

Отчёт по лабораторной работе №8

Математическое моделирование

Чекалова Лилия Руслановна

Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Теоретическое введение	7
Выполнение лабораторной работы	9
Выводы	14
Список литературы	15

Список таблиц

Список иллюстраций

0.1	Программа на Julia для первого случая	9
0.2	График динамики оборотных средств на Julia для первого случая	10
0.3	Программа на Julia для второго случая	10
0.4	График динамики оборотных средств на Julia для второго случая	11
0.5	Программа на OpenModelica для первого случая	11
0.6	График изменения оборотных средств на OpenModelica для первого случая	12
0.7	Программа на OpenModelica для второго случая	12
0.8	График динамики изменения объемов продаж на OpenModelica для второго случая	13

Цель работы

- Познакомиться с моделью конкуренции двух фирм
- Визуализировать модель с помощью Julia и OpenModelica

Задание

- Построить графики изменения оборотных средств двух фирм
- Рассмотреть два случая: где борьба ведется только рыночными методами и где учитываются социально-психологические факторы

Теоретическое введение

Изучим сначала первый случай. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке (“назначать” цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

Уравнения динамики оборотных средств запишем в виде:
$$\begin{cases} \frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa_2 \end{cases} .$$

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p . Тогда
$$\begin{cases} \frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} = N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \\ \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} = N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \end{cases} ,$$
 где \tilde{p}_1 и \tilde{p}_2 — себестоимости товаров в первой и второй фирме.

Представим последнюю систему уравнений в виде
$$\begin{cases} \frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1} \left(1 - \frac{p}{\tilde{p}_1}\right) - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2} \left(1 - \frac{p}{\tilde{p}_2}\right) - \kappa_2 \end{cases}$$

Проведем еще ряд преобразований и получим систему уравнений для первого случая:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{cases} .$$

Для второго случая по аналогии система уравнений примет вид
$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + k)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1 \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2 \end{cases}$$

В этих формулах $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$, $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$.

Более подробно см. в [1].

Выполнение лабораторной работы

Рассмотрим первый случай, где борьба ведется только рыночными методами, и напишем программу (рис. 0.1). В функции F1 опишем, как меняются оборотные средства двух фирм.

```
using Plots
using DifferentialEquations

const M0_1 = 6.5
const M0_2 = 5.5
const p_cr = 35
const N = 30
const q = 1
const tau1 = 16
const tau2 = 20
const p1 = 9.9
const p2 = 8.5

a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q)
a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q)
b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q)
c1 = (p_cr - p1)/(tau1*p1)
c2 = (p_cr - p2)/(tau2*p2)

T = (0, 30)

u0 = [M0_1, M0_2]

# 1 случай

function F1(du, u, p, t)
    du[1] = u[1] - b/c1*u[1]*u[2] - a1/c1*u[1]^2
    du[2] = c2/c1*u[2] - b/c1*u[1]*u[2] - a2/c1*u[2]^2
end

prob1 = ODEProblem(F1, u0, T)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.01)

plt1 = plot(sol1, vars=(0, 1), color=:red, title="Изменение оборотных средств фирм, 1", legend=true, label="Фирма 1")
plot!(plt1, sol1, vars=(0, 2), color=:blue, label="Фирма 2")

savefig(plt1, "lab0_1.png")
```

Рис. 0.1: Программа на Julia для первого случая

Результаты сохраняем в виде графика (рис. 0.2). Мы видим, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. В математической модели это отражается в коэффициенте, стоящим перед членом $M_1 M_2$, у нас он одинаковый в обоих уравнениях ($\frac{b}{c_1}$). Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

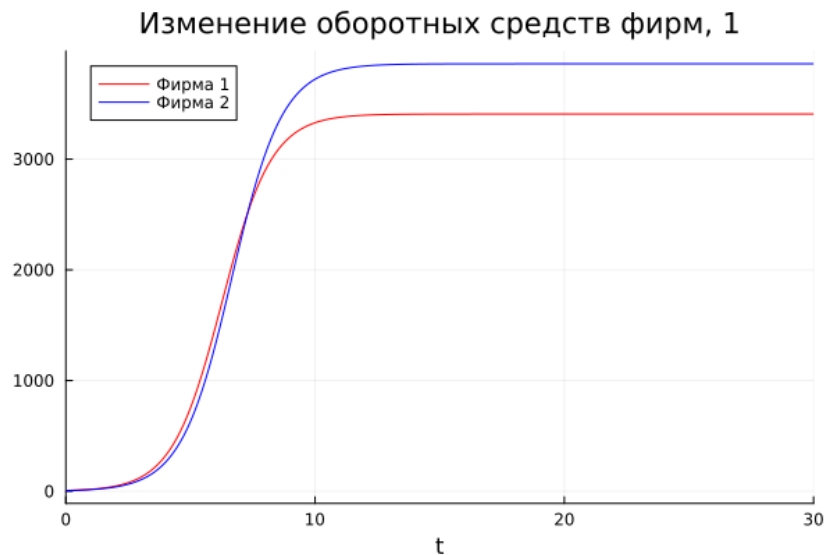


Рис. 0.2: График динамики оборотных средств на Julia для первого случая

Изменим функцию, чтобы она учитывала социально-психологические факторы (рис. 0.3). Для этого в первом уравнении функции F1 меняем коэффициент перед членом $M_1 M_2$.

```
# 2 случай
function F2(du, u, p, t)
    du[1] = u[1] - (b/c1 + 0.00065)*u[1]*u[2] - a1/c1*u[1]^2
    du[2] = c2/c1*u[2] - b/c1*u[1]*u[2] - a2/c1*u[2]^2
end

prob2 = ODEProblem(F2, u0, T)
sol2 = solve(prob2, dtmax=0.01)

plt2 = plot(sol2, vars=(0, 1), color=:red, title="Изменение оборотных средств фирм, 2", legend=true, label="Фирма 1")
plot!(plt2, sol2, vars=(0, 2), color=:blue, label="Фирма 2")

savefig(plt2, "lab0_2.png")
```

Рис. 0.3: Программа на Julia для второго случая

Получаем график динамики изменения объемов продаж для второго случая (рис. 0.4). По графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начинает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

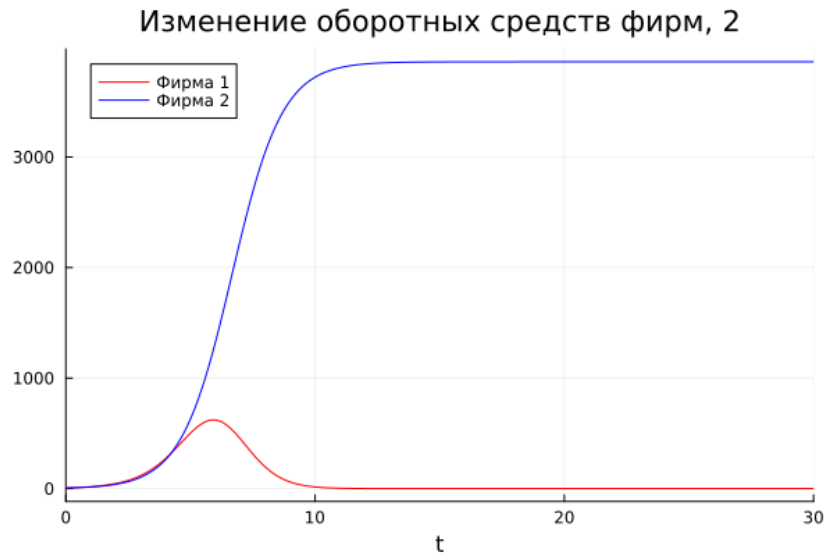


Рис. 0.4: График динамики оборотных средств на Julia для второго случая

Теперь напомним программу, рассматривающую первый случай, на OpenModelica (рис. 0.5).

```

model Firm
  constant Real M0_1 = 6.5;
  constant Real M0_2 = 5.5;
  constant Real p_cr = 35;
  constant Real N = 30;
  constant Real q = 1;
  constant Real tau1 = 16;
  constant Real tau2 = 20;
  constant Real p1 = 9.9;
  constant Real p2 = 8.5;
  parameter Real a1 = p_cr / (tau1^2 * p1^2 * N * q);
  parameter Real a2 = p_cr / (tau2^2 * p2^2 * N * q);
  parameter Real b = p_cr / (tau1^2 * tau2^2 * p1^2 * p2^2 * N * q);
  parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
  parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);
  Real M1(start=M0_1);
  Real M2(start=M0_2);
  equation
    der(M1) = M1 - b/c1*M1*M2 - a1/c1*M1^2;
    der(M2) = c2/c1*M2 - b/c1*M1*M2 - a2/c1*M2^2;
end Firm;

```

Рис. 0.5: Программа на OpenModelica для первого случая

Получаем график изменения оборотных средств для двух фирм (рис. 0.6). Результаты совпадают с результатами, полученными на Julia.

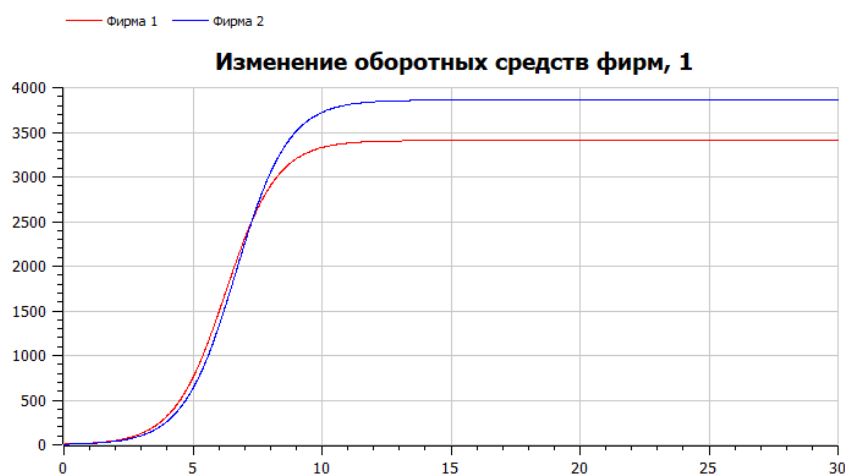


Рис. 0.6: График изменения оборотных средств на OpenModelica для первого случая

Изменим одно из уравнений, чтобы оно описывало второй случай (рис. 0.7).

```

model Firm
  constant Real M0_1 = 6.5;
  constant Real M0_2 = 5.5;
  constant Real p_cr = 35;
  constant Real N = 30;
  constant Real q = 1;
  constant Real tau1 = 16;
  constant Real tau2 = 20;
  constant Real p1 = 9.9;
  constant Real p2 = 8.5;
  parameter Real a1 = p_cr / (tau1^2 * p1^2 * N * q);
  parameter Real a2 = p_cr / (tau2^2 * p2^2 * N * q);
  parameter Real b = p_cr / (tau1^2 * tau2^2 * p1^2 * p2^2 * N * q);
  parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
  parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);
  Real M1(start=M0_1);
  Real M2(start=M0_2);
  equation
    der(M1) = M1 - (b/c1 + 0.00065) * M1 * M2 - a1/c1 * M1^2;
    der(M2) = c2/c1 * M2 - b/c1 * M1 * M2 - a2/c1 * M2^2;
end Firm;

```

Рис. 0.7: Программа на OpenModelica для второго случая

Получаем график динамики изменения объемов продаж для двух фирм (рис. 0.8). Этот график идентичен графику, полученному на Julia.

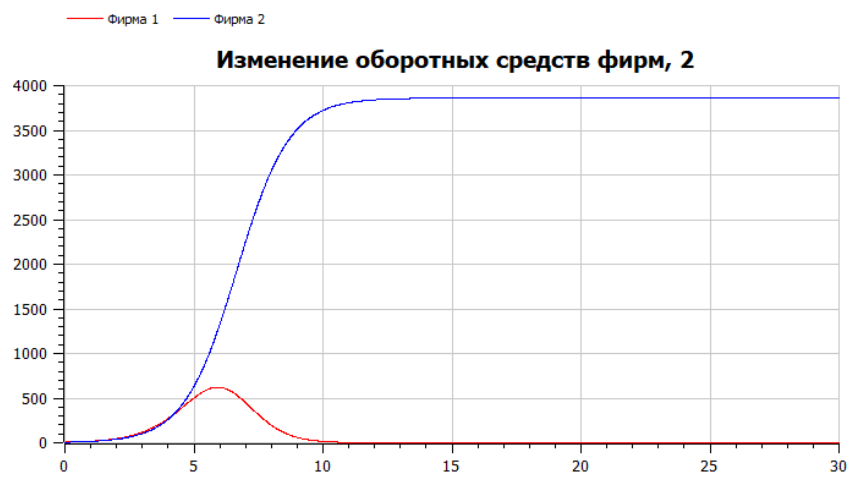


Рис. 0.8: График динамики изменения объемов продаж на OpenModelica для второго случая

Выводы

В ходе работы мы изучили модель конкуренции двух фирм и применили навыки работы с Julia и OpenModelica для построения графиков, визуализирующих эту модель. Результатом работы стали графики динамики изменения объемов продаж для двух случаев. Мы увидели, что в первом случае оборотные средства двух предприятий изменяются независимо друг от друга и каждая фирма занимает свою нишу в рынке, а для второго случая первая компания вскоре начинает нести убытки и вскоре терпит банкротство.

По моему мнению, OpenModelica лучше решает задачи, в основе которых лежат дифференциальные уравнения.

Список литературы

1. Теоретические материалы к лабораторной работе "Модель конкуренции двух фирм" [Электронный ресурс]. URL: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=967257>.