

# Trabajo práctico 1

## Taller de Álgebra I

Segundo cuatrimestre 2020

1. Consideremos el *modelo exponencial discreto* para representar el avance de una epidemia. Este modelo genera una sucesión  $I_0, I_1, \dots$  de personas infectadas en cada día (de modo tal que  $I_t$  es la cantidad de personas infectadas en el día  $t$ , para  $t \in \mathbb{N}_0$ ). La cantidad  $I_0$  inicial de infectados es un dato, y también conocemos la tasa  $b \in \mathbb{R}_+$  de infección. En este modelo, la cantidad  $I_t$  de infectados en el día  $t$  ( $t \geq 1$ ) se calcula a partir de la cantidad de infectados  $I_{t-1}$  en el día anterior, del siguiente modo:

$$I_t = I_{t-1} + I_{t-1} \cdot b.$$

En este modelo, permitimos que la cantidad de infectados sea un número real. Implementar una función `med :: Float -> Float -> Int -> Float`, de manera tal que `med i0 b n` sea la cantidad de infectados luego de  $n$  días (es decir,  $I_n$ ), para un modelo con  $i0$  infectados iniciales y tasa de infección  $b$ .

2. Consideremos ahora el *modelo logístico discreto*, que modela períodos largos de tiempo. Suponemos conocida la cantidad total  $P$  de la población, de manera que si llamamos  $S_t$  a los individuos sanos en el día  $t$ , tenemos  $I_t + S_t = P$ . A partir de la cantidad  $I_0$  de infectados iniciales, genera la sucesión:

$$I_t = I_{t-1} + I_{t-1} \cdot b \cdot \left( \frac{S_{t-1}}{P} \right).$$

Implementar una función `mld :: Float -> Float -> Float -> Int -> Float`, de manera tal que `mld p i0 b n` sea la cantidad de infectados luego de  $n$  días (es decir,  $I_n$ ), para un modelo con una población total de  $p$  personas,  $i0$  infectados iniciales y tasa de infección  $b$ .

3. Consideremos finalmente el *modelo SIR discreto*, que tiene un poco más detalle que el anterior. Este modelo separa a la población total en tres grupos:  $S_t$  representa la cantidad de individuos sanos,  $I_t$  representa la cantidad de individuos infectados, y  $R_t$  representa la cantidad de individuos recuperados en el día  $t$ . Para cada  $t \geq 1$ , se realizan los siguientes cálculos.

- El número de individuos sanos se reduce con un factor  $b$  discreto y por la cantidad de infectados en el día anterior ( $t-1$ ), respecto de la cantidad de sanos en el día anterior:

$$S_t = S_{t-1} - b \cdot I_{t-1} \cdot S_{t-1}.$$

- A continuación, el número de infectados crece con el factor  $b$  y por la cantidad de sanos en el día anterior y se reduce por un factor  $g$  discreto, respecto de la cantidad de infectados en el día anterior:

$$I_t = I_{t-1} + b \cdot I_{t-1} \cdot S_{t-1} - g \cdot I_{t-1}.$$

- Finalmente, el número de recuperados crece por el factor  $g$  y por la cantidad de infectados en el día anterior, respecto de la cantidad de recuperados en el día anterior:

$$R_t = R_{t-1} + g \cdot I_{t-1}.$$

Al inicio tenemos  $S_0$  individuos sanos,  $I_0$  individuos infectados y  $R_0$  individuos recuperados. Implementar una función `sir :: (Float, Float, Float) -> Float -> Float -> Int -> (Float, Float, Float)`, de manera tal que `sir (s0,i0,r0) b g n` sea una tupla con la cantidad de individuos sanos, infectados y recuperados luego de  $n$  días, para un modelo con una población total de  $s0$  individuos sanos,  $i0$  individuos infectados y  $r0$  individuos recuperados, y factores  $b$  y  $g$ .

4. Implementar una función `maxsir :: (Float, Float, Float) -> Float -> Float -> Int -> Float` que calcule la cantidad máxima de infectados en un período de tiempo (definido como la cantidad de infectados en el día con mayor cantidad de infectados). En otras palabras, `maxsir (s0,i0,r0) b g n` debe retornar el máximo valor entre  $\{I_0, I_1, \dots, I_n\}$  para un modelo con una población inicial de  $(s0, i0, r0)$  personas en cada situación, y factores  $b$  y  $g$ .

**Condiciones de entrega.** El trabajo práctico se debe hacer en forma individual. La entrega consiste de un archivo `.hs` con estas funciones implementadas, junto con todas las funciones auxiliares que sean necesarias. Las funciones pedidas en los ejercicios de este trabajo práctico deben usar los nombres especificados en cada ejercicio y respetar la signatura, dado que serán testeadas automáticamente.

El nombre del archivo entregado debe tener la forma “turno-nombreakellido.hs”, donde turno debe ser “TM”, “TT” o “TN” dependiendo del turno en el que estén cursando:

- TM: Miércoles 9 hs.
- TT: Viernes 14 hs.
- TN: Miércoles 17:30 hs.

Por ejemplo, un estudiante llamado Juan Pérez que esté cursando en el turno de los viernes debe entregar un archivo llamado “TT-JuanPerez.hs”. La entrega se debe realizar a través del campus virtual, subiendo el archivo `.hs` a través del mecanismo disponible dentro del espacio del taller en el campus virtual.

Para la resolución del trabajo práctico se deben utilizar exclusivamente los conceptos vistos hasta la semana 5 de la materia, inclusive. Se evaluará la corrección de las funciones implementadas, la declaratividad y claridad del código, y que las funciones auxiliares (si las hay) tengan nombres apropiados.

**Fecha de entrega.** Viernes 16/10 hasta las 22:00.