Отчёт по лабораторной работе №5

Математическое моделирование

Чекалова Лилия Руслановна

Содержание

# Цель работы

* Познакомиться с простейшей моделью взаимодействия двух видов типа «хищник-жертва»
* Визуализировать модель с помощью Julia и OpenModelica

# Задание

* Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
* Построить графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях
* Найти стационарное состояние системы

# Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник-жертва» — модель Лотки-Вольтерры. Данная модель основывается на следующих предположениях:

* Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
* В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников уменьшается
* Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
* Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
* Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

В этой модели –– число жертв, — число хищников. Коэффициент описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, — естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников . Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены и в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение), оно будет в точке: , . Если начальные значения задать в стационарном состоянии , , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей , . Колебания совершаются в противофазе.

Более подробно см. в [1].

# Выполнение лабораторной работы

По заданной системе пишем программу (рис. [1](#fig:001)). В данном случае — численность хищников, а — численность жертв.

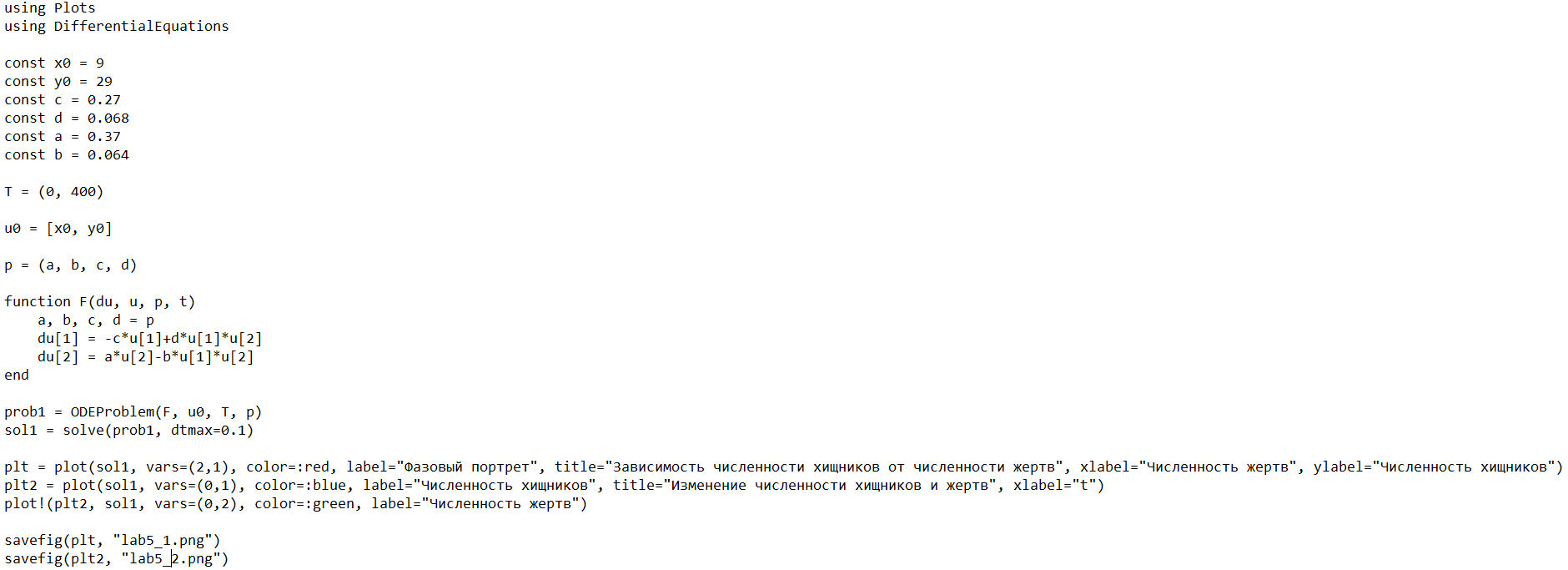


Figure 1: Программа на Julia

Получаем график зависимости численности хищников от численности жертв (рис. [2](#fig:002)) и графики изменения численности хищников и численности жертв (рис. [3](#fig:003)).

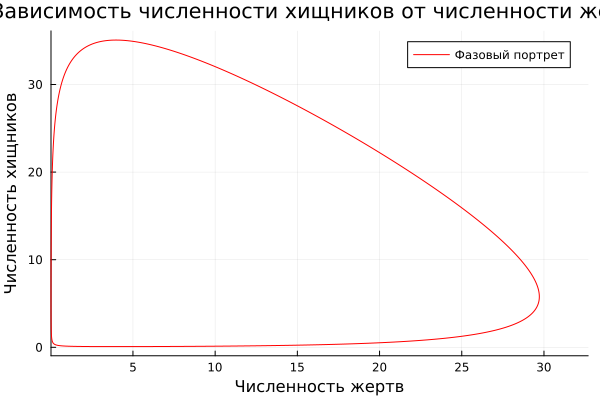


Figure 2: График зависимости числа хищников от числа жертв на Julia

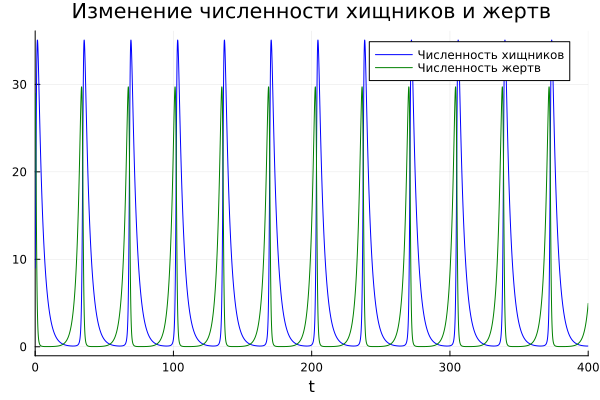


Figure 3: Графики изменения числа хищников и жертв на Julia

Добавим в программу нахождение стационарного состояния системы (рис. [4](#fig:004)).

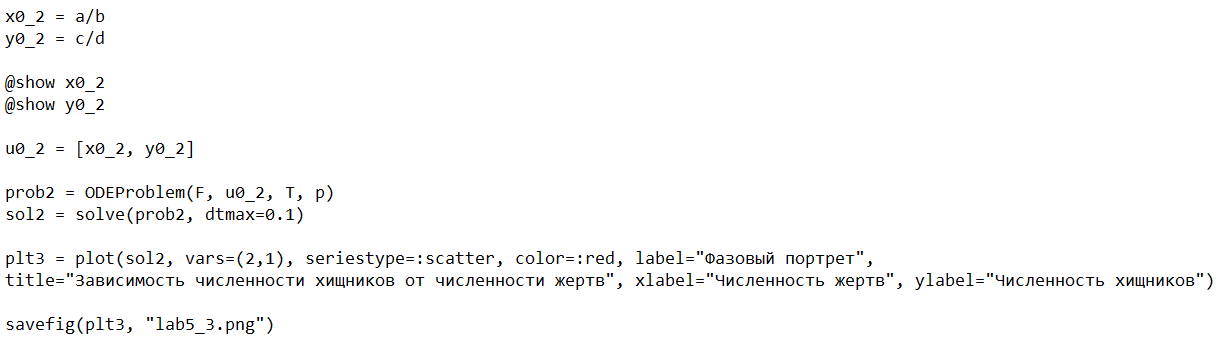


Figure 4: Нахождение стационарного состояния

В результате видим, что стационарное состояние находится в точке со следующими координатами (рис. [5](#fig:005)).

Figure 5: Координаты точки стационарного состояния

Figure 5: Координаты точки стационарного состояния

Теперь напишем программу для нашего уравнения на OpenModelica (рис. [6](#fig:006)).

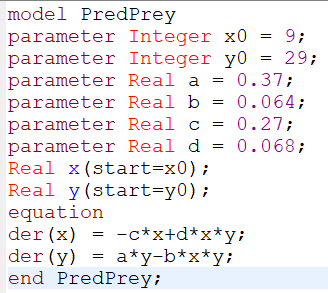


Figure 6: Программа на OpenModelica

Получаем график зависимости числа хищников от числа жертв (рис. [7](#fig:007)) и графики изменения числа хищников и числа жертв (рис. [8](#fig:008)).

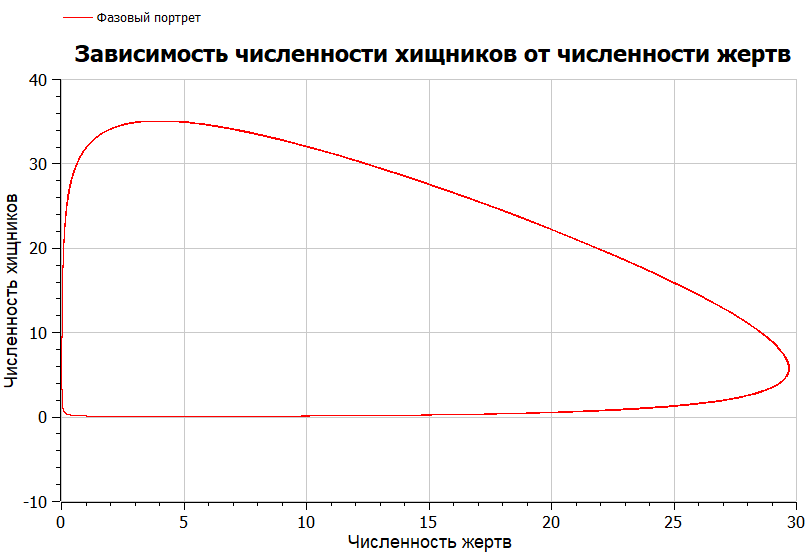


Figure 7: График зависимости числа хищников от числа жертв на OpenModelica

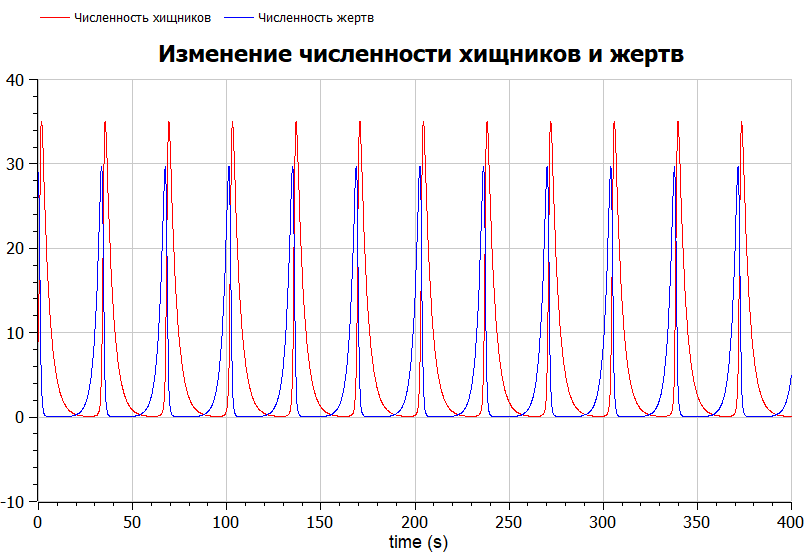


Figure 8: Графики изменения числа хищников и числа жертв на OpenModelica

# Выводы

В ходе работы мы изучили простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник-жертва» — моделью Лотки-Вольтерры, и применили навыки работы с Julia и OpenModelica для построения графиков, визуализирующих эту модель. Кроме того мы нашли стационарное состояние системы — оно находится примерно в точке , . Результатом работы стали график зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности жертв и график стационарного состояния системы.

На мой взгляд, OpenModelica лучше справляется с задачами, имеющими в основе дифференциальные уравнения, однако Julia дает больше возможностей для визуализации, то есть для работы с графиками.

# Список литературы

1. Теоретические материалы к лабораторной работе "Модель Лотки-Вольтерры" [Электронный ресурс]. URL: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=967245>.