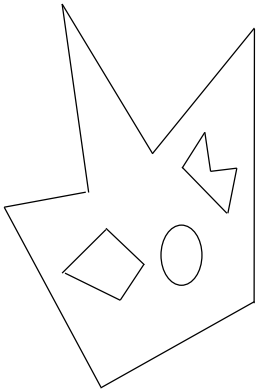


扫描转换多边形

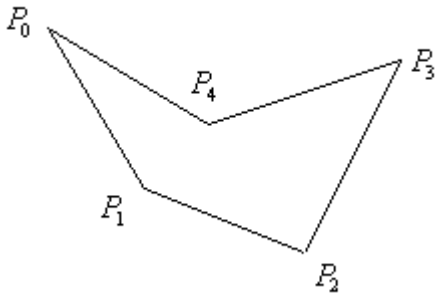
- 多边形分为凸多边形、凹多边形、含内环的多边形。

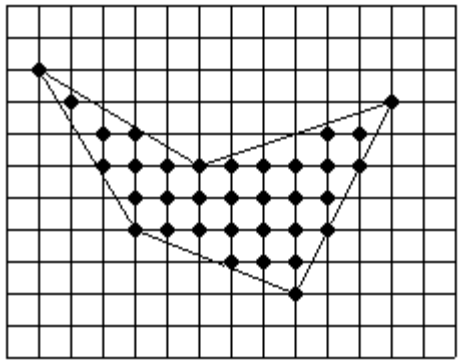






扫描转换多边形





- 多边形的表示方法
  - 顶点表示：
    - 用多边形顶点的序列来刻画多边形。
    - 直观、几何意义强、占内存少；不能直接用于面着色。
  - 点阵表示：
    - 用位于多边形内的象素的集合来刻划多边形。
    - 失去了许多重要的几何信息；便于运用帧缓冲存储器表示图形，易于面着色。

多边形的扫描转换

- **多边形的扫描转换：**
  - 把多边形的顶点表示转换为点阵表示，
  - 也就是从多边形的给定边界出发，求出位于其内部的各个象素，
  - 并给帧缓冲器内的各个对应元素设置相应的灰度和颜色，通常称这种转换为多边形的扫描转换。

- **几种方法：**逐点判断法；扫描线算法；边缘填充法；栅栏填充法；边界标志法。

逐点判断法

```
#define  MAX  100
Typedef struct {  int   PolygonNum;  // 多边形顶点个数
                  Point vertexces[MAX]   //多边形顶点数组
                } Polygon   //  多边形结构

    void FillPolygonPbyP(Polygon *P,int polygonColor)
    {  int x,y;
    for(y = ymin;y <= ymax;y++)
        for(x = xmin;x <= xmax;x++)
            if(IsInside(P,x,y))
               PutPixel(x,y,polygonColor);
            else
              PutPixel(x,y,backgroundColor);
    }/*end of FillPolygonPbyP()  */
```

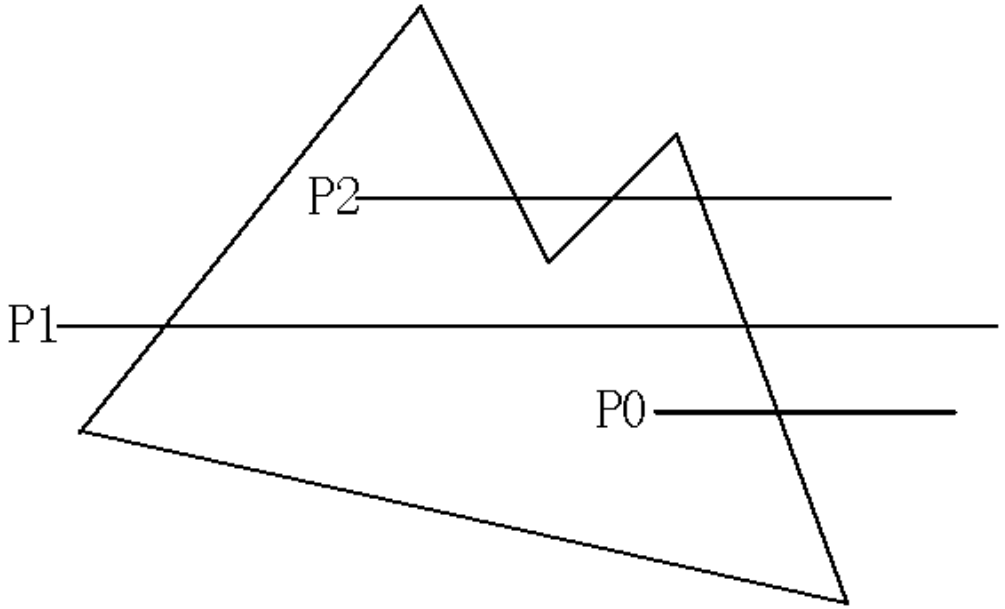
逐点判断法

- 逐个判断绘图窗口内的像素：
- 如何判断点在多边形的内外关系？
  1）射线法：
  2）累计角度法
  3）编码法；

逐点判断法

1）射线法

- 步骤：
  - ① 从待判别点v发出射线
  - ② 求交点个数k
  - ③ K的奇偶性决定了点与多边形的内外关系



逐点判断法

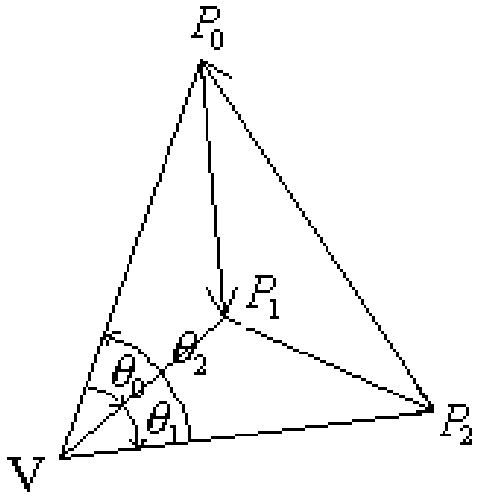
2）累计角度法

- 步骤

① 从v点向多边形P顶点发出射线，形成有向 θ_i 角

② 计算有相交的和，得出结论

$$\sum_{i=0}^{n}\theta_i=\begin{cases}0,\ v位于P之外\\ \pm 2\pi, v位于P之内\end{cases}$$



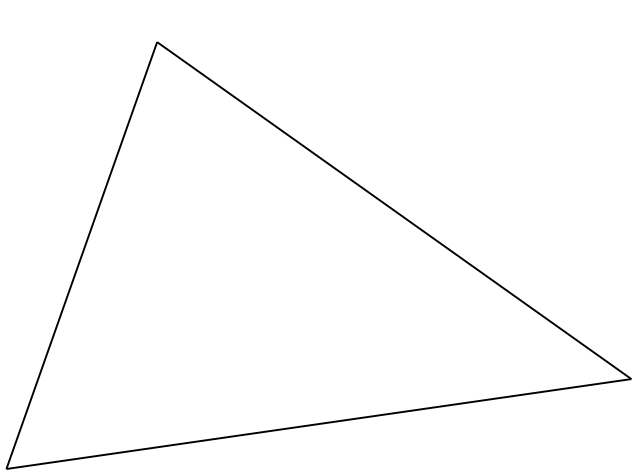
逐点判断法

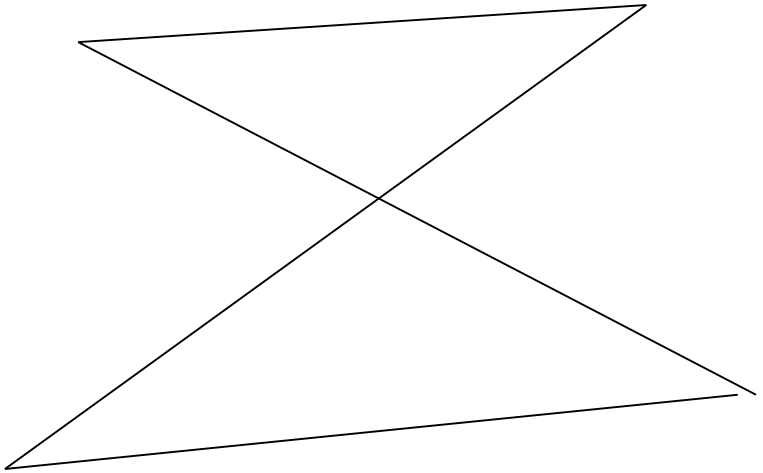
- 逐点判断的算法虽然程序简单，但不可取。
- 原因是速度太慢，

主要是由于该算法**割断**了各象素之间的联系，孤立地考察各象素与多边形的内外关系，使得几十万甚至几百万个象素都要一一判别，每次判别又要多次求交点，需要做大量的乘除运算，花费很多时间。

扫描线算法

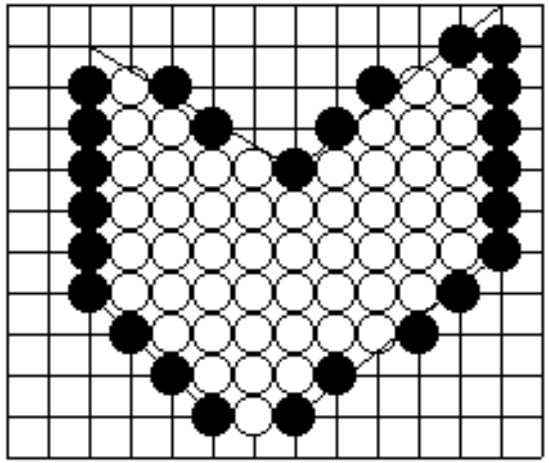
- 扫描线算法
  - 目标：利用相邻像素之间的连贯性，提高算法效率
  - 处理对象：非自交多边形 （边与边之间除了顶点外无其它交点）





扫描线算法

- 交点的取整规则
  - 要求：使生成的像素全部位于多边形之内
  - 假定非水平边与扫描线y=e相交，交点的横坐标为x,
  - 规则如下：



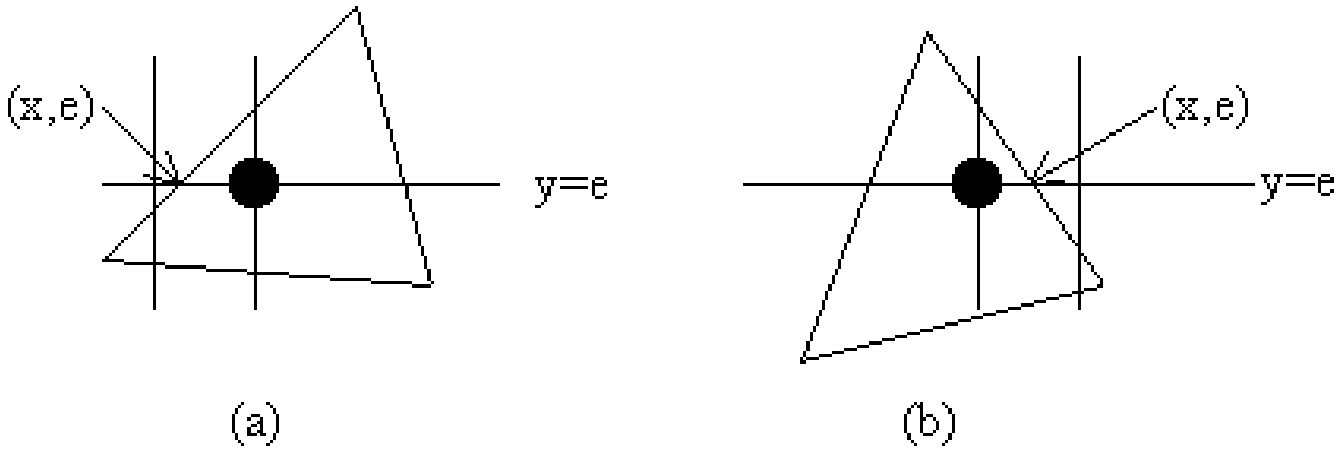
扫描线算法

- 规则1：

  X为小数，即交点落于扫描线上两个相邻像素之间

  (a)交点位于左边之上，向右取整

  (b)交点位于右边之上，向左取整



扫描线算法

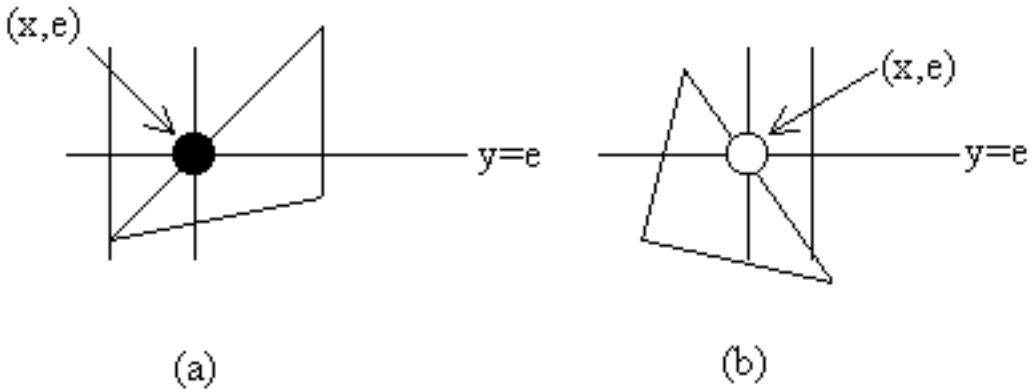
- 规则2：

  边界上象素的取舍问题，避免填充扩大化。

- 解决方法：

  边界象素：规定落在右边界的象素不予填充。

  具体实现时，只要对扫描线与多边形的相交区间左闭右开



扫描线算法

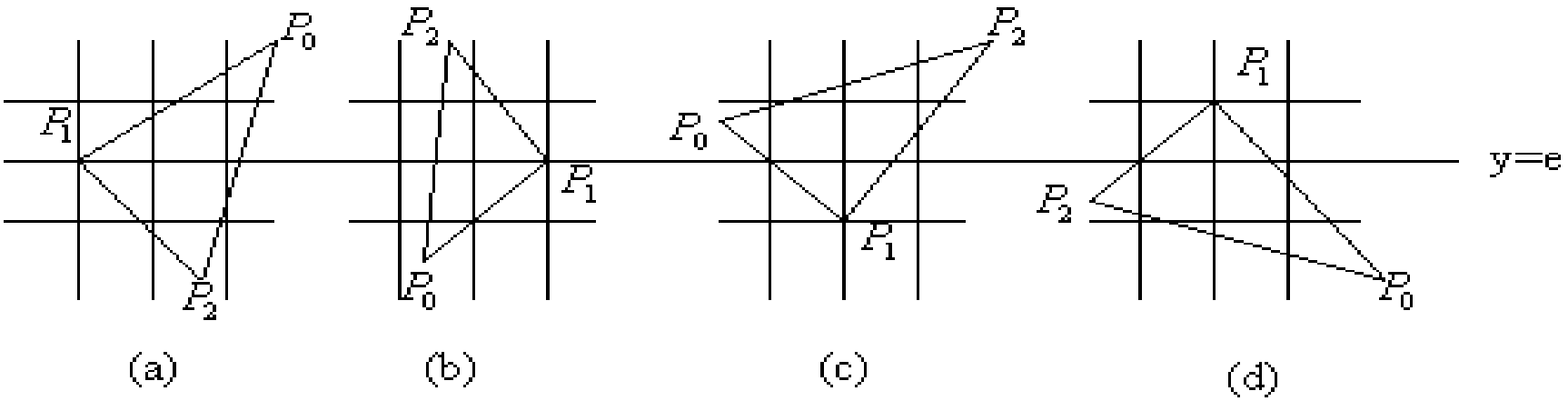
- 规则3：

  扫描线与多边形的顶点相交时，交点的取舍，保证交点正确配对。

- 解决方法：

  检查两相邻边在扫描线的哪一侧。

  只要检查顶点的两条边的另外两个端点的Y值，两个Y值中大于交点Y值的个数是0，1，2，来决定取0，1，2个交点。（**下闭上开**）



扫描线算法

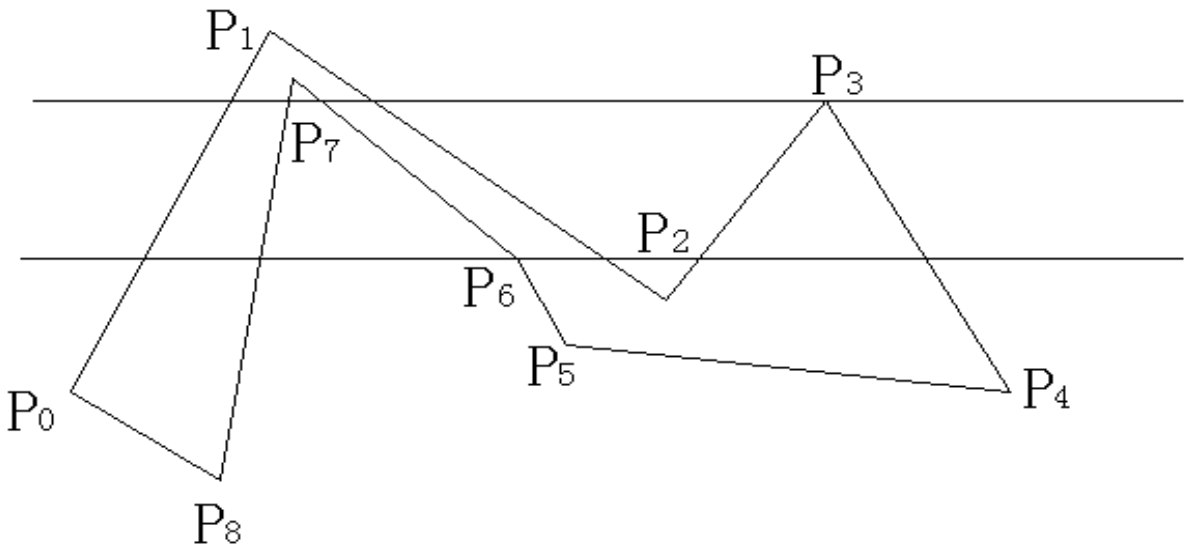
- 扫描线算法是多边形扫描转换的常用算法。
  - 与逐点判断算法相比，扫描线算法充分利用了相邻象素之间的连贯性，避免了对象素的逐点判断和反复求交的运算，
  - 达到了减少了计算量和提高速度的目的。

- 开发和利用相邻象素之间的连贯性是光栅图形算法研究的重要内容。

- 扫描转换算法综合利用了**区域的连贯性**、**扫描线连贯性**和**边的连贯性**等三种形式的连贯性。

区域的连贯性

- 设多边形P的顶点Pi=(xi,yi), i=0,1, ...,n,
- 又设yi0,yi1,...yin是各顶点Pi的坐标yi的递减数列，即yik≥yik+1,0≤k≤n-1
- 当yik≥yik+1,0≤k≤n-1时，屏幕上位于y=yik和y=yik+1两条扫描线之间的长方形区域被多边形P的边分割成若干梯形（三角形可看作其中一底边长为零的梯形），它们具有下列性质：

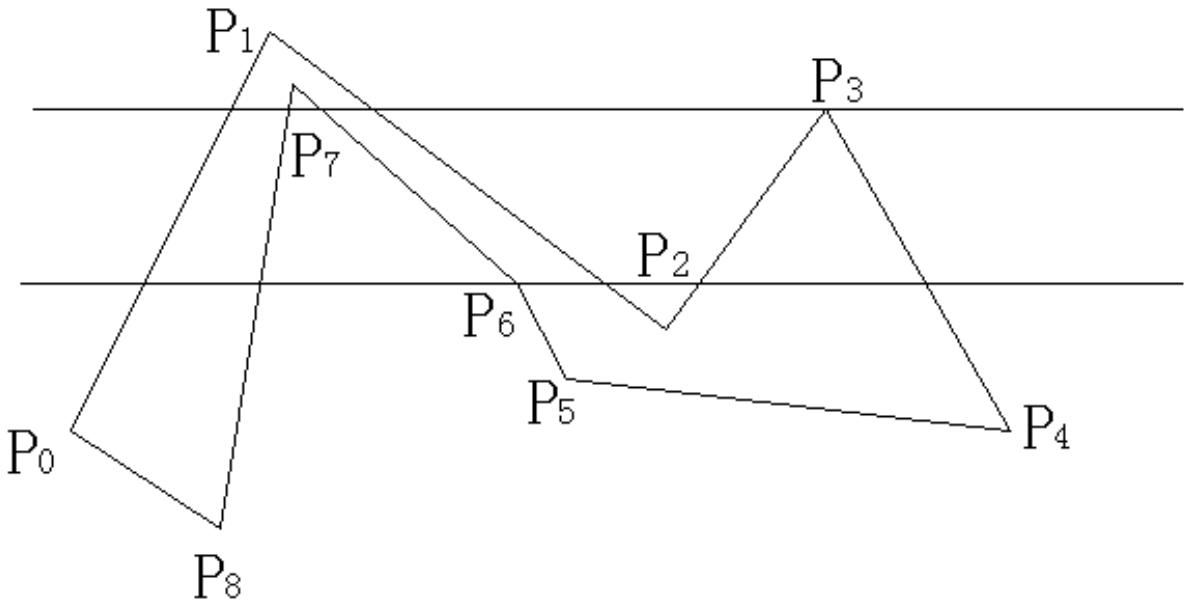


区域的连贯性

① 梯形的两底边分别在$y=y_{ik}$和$y=y_{ik+1}$两条扫描线上，腰在多边形P的边上或在显示屏幕的边界上。

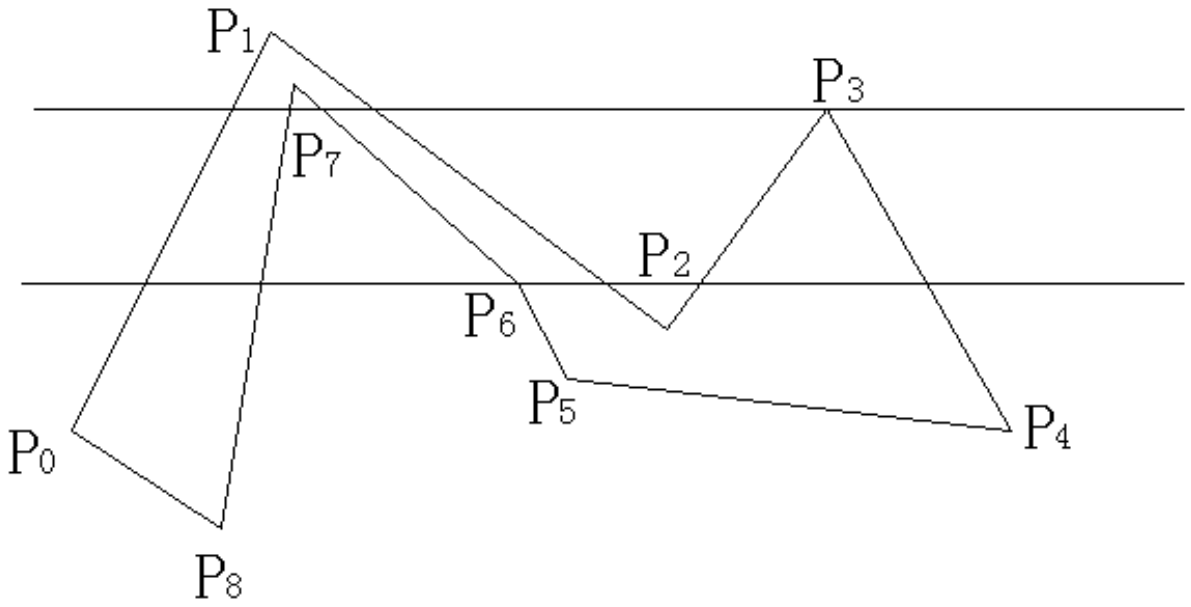
② 这些梯形可分为两类：一类位于多边形P的内部；另一类在多边形P的外部。

③ 两类梯形在长方形区域$\{y_{ik},y_{ik+1}\}$内相间的排列，即相邻的两梯形必有一个在多边形P内，另一个在P外。



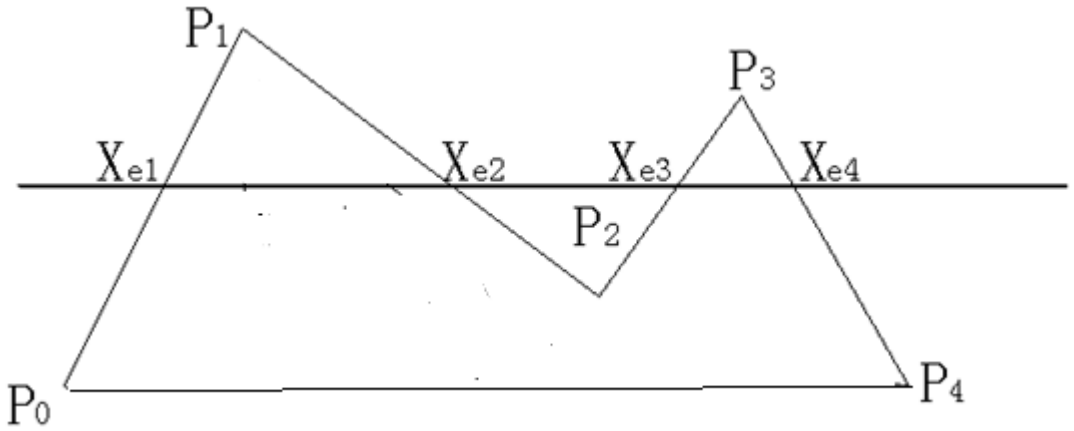
区域的连贯性

根据这些性质，实际上只需知道该长方形区域内任一梯形内一点关于多边形P的内外关系后，即可确定区域内所有梯形关于P的内外关系。



扫描线的连贯性

- 设e为一整数，yi0≥e≥yin。若扫描线y=e与多边形P的Pi-1Pi相交，则记其交点的横坐标为xei。
- 现设xei1,xei2,xei3,...,xeil 是该扫描线与P的边界各交点横坐标的递增序列，称此序列为交点序列。
- 由区域的连贯性可知，此交点序列具有以下性质：

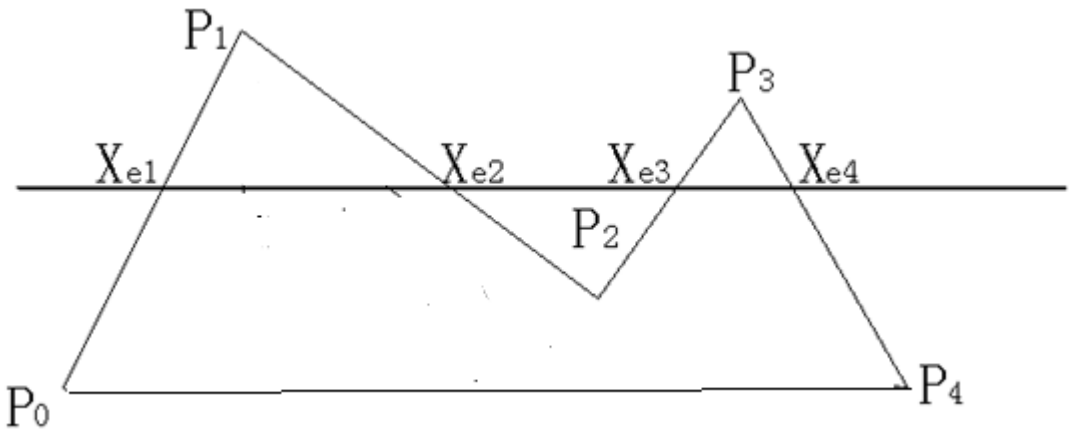


扫描线的连贯性

① l是偶数。

② 在该扫描线上，只有区段x_{eik},x_{eik+1}，k=1,3,5,…,l-1位于多边形P内，其余区段都在P外。

以上性质称为**扫描线的连贯性**，它是多边形区域连贯性在一条扫描线上的反映。

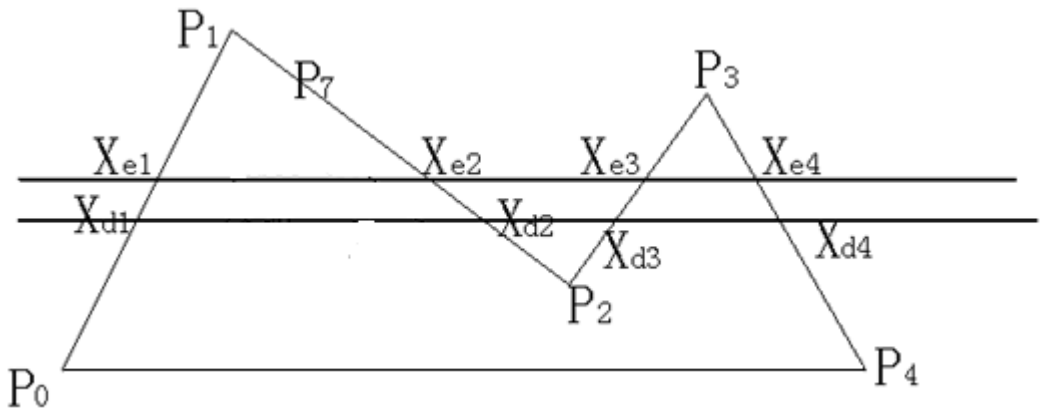


边的连贯性

- 设d为一整数，并且d=e-1,并且 $y_{i0} \geq d \geq y_{in}$。设位于扫描线y=d上的交点序列为$x_{dj1}, x_{dj2}, x_{dj3}, \cdots, x_{djk}$
- 现在来讨论扫描线d，e交点序列之间的关系。若多边形P的边Pr-1Pr与扫描线y=e,y=d都相交，则交点序列中对应元素x_{er}, x_{dr}满足下列关系：

$$x_{er} = x_{dr} + 1/m_r \quad (1)$$

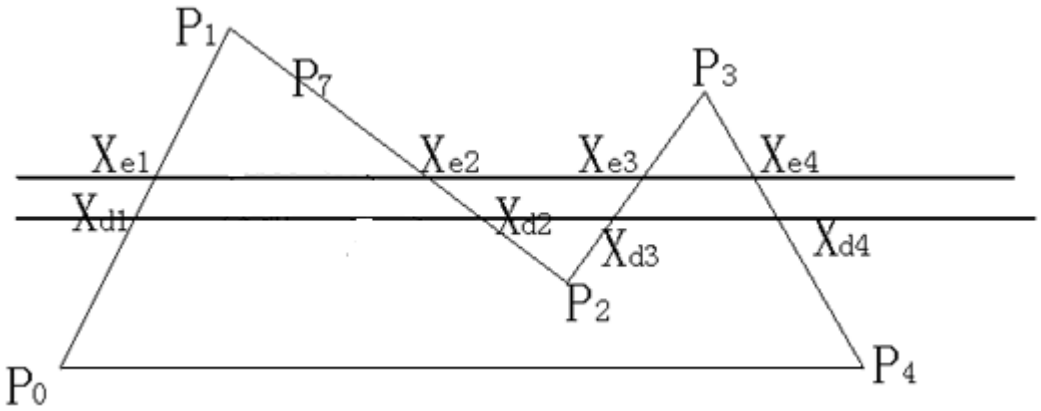
其中m_r为边$P_{r-1}P_r$的斜率。



边的连贯性

可利用d的交点序列计算e的交点序列：

- 先运用递推关系式(1)求得与扫描线y=e和y=d都相交的所有多边形上的交点x_{er}；
- 再求得与扫描线y=d不相交但与扫描线y=e相交的所有边P_qP_{q+1}上的交点x_{eq}。（**顶点**，查找）
- 然后把这两部分按递增的顺序排列，即可得e的交点序列。



边的连贯性

特别是当存在某一个整数k，$0 \le k \le n-1$,使得

$$y_{ik} > e,\ d > y_{ik+1}$$

成立时，则由区域的连贯性可知d的交点序列和e的交点序列之间有以下关系：

1）两序列元素的个数相等，如上图所示。

2）点(x_{eir}, e)与(x_{djr}, d)位于多边形P的同一边上，于是

$$x_{eir} = x_{djr} + 1/kj_r \quad (2)$$

这样，运用递推关系式(2)可直接由d的交点序列获得e的交点序列。

以上性质称为边的连贯性，它是区域的连贯性在相邻两扫描线上的反映。

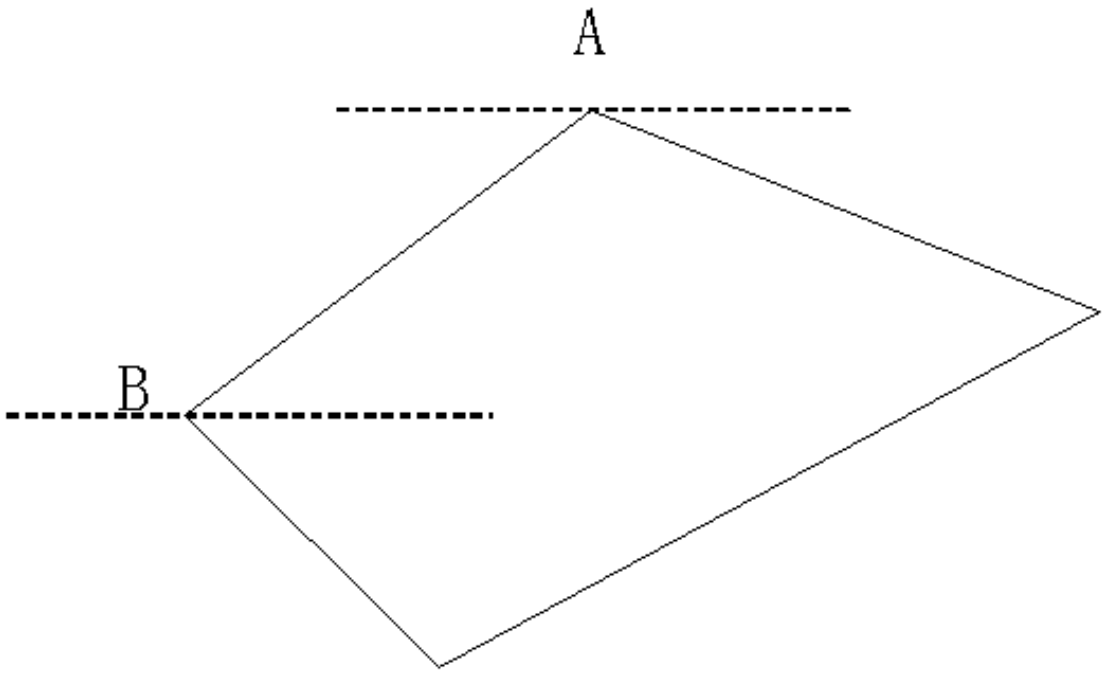
奇点的处理

- 当扫描线与多边形P的交点是P的顶点时，则称该交点为奇点。
- 以上所述多边形的三种形式的连贯性都基于这样的几何事实：

  每一条扫描线与多边形P的边界的交点个数都是偶数。
- 但是如果把每一奇点简单地计为一个交点或者简单地计为两个交点，都可能出现奇数个交点。那么如果保证交点数为偶数呢?

奇点的处理

- 若奇点做一个交点处理，则情况A，交点个数不是偶数。
- 若奇点做两个交点处理，则情况B，交点个数不是偶数。

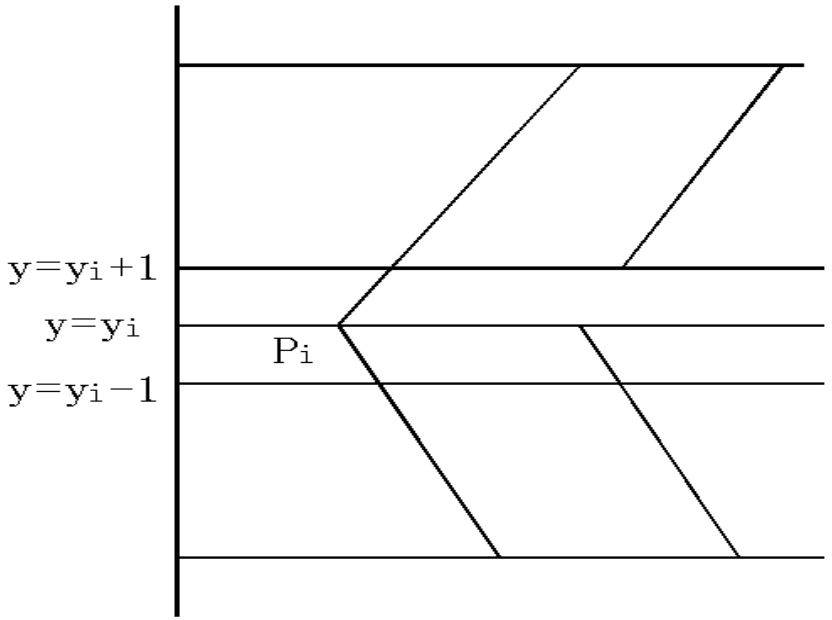


奇点的处理

- 多边形P的顶点可分为两类：极值奇点和非极值奇点。
  ① 如果$(y_{i-1} - y_i)(y_{i+1} - y_i) \geq 0$，则称顶点$P_i$为极值点；
  ② 否则称P_i为非极值点。

- **规定：奇点是极值点时，该点按两个交点计算，否则按一个交点计算。**

- **奇点的预处理：**



数据结构与实现步骤

算法基本思想：

- 首先取$d=y_{in}$。容易求得扫描线y=d上的交点序列为$x_{dj1},x_{dj2},\ldots x_{djn}$，这一序列由位于扫描线y=d上的多边形P的顶点组成。

- 由y_{in}的交点序列开始，根据多边形的边的连贯性，按从下到上的顺序求得各条扫描线的交点序列；根据扫描线的连贯性，可确定各条扫描线上位于多边形P内的区段，并表示成点阵形式。

数据结构与实现步骤

- 算法中采用较灵活的数据结构。它由边的分类表ET（Edge Table）和边的活化链表AEL（Active Edge List）两部分组成。
- 表结构ET和AEL中的基本元素为多边形的边。边的结构由以下四个域组成：

① y_{max} 边的上端点的y坐标；

② X：

- 在ET中表示边的下端点的x坐标，
- 在AEL中则表示边与扫描线的交点的坐标；

③ Δx 边的斜率的倒数；

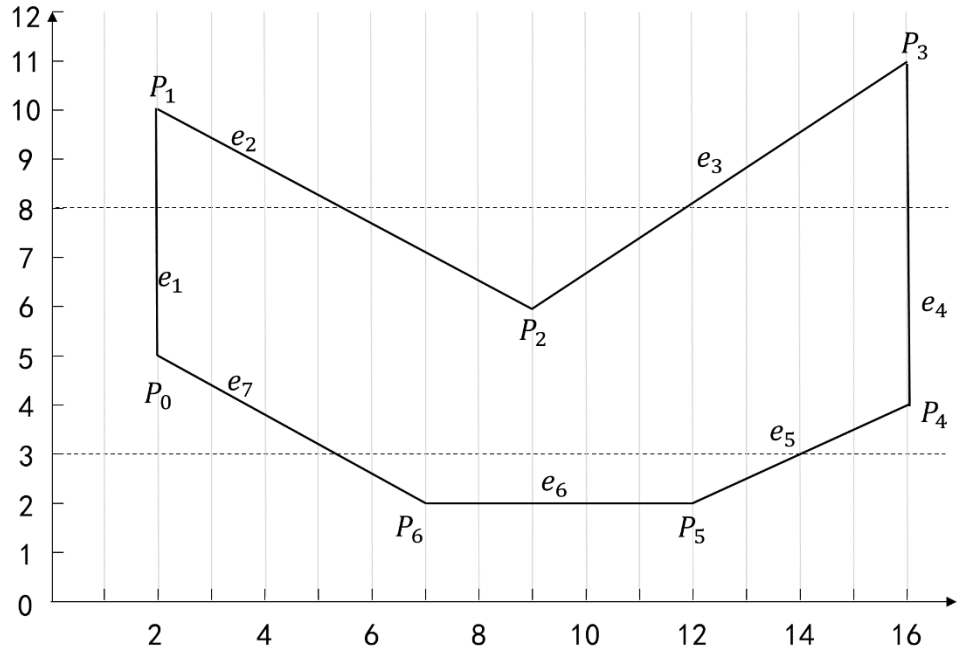
④ next 指向下一条边的指针。

数据结构与实现步骤

- 边的分类表ET是按边的下端点的y坐标对非水平边进行分类的指针数组。
  - 下端点的y坐标的值等于i的边归入第i类。有多少条扫描线，就设多少类。
  - 同一类中，各边按x值（x值相等时，按Δx的值）递增的顺序排列成行。

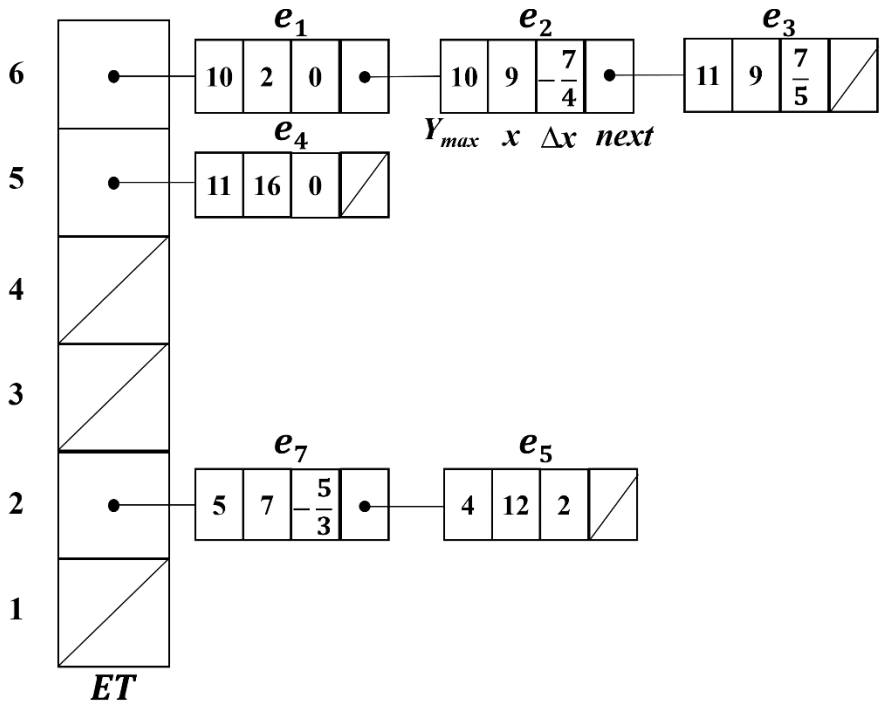
- 与当前扫描线相交的边称为活性边（active edge)，把它们按与扫描线交点x坐标递增的顺序存入一个链表中，边的活化链表（AEL, Active edge table)。它记录了多边形边沿扫描线的交点序列。

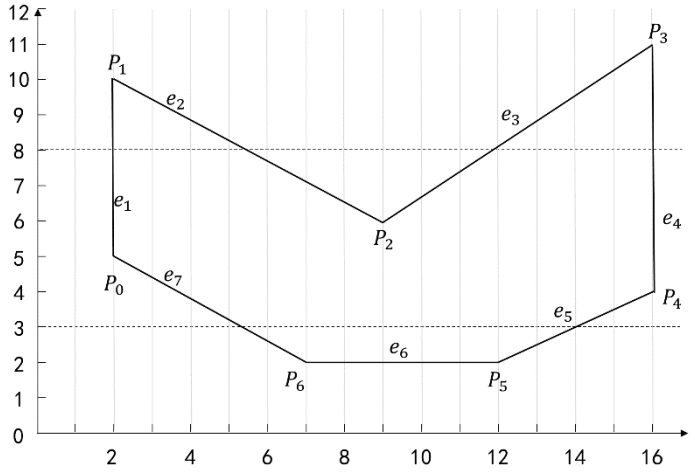
例子



- 已知多边形P=($P_0P_1P_2P_3P_4P_5P_6P_0$)；其各边坐标分别为
  [（2，**5**）（2，10）（9，6）（16，11）（16，**4**）（12，2）（7，2）]
- 建立其边表和边的活化链表

边表





① y_{max} 边的上端点的y坐标；

② X：

- 在ET中表示边的下端点的x坐标，
- 在AEL中则表示边与扫描线的交点的坐标；

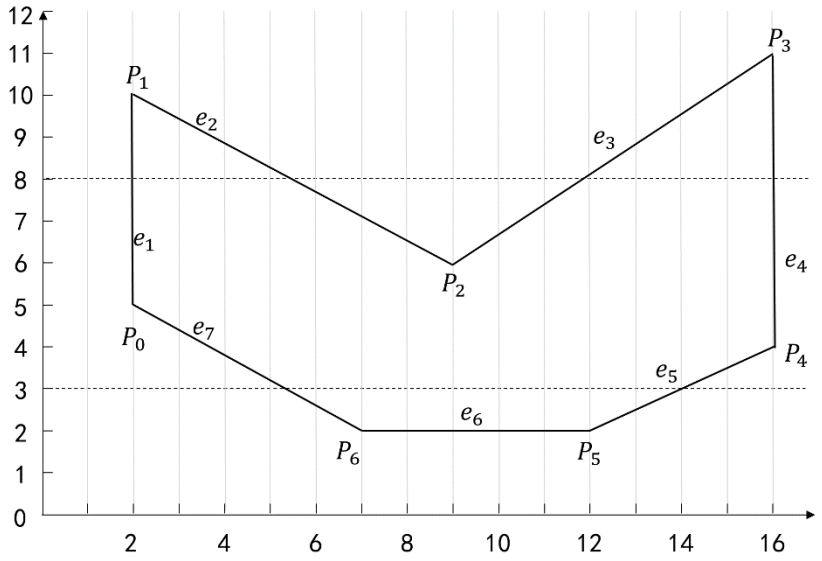
③ Δx 边的斜率的倒数；

④ next 指向下一条边的指针。

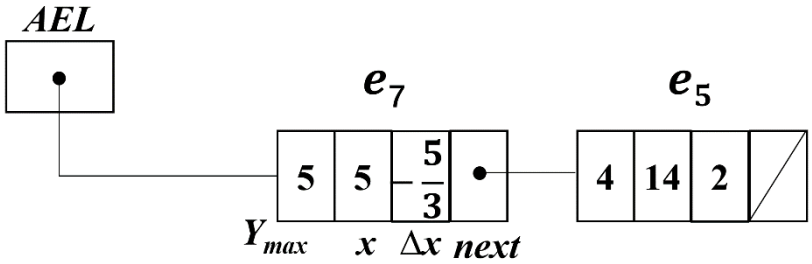
已知多边形P=($P_0P_1P_2P_3P_4P_5P_6P_0$)；其各边坐标分别为

[(2，5) (2，10) (9，6) (16，11) (16，4) (12，2) (7，2)]

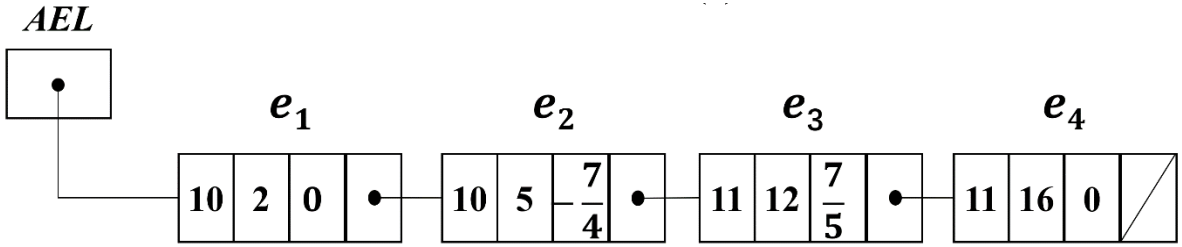
活动边表的例子



y=3



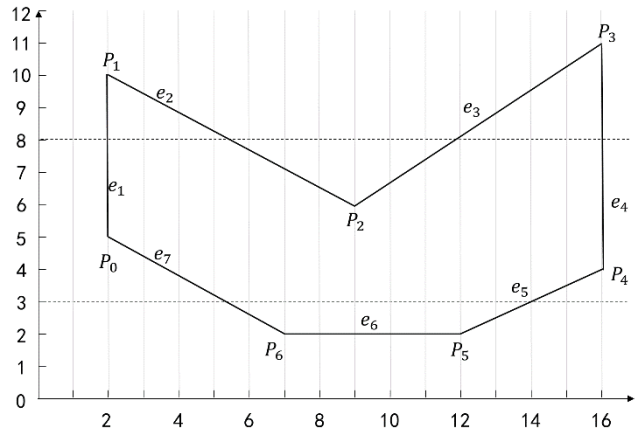
y=8

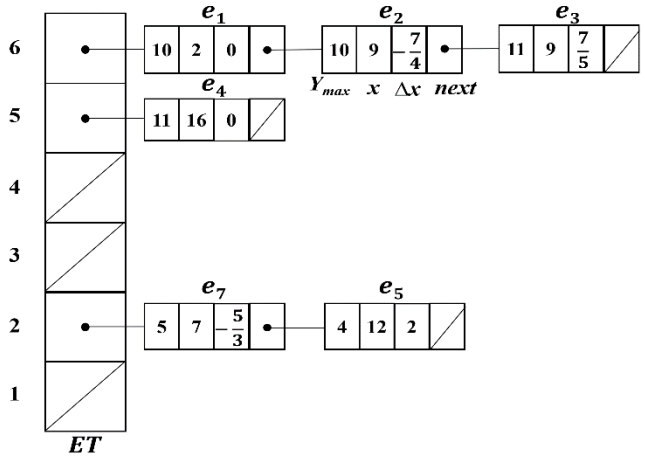


算法实现步骤

- 当建立了边的分类表ET后，扫描线算法可按下列步骤进行：

1. 取扫描线纵坐标y的初始值为ET中非空元素的最小序号。
2. 将边的活化链表AEL设置为空。
3. 按从下到上的顺序对纵坐标值为y的扫描线（当前扫描线）执行下列步骤，直到边的分类表ET和边的活化链表都变成空为止。
   a) 如边分类表ET中的第y类元素非空，则将属于该类的所有边从ET中取出并插入边的活化链表中。递增方向排序
   b) 若相对于当前扫描线，边的活化链表AEL非空，则将AEL中的边两两依次配对，依此类推，并填色。
   c) y:=y+1，将边的活化链表AEL中满足$y=y_{max}$的边删去。
   d) x:=x+Δx。





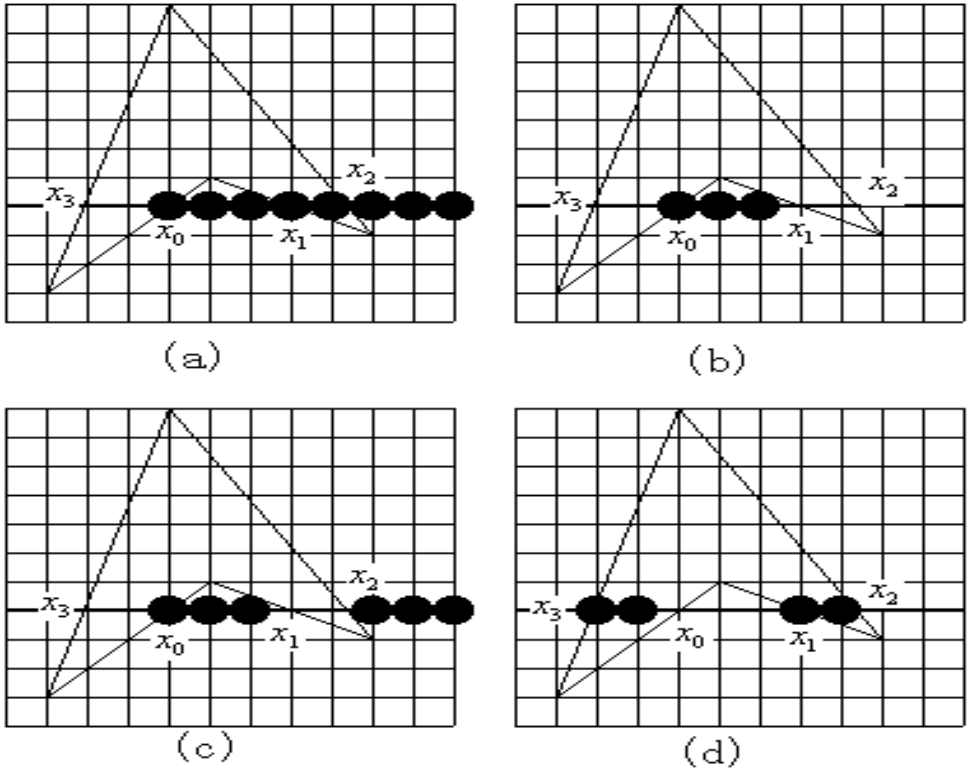
扫描线算法

- 特点：算法效率比逐点填充法高很多。
- 缺点：对各种表的维持和排序开销太大，适合软件实现而不适合硬件实现。

边缘填充算法

- **求补运算**：
  - 假定A为一个正整数，则M的余定义为A – M, 记为 $\overline{M}$ 计算机中取A为n位能表示的最大整数。即，**A=0xFFFFFFFF**
- **由来**：
  - 光栅图形中，如果某区域已着上值为M的颜色值做偶数次求余运算，该区域颜色不变；
  - 做奇数次求余运算，则该区域颜色变为值为 $\overline{M}$ 的颜色。
  - 这一规律应用于多边形扫描转换，就为边缘填充算法。
- **算法基本思想**：
  - 对于每条扫描线和每条多边形边的交点，将该扫描线上交点右方的所有象素取余。

算法1（以扫描线为中心的边缘填充算法）



1、将当前扫描线上的所有象素着上 $\overline{M}$ 颜色；

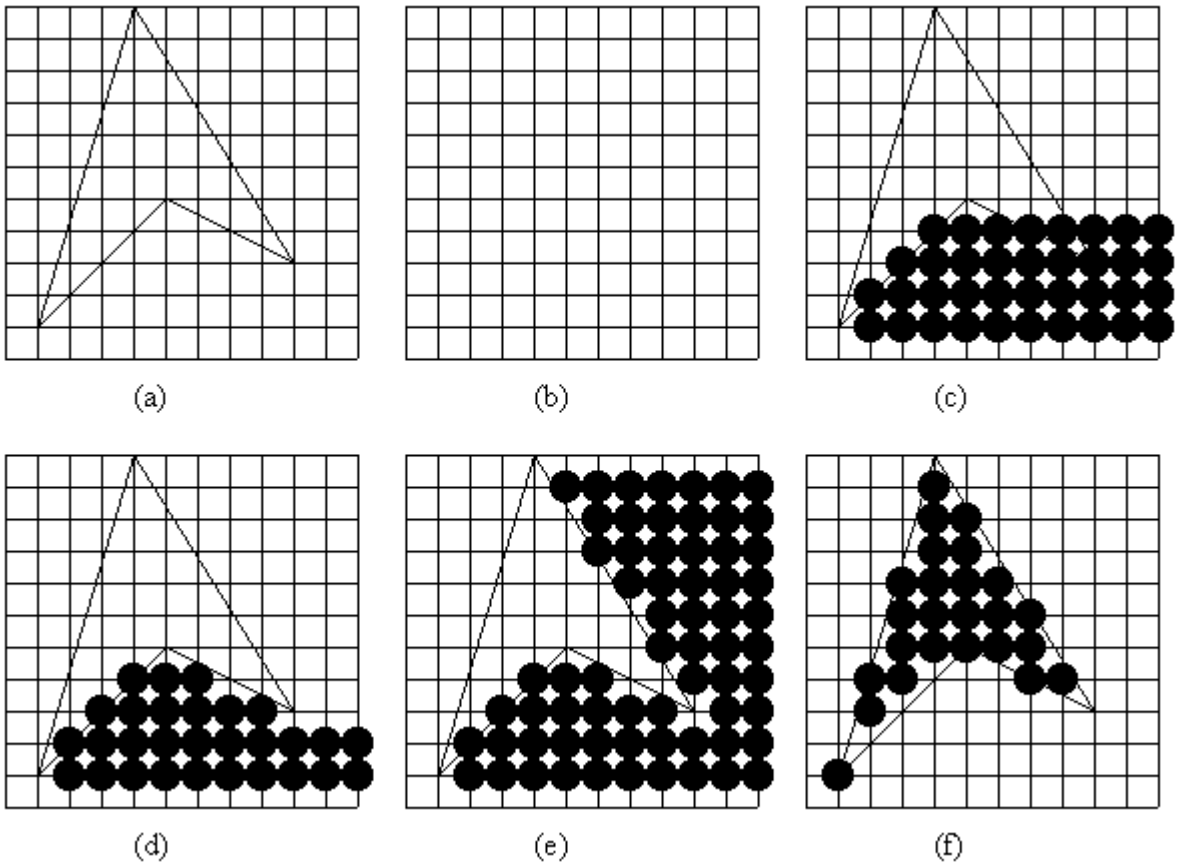
2、求余：for(i = 0; i <= m; i++)

在当前扫描线上，从横坐标为Xi的交点向右求余；

多边形内部的像素被奇数次求余

算法2（以边为中心的边缘填充算法）

1、将绘图窗口的背景色置为 $\overline{M}$；
2、对多边形的每一条非水平边做：
从该边上的每个象素开始向右求余；



边缘填充算法

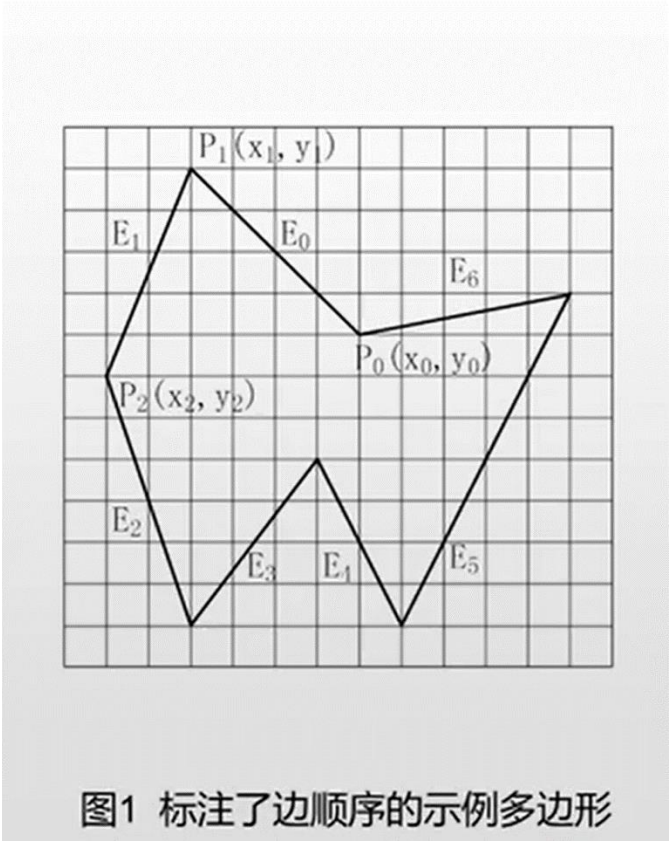
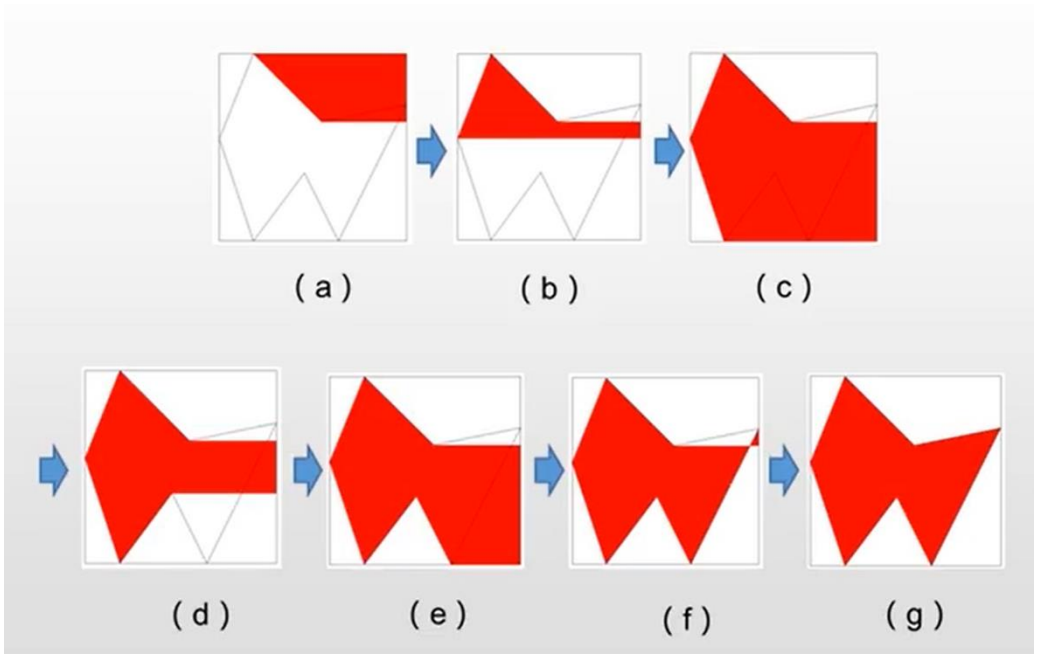


图1 标注了边顺序的示例多边形

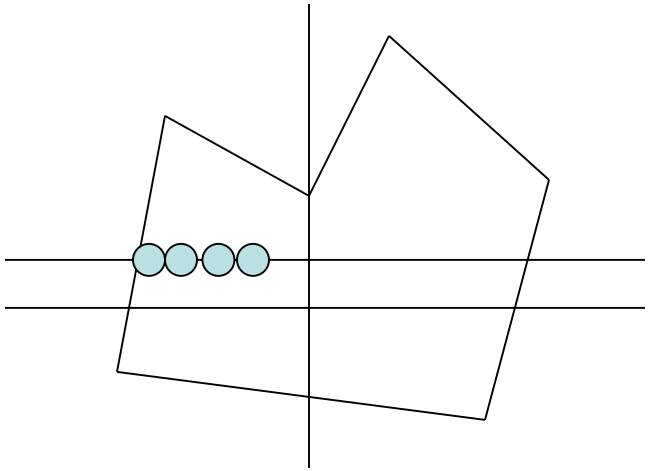


边缘填充算法

- 适合用于具有帧缓存的图形系统。处理后，按扫描线顺序读出帧缓存的内容，送入显示设备
- 优点：算法简单
- 缺点：对于复杂图形，每一象素可能被访问多次，输入/输出的量比有序边表算法大得多。

栅栏填充算法

- 引入栅栏，以减少填充算法访问象素的次数。
- 栅栏：与扫描线垂直的直线，通常过一顶点，且把多边形分为左右二半。
- 基本思想：扫描线与多边形的边求交，将交点与栅栏之间的象素取补。
- 减少了象素重复访问数目，但不彻底。



边界标志算法

1. 对多边形的每一条边进行扫描转换，即对多边形边界所经过的象素作一个边界标志。
2. 填充。对每条与多边形相交的扫描线，按从左到右的顺序，逐个访问该扫描线上的象素。
3. 取一个布尔变量inside来指示当前点的状态，若点在多边形内，则inside为真。若点在多边形外，则inside为假。
4. Inside 的初始值为假，每当当前访问象素为被打上标志的点，就把inside取反。对未打标志的点，inside不变。

边界标志算法:算法过程

```
void edgemark_fill(polydef, color)
多边形定义  polydef;     int color;
{    对多边形polydef 每条边进行直线扫描转换;
     inside = FALSE;
     for (每条与多边形polydef相交的扫描线y )
     for (扫描线上每个象素x )
     { if(象素 x 被打上边标志)
          inside = ! (inside);
       if(inside!  = FALSE)
          drawpixel (x, y, color);
       else drawpixel (x, y, background);
      }
}
```

边界标志算法

- 用软件实现时，扫描线算法与边界标志算法的执行速度几乎相同，
- 但由于边界标志算法不必建立维护边表以及对它进行排序，所以边界标志算法更适合硬件实现，这时它的执行速度比有序边表算法快一至两个数量级。

边界标志算法

- 思考：如何处理边界的交点个数使其成为偶数?

区域填充算法

- **区域**指已经表示成点阵形式的填充图形，它是像素的集合。

- **区域填充**指先将区域的一点赋予指定的颜色，然后将该颜色扩展到整个区域的过程。区域填充算法要求区域是连通的

区域填充

- **表示方法：**内点表示、边界表示
- **内点表示**
  - 枚举处区域内部的所有像素
  - 内部的所有像素着同一个颜色
  - 边界像素着与内部像素不同的颜色
- **边界表示**
  - 枚举出边界上所有的像素
  - 边界上的所有像素着同一颜色
  - 内部像素着与边界像素不同的颜色

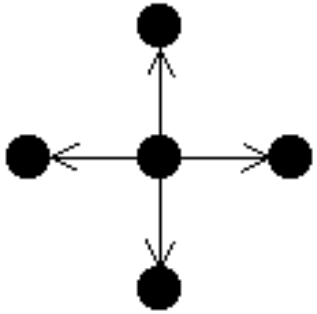
区域填充

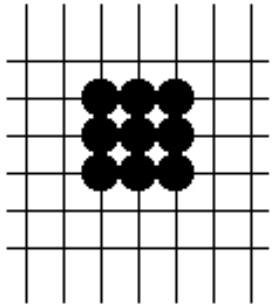
区域填充要求区域是连通的

- 连通性

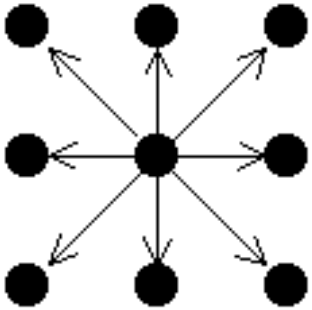
  4连通、8连通

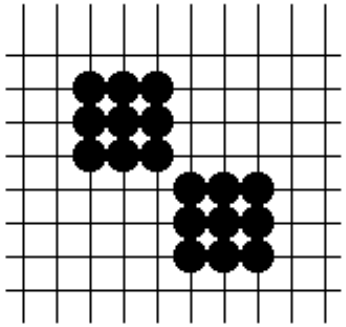
- 4连通:





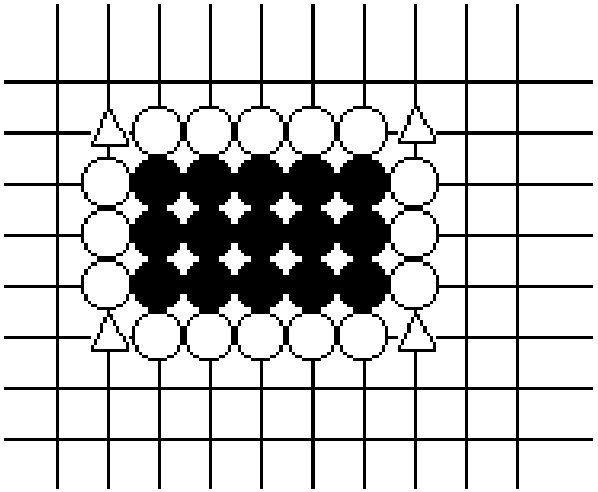
- 8连通





区域填充

- 4连通与8连通区域的区别
  - 连通性：4连通可看作8连通区域，但对边界有要求



对于黑色圆圈区域：

- 内点表示是4连通区域，边界表示（圆圈）是8连通
- 内点表示是8连通区域，边界表示（圆圈+三角）是4连通

种子填充算法

适合于内点表示区域的填充算法

- 设G为一内点表示的区域，(x,y)为区域内一点，old_color为G的原色。
- 取(x,y)为种子点对区域G进行填充：即先置像素(x,y)的颜色为new_color，然后逐步将整个区域G都置为同样的颜色。

步骤如下：种子象素入栈，当栈非空时，执行如下三步操作：

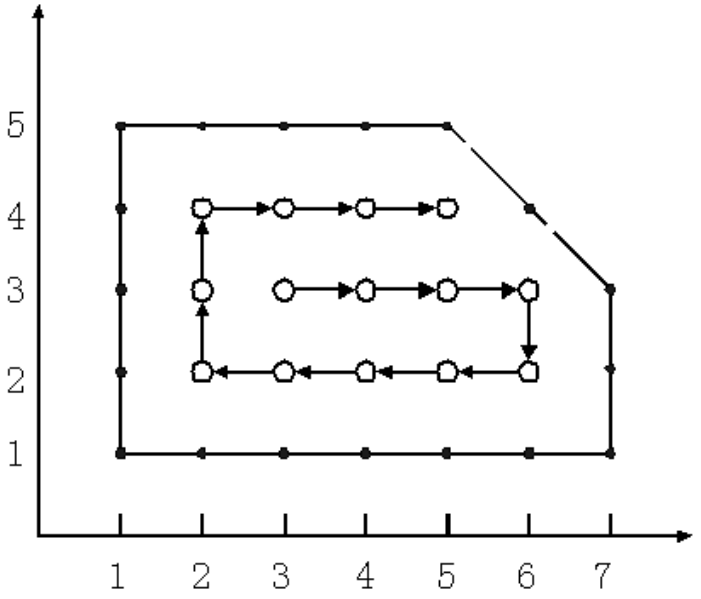
① 栈顶象素出栈；

② 将出栈象素置成new_color；

③ 按上、下、左、右的顺序检查与出栈象素相邻的四个象素，若其中某个象素在边界内且未置成new_color，则把该象素入栈。

种子填充算法

- 例：多边形由$P_0P_1P_2P_3P_4$构成，$P_0(1,5)$ $P_1(5,5)$ $P_2(7,3)$ $P_3(7,1)$ $P_4(1,1)$
- 设种子点为（3，3），搜索的方向是**上、下、左、右**。依此类推，最后像素被选中并填充的次序如图中箭头所示



种子填充算法

递归算法可实现如下

```
void FloodFill4(int x,int y,int oldColor,int newColor)
{  if(GetPixel(x,y) == oldColor)
  {      PutPixel(x,y,newColor);
         FloodFill4(x,y+1,oldColor,newColor);
         FloodFill4(x,y-1,oldColor,newColor);
         FloodFill4(x-1,y,oldColor,newColor);
         FloodFill4(x+1,y,oldColor,newColor);
      }
}/*end of FloodFill4()*/
```

种子填充算法

边界表示的4连通区域

```
void BoundaryFill4(int x,int y,int  boundaryColor,int newColor)
{       int color;
        color = GetPixel(x,y);
        if((color != boundaryColor) && (color != newColor))
        {       PutPixel(x,y,newColor);
                BoundaryFill4(x,y+1,oldColor,newColor);
                BoundaryFill4(x,y-1,oldColor,newColor);
                BoundaryFill4(x-1,y,oldColor,newColor);
                BoundaryFill4(x+1,y,oldColor,newColor);
        }
}/*end of BoundaryFill4()     */
```

种子填充算法

该算法也可以填充有孔区域。

- **缺点**:
  - ① 递归执行，算法简单，但效率不高，
  - ② 区域内每一象素都引起一次递归，进/出栈，费时费内存。

- 改进算法，减少递归次数，提高效率。

  解决方法是用扫描线填充算法

扫描线算法

- **扫描线算法**
  - 目标：减少递归层次
  - 适用于边界表示的4连通区域
- **算法思想**：

①在任意不间断区间中只取一个种子像素（不间断区间指在一条扫描线上一组相邻元素），填充当前扫描线上的该段区间；

②然后确定与这一区段相邻的上下两条扫描线上位于区域内的区段，并依次把它们保存起来，

③反复进行这个过程，直到所保存的个区段都填充完毕。

扫描线填充算法

① 初始化：堆栈置空。将种子点（x，y）入栈。

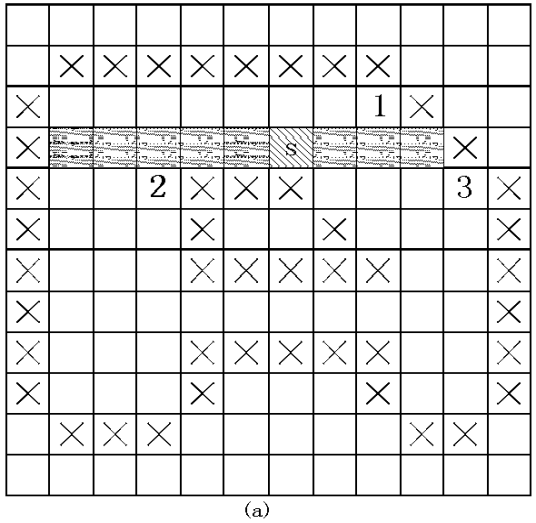
② 出栈：若栈空则结束。否则取栈顶元素（x，y），以y作为当前扫描线。

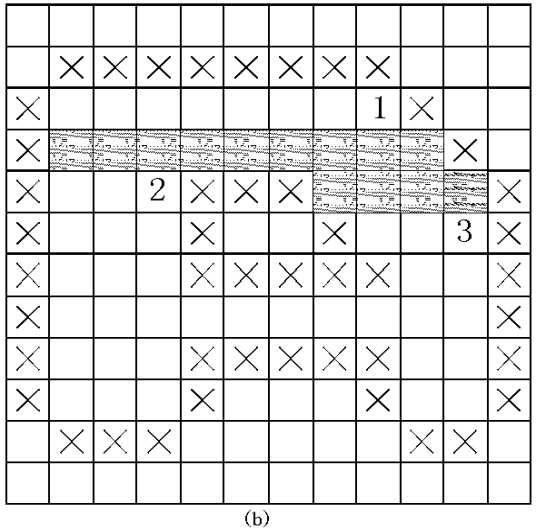
③ 填充并确定种子点所在区段：从种子点（x，y）出发，沿当前扫描线向左、右两个方向填充，直到边界。分别标记区段的左、右端点坐标为xl和xr。

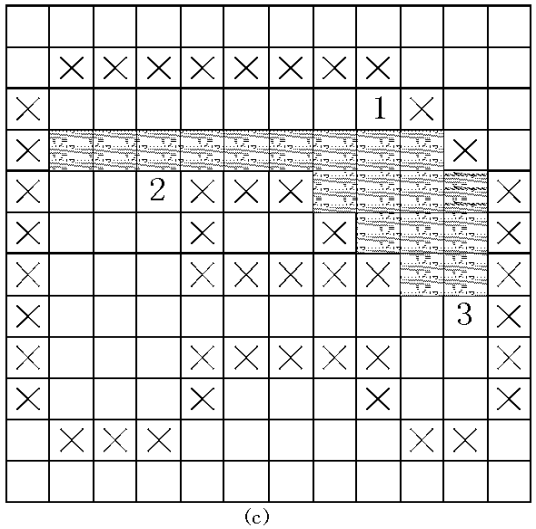
④ 并确定新的种子点：在区间[xl，xr]中检查与当前扫描线y上、下相邻的两条扫描线上的象素。若存在非边界、未填充的象素，则把**每一区间**的最右象素作为种子点压入堆栈，返回第（2）步。

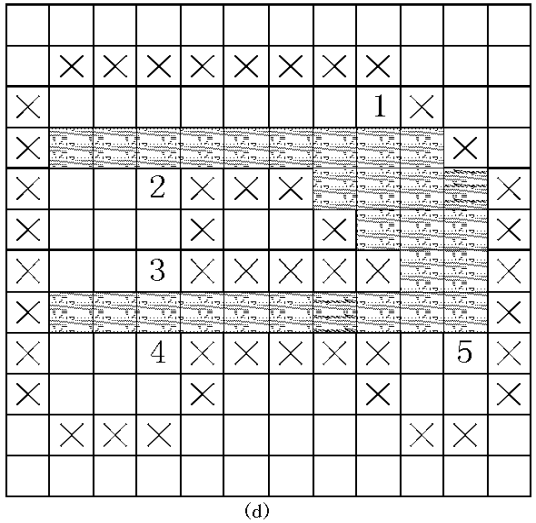
上述算法对于每一个待填充区段，只需压栈一次；因此，扫描线填充算法提高了区域填充的效率。

扫描线算法分析（举例分析）









- 该算法也可以填充有孔区域。
- 像素中的序号标指它所在区段位于堆栈中的位置

多边形扫描转换与区域填充方法比较

不同点：

- 基本思想不同
  - 顶点表示转换成点阵表示
  - 后者只改变区域内填充颜色，没有改变表示方法。
- 对边界的要求不同
  - 前者：要求扫描线与多边形边界交点个数为偶数。
  - 后者：区域封闭，防止递归填充跨界。
- 基本的条件不同
  - 前者：从边界顶点信息出发。
  - 后者：区域内种子点。

多边形扫描转换与区域填充方法比较

- 关系：都是光栅图形面着色，用于真实感图形显示。可相互转换。

- 多边形的扫描转换转化为区域填充问题：当给定多边形内一点为种子点，并用*Bresenham*或*DDA*算法将多边形的边界表示成八连通区域后，则多边形的扫描转换转化为区域填充。

- 区域填充转化为多边形的扫描转换：若已知给定多边形的顶点，则区域填充转化为多边形的扫描转换。