
重力加速度的测量实验报告

PB22000197 李心玥

2023 年 3 月 28 日

1 自由落体法测量重力加速度

1.1 实验目的

1. 学习使用光电门计时装置.
2. 理解自由落体法测量重力加速度的原理.
3. 掌握数据处理及误差分析的基本方法.

1.2 实验原理

根据牛顿运动定律，自由落体的运动方程为：

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

其中 h 是下落距离， t 是下落时间。由于实际工作中 t 的测量精度不高，直接利用 (1) 式难以精确测量重力加速度，因此本实验采用双光电门法，其原理如下图：

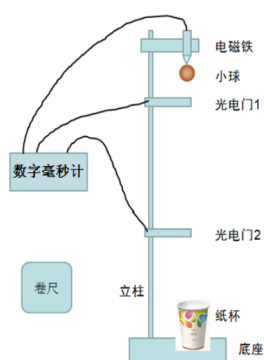


图 1: 自由落体法测量重力加速度装置

光电门 1 的位置固定, 即小球通过光电门 1 时的速度 v_0 保持不变; 光电门 1 与光电门 2 的高度差为 h_i , 时间差为 t_i , 改变光电门 2 的位置, 则有:

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2} g t_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots)$$

两边同除 t_i 得:

$$\frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2} g t_i \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

由 (2) 式看出, $\frac{h_i}{t_i}$ 与 $\frac{t_i}{2}$ 呈线性关系, 因此测出系列 h_i 、 t_i , 利用线性拟合即可求出当地的重力加速度.

1.3 实验仪器

自由落体装置 (带刻度尺)、光电计时装置、数字毫秒计、小球.

1.4 实验步骤

1. 按要求组装仪器.
2. 调节装置底部螺钉, 使悬挂重锤的细绳与装置支杆平行且通过光电门探头.
3. 调节光电门 1、2 分别至 20.0cm 处和 70.0cm 处.
4. 打开数字毫秒计并置零, 将小球置于电磁铁处, 稳定后按键使之下落, 从数字毫秒计上读出小球经过光电门 1 的时间 t_1 , 经过光电门 2 的时间 t_2 和时间差 t .
5. 改变光电门 2 的位置, 重复第 4 步 6 次.
6. 整理仪器.
7. 数据处理和误差分析.

1.5 测量记录

见附件 1: 原始数据记录

1.6 数据处理与误差分析

利用 OriginPro 2022b 进行线性拟合. 首先输入各组 h 和 t , 计算得到 $\frac{h}{t}$ 和 $\frac{t}{2}$ (见表 2). 以 $\frac{h}{t}$ 为因变量, $\frac{t}{2}$ 为自变量, 作线性拟合, 结果见图 3.

表 1: 自由落体法测量重力加速度数据记录

实验序号	高度 $h_1(cm)$	高度 $h_2(cm)$	高度差 $h(cm)$	时间 $t_1(s)$	时间 $t_2(s)$	时间差 $t(s)$
1	20.0	70.0	50.0	0.2001	0.3764	0.1763
2	20.0	65.0	45.0	0.2002	0.3627	0.1625
3	20.0	60.0	40.0	0.2001	0.3484	0.1483
4	20.0	55.0	35.0	0.1999	0.3332	0.1333
5	20.0	75.0	55.0	0.2001	0.3897	0.1896
6	20.0	80.0	60.0	0.1999	0.4023	0.2024
7	20.0	50.0	30.0	0.1999	0.3176	0.1177

表 2: 利用 OriginPro 2022b 计算得到的 $\frac{h}{t}$ 与 $\frac{t}{2}$

实验序号	$\frac{h}{t}(m/s)$	$\frac{t}{2}(s)$
1	2.8	0.08815
2	2.8	0.08125
3	2.7	0.07415
4	2.6	0.06665
5	2.9	0.09480
6	3.0	0.1012
7	2.5	0.05885

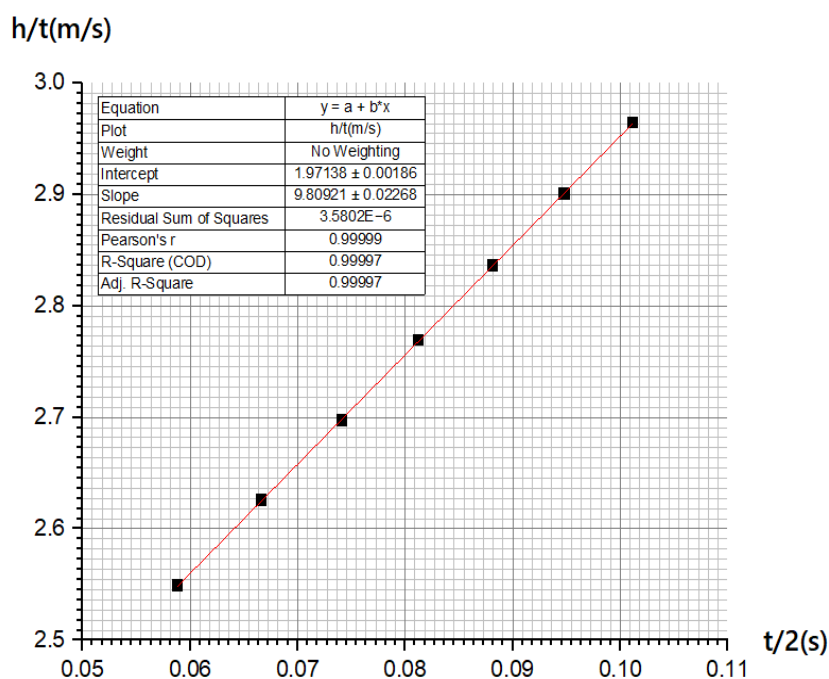


图 2: 使用 OriginPro 2022b 的线性拟合结果

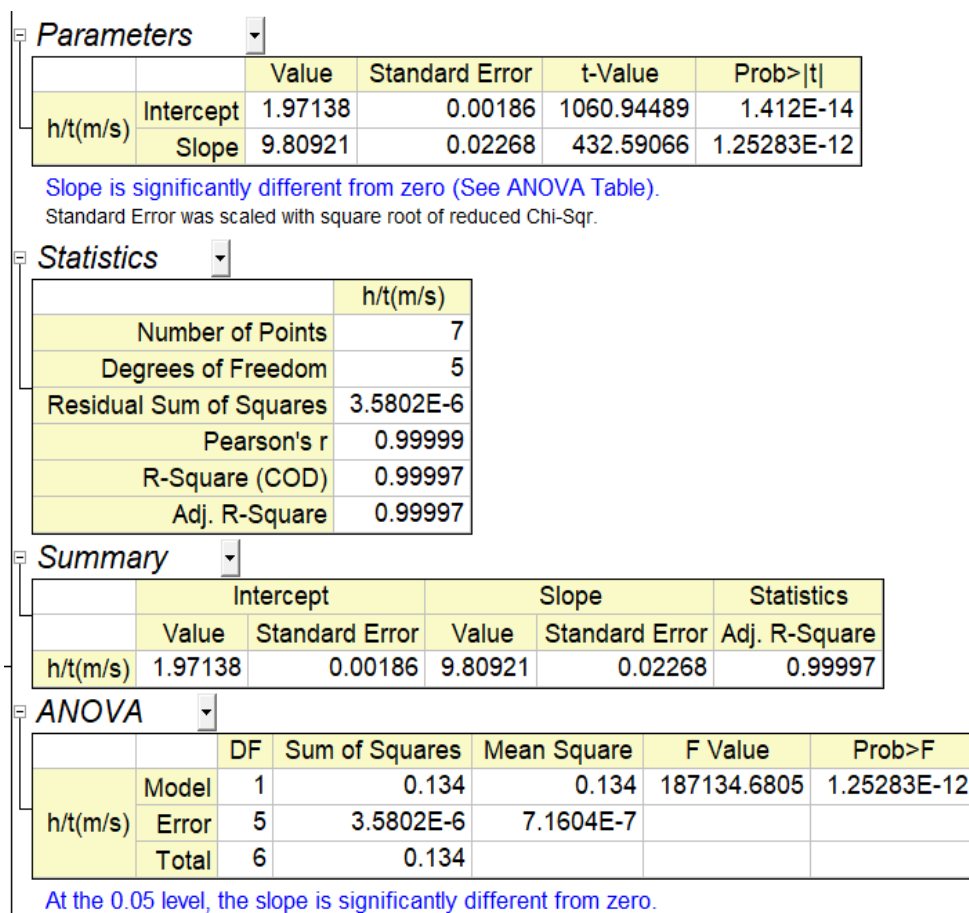


图 3: OriginPro 2022b 提供的数据分析报告

由式 (2) 知, 斜率即为重力加速度, 由 OriginPro 2022b 提供的数据分析报告得知, 斜率为 9.80921, 其标准差为 0.02268, 故重力加速度的值为 (保留 4 位有效数字):

$$g = 9.809 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

1.7 实验讨论

通过本次实验, 我学习了光电门计时装置的使用, 增强了实践能力; 明白了自由落体法测量重力加速度的原理, 深化了对课堂理论知识的理解; 掌握了使用软件进行数据处理及误差分析的基本方法, 培养了基本的科学研究意识与严谨态度。

1.8 课后思考

1. 在实际工作中, 利用 (1) 式很难精确测量重力加速度的原因是: 按下装置的释放键后, 电磁铁有剩磁, 小球并不会立刻落下, 其下落的初始时间不确定 (最大不确定度约 20ms), 因此光电门测得的时间并非小球实际的运动时间。

2. 为了提高测量精度，两个光电门的位置选取应遵循如下原则：
 - (a) 光电门 1 应保持高度不变，每次只改变光电门 2 的高度.
 - (b) 两个光电门之间的距离不宜过小，以减小空气阻力及高度测量的相对误差.
 - (c) 光电门 1 的高度选择应足够高，使得光电门 2 可以移动至 6 至 8 个合适的高度.
3. 利用本实验装置，还可以直接通过公式 $h = \frac{1}{2}gt^2$ ，只使用一个光电门测量重力加速度，方案如下：
 - (a) 将光电门固定在某一高度 h ，多次释放小球并记录其通过光电门的时间 t ，取其平均值 \bar{t} .
 - (b) 改变光电门的高度，重复上述步骤，得到一系列 h_i 和 \bar{t}_i .
 - (c) 采用线性拟合求出 g .

2 单摆法测量重力加速度

2.1 实验目的

1. 学会电子秒表、卷尺的正确使用.
2. 理解单摆法测量重力加速度的原理.
3. 掌握应用不确定度均分原理设计实验的方法.

2.2 实验原理

理想单摆是一根没有质量、没有弹性的线，系住一个没有体积的质点，在真空中由于重力作用而在与地面垂直的平面内做摆角趋于 0 的自由振动.

然而在实际的实验中，悬线是一根有质量、弹性很小的线，摆球是有质量有体积的刚性小球，摆角不为 0，且还受到空气阻力的影响. 在这种情况下，单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left(1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]}$$

式中 T 是单摆周期， l 、 m_0 是单摆摆线的长度和质量， d 、 m 、 ρ 是摆球的直径、质量和密度， ρ_0 是空气密度， θ 是摆角.

不过一般情况下，摆球几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角 ($\theta < 5^\circ$) 对 T 的修正都小于 10^{-3} . 若实验精度要求在 10^{-3} 以内，则这些修正项都可以忽略不计. 在一级近似下，单摆周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3)$$

通过变化得到

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (4)$$

因此通过测量周期 T 、摆长 l 可求出重力加速度 g .

2.3 实验仪器

铁架台（带铁夹）、钢卷尺、电子秒表、单摆（带标尺、平面镜，摆线长度可调，上限约为 100cm）

2.4 实验步骤

1. 调节螺栓使立柱竖直，并调节标尺高度，使其上沿中点距悬挂点 50cm.
2. 用钢卷尺测量摆线悬点到摆球中心的竖直距离.
3. 将摆球拉离平衡位置（不超过 5° ），使其在同一平面内摆动.
4. 选择摆球通过最低点时开始计时，用电子秒表测量摆球往返摆动 49 次所需时间 t ，则周期 $T = \frac{t}{49}$.
5. 重复上述操作 5 次，记录好数据.
6. 实验结束，整理仪器.
7. 根据测得的 l 与 T_0 计算重力加速度，并作误差分析.

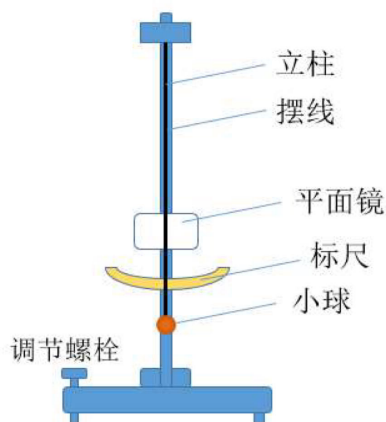


图 4: 单摆法测量重力加速度实验装置

2.5 测量记录

见附件 1: 原始数据记录

2.6 数据处理与误差分析

摆长平均值为:

$$\bar{l} = \frac{71.40 + 71.38 + 71.35 + 71.36 + 71.36 + 71.37}{6} \text{cm} = 71.37 \text{cm} = 0.7137 \text{m} \quad (5)$$

表 3: 单摆法测量重力加速度数据记录

实验序号	摆长 $l(cm)$	49 次振动总时间 $t(s)$	周期 $T(s)$
1	71.40	82.78	1.689
2	71.38	82.90	1.692
3	71.35	82.82	1.690
4	71.36	82.84	1.691
5	71.36	82.87	1.692
6	71.37	82.85	1.691

周期平均值为:

$$\bar{T} = \frac{1.689 + 1.692 + 1.690 + 1.691 + 1.691 + 1.691}{6} s = 1.691s \quad (6)$$

由 (4) 式计算得:

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \cdot \bar{l}}{\bar{T}^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0.7137}{1.691^2} m \cdot s^{-2} = 9.8534 m \cdot s^{-2} \quad (7)$$

摆长标准差为:

$$\begin{aligned} \sigma_l &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(71.40 - 71.37)^2 + (71.38 - 71.37)^2 + \cdots + (71.37 - 71.37)^2}{6-1}} \\ &= 1.788 \times 10^{-4} cm \end{aligned}$$

则摆长测量的 A 类标准不确定度为:

$$u_{A_l} = \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}} = \frac{1.788 \times 10^{-4}}{\sqrt{6-1}} cm = 7.996 \times 10^{-5} cm$$

时间的平均值为:

$$\bar{t} = \frac{82.78 + 82.90 + 82.82 + 82.84 + 82.87 + 82.85}{6} s = 82.84s$$

时间标准差为:

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(82.78 - 82.84)^2 + (82.90 - 82.84)^2 + \cdots + (82.85 - 82.84)^2}{6-1}} \\ &= 0.041s \end{aligned}$$

则时间测量的 A 类标准不确定度为:

$$u_{A_t} = \frac{\sigma_t}{\sqrt{n}} = \frac{0.041}{\sqrt{6}} s = 0.017s$$

本实验测量次数 $n = 6$ ，则自由度 $\nu = n - 1 = 5$ ，取置信概率 $p = 0.95$ ，查表得包含因子 $t_p = 2.571$ ，故摆长测量和时间测量的 A 类扩展不确定度分别为：

$$U_{A_l} = t_p u_{A_l} = 2.571 \times 1.788 \times 10^{-4} \text{cm} = 4.596 \times 10^{-4} \text{cm}$$

$$U_{A_t} = t_p u_{A_t} = 2.571 \times 0.017 \text{s} = 0.044 \text{s}$$

卷尺的允差 $\Delta_{app} = 0.2 \text{cm}$ ，人为读数误差 Δ_{est} 可以忽略，则摆长测量的 B 类极限不确定度为：

$$\Delta_B = \sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2} \approx \sqrt{0.2^2} \text{cm} = 0.2 \text{cm}$$

于是 B 类标准不确定度为：

$$u_{B_l} = \frac{\Delta_B}{C} = \frac{0.2}{3} \text{cm} = 0.07 \text{cm}$$

取置信概率 0.95，查表得包含因子 $k_p = 1.960$ ，则 B 类扩展不确定度为：

$$U_{B_l} = k_p u_{B_l} = 1.960 \times 0.07 \text{cm} = 0.14 \text{cm}$$

秒表的允差 $\Delta_{app_2} = 0.01 \text{s}$ ，用秒表测量时间的估计误差 $\Delta_{est} = 0.2 \text{s}$ ，因此 Δ_{app} 可以忽略，时间测量的 B 类极限不确定度为：

$$\Delta_B = \sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2} \approx \sqrt{0.2^2} \text{s} = 0.2 \text{s}$$

于是 B 类标准不确定度为：

$$u_{B_t} = \frac{\Delta_B}{C} = \frac{0.2}{3} = 0.07 \text{s}$$

取置信概率 0.95，查表得包含因子 $k_p = 1.960$ ，则 B 类扩展不确定度为：

$$U_{B_t} = k_p u_{B_t} = 1.960 \times 0.07 = 0.14 \text{s}$$

摆长测量的合成不确定度为：

$$U_{p_l} = \sqrt{U_{A_l}^2 + U_{B_l}^2} = \sqrt{(4.598 \times 10^{-4})^2 + 0.14^2} \text{cm} = 0.14 \text{cm}$$

时间测量的合成不确定度为：

$$U_{p_t} = \sqrt{U_{A_t}^2 + U_{B_t}^2} = \sqrt{0.044^2 + 0.14^2} \text{s} = 0.15 \text{s}$$

周期 $T = \frac{t}{49}$ ，因此由不确定度传递公式得周期的合成不确定度为：

$$U_{p_T} = \frac{U_{p_t}}{49} = \frac{0.15}{49} \text{s} = 3.06 \times 10^{-3} \text{s}$$

重力加速度的计算公式为 $g = 4\pi \frac{l}{T^2}$ ，因此重力加速度的合成不确定度为：

$$U_g = \bar{g} \cdot \sqrt{\left(\frac{U_{p_l}}{\bar{l}}\right)^2 + 2^2 \left(\frac{U_{p_T}}{\bar{T}}\right)^2} = 9.8534 \times \sqrt{\left(\frac{0.14}{71.37}\right)^2 + 2^2 \times \left(\frac{3.06 \times 10^{-3}}{1.691}\right)^2} = 0.0405 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

故最终结果为：

$$g = \bar{g} \pm U_g = 9.8534 \pm 0.0405 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

2.7 实验讨论

通过本次实验，我学习了电子秒表和卷尺的正确使用，增强了实践能力；明白了单摆法测量重力加速度的原理，深化了对课堂理论知识的理解；掌握了应用不确定度均分原理设计实验、应用统计方法处理数据和分析误差的方法，培养了初步的科学研究意识与严谨态度。

2.8 课后思考

1. 系统误差：

- (a) 由于空气阻力的存在，小球的振动幅度会越来越小， T 随之逐渐减小，导致最终结果比当地重力加速度略大。
- (b) 对单摆公式作一级近似，忽略了摆球几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角对单摆的周期的影响。

2. 偶然误差：

- (a) 测量摆长时，无法保证卷尺与摆线完全平行，也无法保证读数恰好到小球中心。
- (b) 测量总时间时，开启和停止秒表存在反应时间，同时肉眼无法精准判断小球经过最低点的时刻。
- (c) 无法保证小球始终在平面摆动，有可能变成圆锥摆。

3. 改进方法：

- (a) 选用半径较小、密度较大的小球，适当增大摆长，使摆角尽量小，尽可能减小摆球几何形状等其他因素对实验的影响。
- (b) 摆长测量和时间测量都采用多次测量取平均值的方法，适量增大每次测量的周期数，用累计放大法减小误差。

附录 1: 原始数据记录

自由落体

实验序号	高度 h_1 (cm)	高度 h_2 (cm)	高度差 h (cm)	时间 t_1 (s)	时间 t_2 (s)	时间差 t (s)	重力加速度 g ($m \cdot s^{-2}$)
1	20.0	70.0	50.0	0.2001	0.3764	0.1763	
2	20.0	65.0	45.0	0.2002	0.3627	0.1625	
3	20.0	60.0	40.0	0.2001	0.3484	0.1483	
4	20.0	55.0	35.0	0.1999	0.3332	0.1333	
5	20.0	75.0	55.0	0.2001	0.3897	0.1896	
6	20.0	80.0	60.0	0.1999	0.4023	0.2024	
7	20.0	50.0	30.0	0.1999	0.3176	0.1177	

郭忠智 3.28

图 5: 自由落体法测量重力加速度原始数据记录

单摆法测重力加速度

实验序号	摆长 L (cm)	总时间 T (s)	周期 T_0 (s)	重力加速度
1	71.40	82.78	1.689	
2	71.38	82.90	1.692	
3	71.35	82.82	1.690	
4	71.36	82.84	1.691	
5	71.36	82.87	1.691	
6	71.37	82.85	1.691	

郭忠智 3.28

图 6: 单摆法测量重力加速度原始数据记录