

Fisica

Indice

1	Cinematica	3
1.1	Equazione del moto	3
1.2	Velocità	3
1.3	Accelerazione	4
1.4	Moto Parabolico	5
1.5	Moto circolare	6
1.5.1	Moto circolare uniforme	6
1.5.2	Moto circolare uniformemente accelerato	7
1.6	Moto armonico	8
1.7	Periodo di un pendolo	8
2	Dinamica	9
2.1	Il Primo principio(Principio d'inerzia)	9
2.2	Il secondo principio (legge fondamentale)	9
2.3	Il terzo principio (Principio di azione e reazione)	10
2.4	Formula generica	10
2.5	Forza Elastica legge di Hooke	10
2.6	Forza Centripeta	10
2.7	Risultate di due forze con angolo tra di loro	10
2.8	Campo gravitazionale terrestre	11
2.9	Energia	11
2.9.1	Lavoro	11
2.9.2	Teorema dell'energia cinetica o delle forze vive	11
2.9.3	Energia cinetica	12
2.9.4	Energia potenziale	12
2.9.5	Conservazione dell'energia	12
2.10	Quantità di moto	13
2.11	Impulso di una forza	13
2.12	Principio di conservazione della quantità di moto	13
2.13	Urti elastici ed anelastici	14
2.13.1	Urto elastico	14
2.13.2	Urto anelastico	14
2.14	Molle e forza elastica	14
2.14.1	Forza elastica	14
2.14.2	Energia potenziale elastica	15
2.14.3	Legge di Hooke	15

2.15	Attrito radente e viscoso	15
2.15.1	Attrito radente	15
2.15.2	Attrito viscoso	16
2.15.3	Attrito volvente	16
2.16	Momenti	16
2.16.1	Momento meccanico	16
2.16.2	Momento angolare	17
2.16.3	Momento d'inerzia	17
2.16.4	Teorema degli assi paralleli (Huygens - Steiner)	17
3	Termodinamica	18
3.1	Numero di Avogadro	18
3.2	Energia termica	18
3.3	Principio 0	19
3.4	Primo Principio della Termodinamica	19
3.5	Calore Specifico e Stati della Materia	20
3.6	Trasmissione del Calore	21
3.7	Gas	21
3.8	Teoria cinetica dei gas	23
3.9	Espansione libera di un gas	23
3.10	Trasformazioni notevoli	23
3.11	Trasformazioni cicliche	23
3.12	Ciclo di Carnot	23
3.13	Secondo principio della termodinamica	23
4	Entropia	24
5	Tutte le formule	25
5.1	Equazioni	25
5.2	Definizioni	26
5.3	Costanti	26
6	Esercizi	28
6.1	Moto parabolico + pendolo	28
6.2	I 2 treni	29
6.3	Carrucola su piano inclinato senza attrito	30
6.4	Proiettile atterra su piano inclinato	31
6.5	Massa sposta massa con carrucola e si toccano	32
6.6	Appeso a due molle	33
6.7	Oggetto scivola dopo piano inclinato	34
6.8	Proiettile che sposta costante	35

1 Cinematica

La *cinematica* fornisce le metodologie fondamentali per analizzare il moto, utilizzando due concetti chiave: la velocità e l'accelerazione.

1.1 Equazione del moto

L'*equazione del moto* è rappresentata dalla funzione $x(t)$, che esprime la posizione x in funzione del tempo t .

1.2 Velocità

La *velocità media* è definita come il rapporto tra la variazione di posizione Δx e la variazione di tempo Δt , ottenute come:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Il rapporto tra queste grandezze è dato da:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left[\frac{m}{s} \right]$$

Dal punto di vista grafico, questo può essere rappresentato come segue:

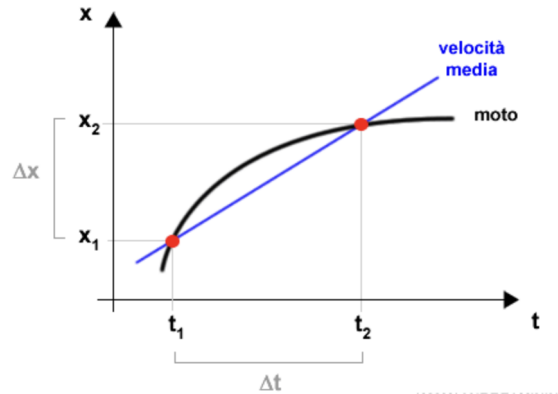


Figure 1: Velocità Media

Scomponendo il grafico e riducendo Δt a 0, possiamo definire la *velocità istantanea* come:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Questa è anche rappresentata dalla derivata dell'equazione del moto.

Possiamo ora definire l'equazione per calcolare la posizione dato un certo valore di velocità

Moto uniforme:

$$x(t) = x_0 + v_1(t_1 - t_0)$$

1.3 Accelerazione

L'accelerazione rappresenta la variazione della velocità rispetto al tempo. Possiamo definire l'*accelerazione media*, relativa all'intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, come il rapporto:

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Anche in questo caso è possibile, riducendo al minimo il valore Δt , trovare il valore di accelerazione istantanea. Questo come

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Dal punto di vista grafico, questo può essere rappresentato come segue:

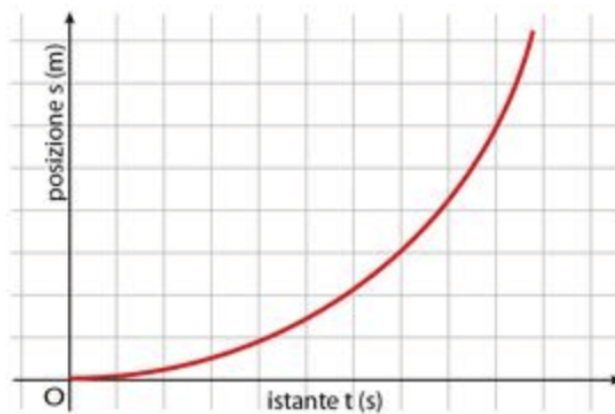


Figure 2: Accelerazione Spazio-Tempo

Da qui è possibile ottenere le principali formule del

Moto uniformemente accelerato

$$\begin{aligned}v &= v_0 + a \cdot t \\s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\s &= \frac{v^2 - v_0^2}{2a}\end{aligned}$$

Moto uniformemente decelerato

$$\begin{aligned}v &= v_0 - a \cdot t \\s &= s_0 + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\s &= \frac{v_0^2 - v^2}{2a}\end{aligned}$$

1.4 Moto Parabolico

Il moto parabolico è il movimento di un oggetto lanciato in un campo gravitazionale, dove la traiettoria descrive una parabola. Le equazioni che descrivono la posizione dell'oggetto in funzione del tempo sono:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \theta \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Gittata (Distanza asse x)

La gittata è la distanza orizzontale totale percorsa dall'oggetto. Può essere calcolata con la seguente formula:

$$G = \frac{2 \cdot v_0 \cos(\theta) \cdot v_0 \sin(\theta)}{g}$$

Gittata massima (con angolo 45°)

La gittata massima si ottiene quando l'angolo di lancio è di 45°. In questo caso, la formula semplificata per la gittata massima è:

$$G = \frac{(v_0)^2}{g}$$

Altezza massima (h asse y)

L'altezza massima raggiunta dall'oggetto può essere determinata con la seguente formula:

$$h = \frac{(v_0 \cdot \sin(\theta))^2}{2 \cdot g}$$

Tempo in volo

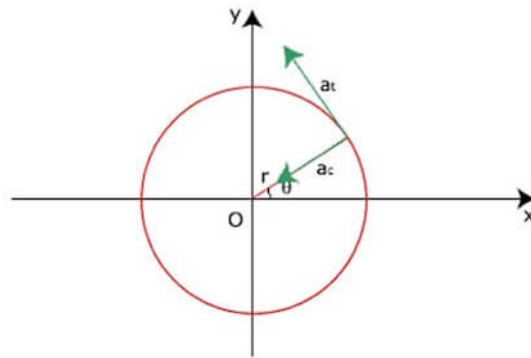
Il tempo totale di volo è il tempo che l'oggetto impiega per tornare al livello di partenza, e può essere calcolato con:

$$t = \frac{2 \cdot v_0 \sin(\theta)}{g}$$

1.5 Moto circolare

1.5.1 Moto circolare uniforme

Il moto circolare uniforme è il moto in cui un corpo si muove lungo una traiettoria circolare con velocità tangenziale \vec{v} costante. **Velocità tangenziale**



$$\vec{v} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

oppure

$$\vec{v} = \omega r$$

dove $2\pi r$ è la circonferenza e T è il periodo.

Velocità angolare

La velocità angolare è la velocità con cui il punto materiale si muove lungo la circonferenza.

$$\vec{\omega} = \frac{2\pi}{T}$$

Frequenza

$$f = \frac{1}{T} = [Hz]$$

Accelerazione centripeta

L'accelerazione centripeta è l'accelerazione tale per cui la velocità tangenziale cambia direzione.

$$\vec{a}_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

1.5.2 Moto circolare uniformemente accelerato

Il moto circolare uniformemente accelerato è il moto in cui un corpo, in movimento lungo la traiettoria circolare, è sottoposto ad un'accelerazione tangenziale costante.

Accelerazione totale

$$\vec{a}_{tot} = \vec{a}_T + a_c$$

oppure

$$|\vec{a}_{tot}| = \sqrt{a_T^2 + a_c^2}$$

Accelerazione tangenziale

$$|\vec{a}_T| = \alpha r,$$

dove

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Legge oraria

La legge oraria esprime la variazione dell'angolo in funzione del tempo t :

$$\Theta(t) = \frac{1}{2}at^2 + \omega_0 t + \Theta_0$$

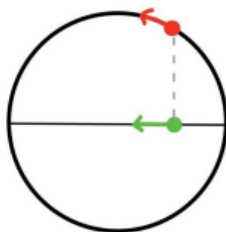
Velocità angolare

La velocità angolare in funzione del tempo t è:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

1.6 Moto armonico

Il moto armonico è la proiezione lungo una retta (il diametro) di un punto che si muove in moto circolare uniforme. Nella figura, il punto verde rappresenta questa proiezione.



Legge oraria

$$x = r \cdot \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Velocità

$$\vec{v} = \frac{dx(t)}{dt} = -r\omega \sin(\omega_0 t + \phi)$$

dove la velocità massima si ottiene quando $\sin(\omega_0 t + \phi) = 1$:

$$v_m = \omega r$$

Accelerazione

$$\vec{a} = \frac{dv(t)}{dt} = -r\omega^2 \cos(\omega_0 t + \phi) = -\omega^2 x(t)$$

dove l'accelerazione massima si ottiene quando $\cos(\omega_0 t + \phi) = 1$:

$$a_m = -r\omega^2$$

1.7 Periodo di un pendolo

Il periodo di un pendolo, rappresentato dalla variabile T , è il tempo impiegato affinché il pendolo compia un'oscillazione completa da un'estremità all'altra e ritorni alla posizione di partenza. Questo periodo dipende dalla lunghezza del pendolo (l) e dall'accelerazione dovuta alla gravità (a).

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{a}}$$

2 Dinamica

La dinamica si basa su tre principi non dimostrabili

1. Primo principio, o Principio d'inerzia
2. Secondo principio (detto anche Legge fondamentale)
3. Terzo principio (Principio di azione e reazione)

2.1 Il Primo principio(Principio d'inerzia)

Il Primo Principio afferma: *Un corpo non soggetto a forze permane in uno stato di quiete oppure di moto rettilineo uniforme.*

La tendenza dei corpi a mantenere inalterato lo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme si chiama *inerzia*.

2.2 Il secondo principio (legge fondamentale)

L'enunciato del Secondo Principio può venire decomposto in una successione di affermazioni.

1. L'effetto di una forza \vec{F} applicata ad un corpo libero è un'accelerazione \vec{a} avente uguale direzione e verso della forza
2. L'intensità dell'accelerazione di un corpo è proporzionale all'intensità della forza applicata.
3. La medesima forza agente su corpi diversi provoca accelerazioni di modulo diverso, a causa della diversa *inerzia* dei corpi. Quanto maggiore è l'inerzia, tanto minore è l'accelerazione. Per misurare l'inerzia di un corpo, si introduce una nuova grandezza, la massa m . A parità di forza agente su due corpi, vale la relazione $m_1/m_2 = a_2/a_1$ (l'accelerazione è inversamente proporzionale alla massa).
4. Poiché la forza ha carattere vettoriale, la risultante di più forze applicate contemporaneamente ad un corpo si calcola mediante la regola del parallelogramma.

Questo viene riassunto in

$$\sum^i \vec{F}_i = m\vec{a} = [N]$$

dove $\sum^i \vec{F}_i$ rappresenta la risultante delle forze applicate, m la massa e \vec{a} l'accelerazione.

2.3 Il terzo principio (Principio di azione e reazione)

Il Terzo Principio afferma: *Se un corpo A esercita una forza \vec{F}_{AB} su di un corpo B, allora il corpo B esercita sul corpo A una forza uguale e contraria $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$.*

2.4 Formula generica

Nel caso in cui la forza non sia applicata in modo parallelo rispetto allo spostamento e vi sia anche un attrito dinamico possiamo trovare che

$$\begin{cases} N = mg - F \cdot \sin(\theta) \\ F_{//} = F \cdot \cos(\theta) - \mu N \end{cases}$$

Dove θ rappresenta l'angolo di inclinazione della forma e μ rappresenta il coefficiente di attrito dinamico.

2.5 Forza Elastica legge di Hooke

La forza centripeta è la forza che agisce su un corpo in movimento lungo una traiettoria circolare e che è diretta verso il centro del cerchio. Questa forza è necessaria per mantenere il corpo in un moto circolare. La formula per la forza centripeta F_c è data da:

$$\vec{F}_e = -k\vec{x}$$

2.6 Forza Centripeta

La forza centripeta è la forza che agisce su un corpo in movimento lungo una traiettoria circolare e che è diretta verso il centro del cerchio. Questa forza è necessaria per mantenere il corpo in un moto circolare. La formula per la forza centripeta F_c è data da:

$$F_c = m \frac{v^2}{r}$$

2.7 Risultate di due forze con angolo tra di loro

Quando due forze F_1 e F_2 agiscono su un punto con un angolo α tra di loro, la risultante R di queste due forze può essere trovata usando la legge del coseno. La formula per la risultante è:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cos(\alpha)}$$

dove α è l'angolo tra le due forze, l'angolo risultante

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_2}{F_1}\right)$$

2.8 Campo gravitazionale terrestre

La **forza gravitazionale** che agisce su un corpo di massa m è data da

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}_r$$

dove G è $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ ed M è la massa del corpo che produce il campo gravitazionale. In molti casi M_T è la massa della Terra.

Quindi il campo in funzione della distanza tra i due corpi è espresso come

$$\frac{\vec{F}}{m} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r \frac{N}{kg}$$

2.9 Energia

L'energia è una grandezza fisica fondamentale che rappresenta la capacità di un sistema di compiere lavoro. Può manifestarsi in diverse forme, come energia cinetica, potenziale, termica, elettrica, ecc.

2.9.1 Lavoro

Il lavoro (L) compiuto da una forza (F) che sposta un oggetto di una distanza Δs nella direzione del coseno dell'angolo a tra la forza e lo spostamento è dato da:

$$L = F \Delta s \cdot \cos(a) \quad [J]$$

dove $[J]$ rappresenta i joule, l'unità di misura del lavoro nel Sistema Internazionale.

2.9.2 Teorema dell'energia cinetica o delle forze vive

Il teorema dell'energia cinetica afferma che il lavoro totale compiuto da tutte le forze su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica. Se una forza F agisce su un corpo con massa m e accelera da una velocità iniziale v_0 a una velocità finale v , l'energia cinetica finale è la somma di quella iniziale e del lavoro compiuto dalla forza lungo la traiettoria del moto:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} \rightarrow F_x dx = m \frac{dv}{dt} dx = mv dv$$

Integrando questa equazione si ottiene:

$$L = F(x - x_0) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

dove $\frac{1}{2}mv^2$ rappresenta l'energia cinetica finale e $\frac{1}{2}mv_0^2$ rappresenta l'energia cinetica iniziale.

2.9.3 Energia cinetica

L'energia cinetica (K) di un corpo in movimento con massa m e velocità v è data dalla formula:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad [\text{J}]$$

dove $[J]$ rappresenta i joule, l'unità di misura dell'energia cinetica nel Sistema Internazionale.

2.9.4 Energia potenziale

Energia potenziale gravitazionale

L'energia potenziale gravitazionale (U) di un corpo con massa m a un'altezza h rispetto a un punto di riferimento è data da:

$$U = mgh$$

dove g è l'accelerazione dovuta alla gravità.

Energia potenziale elastica

L'energia potenziale elastica (U) immagazzinata in una molla con costante elastica k e deformazione x è data da:

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

Se il campo di forze è conservativo, il lavoro compiuto non dipende dal percorso seguito, ma solo dalla posizione iniziale e finale. La variazione dell'energia potenziale è data da:

$$\Delta U = -L$$

2.9.5 Conservazione dell'energia

Il principio di conservazione dell'energia afferma che l'energia totale di un sistema isolato rimane costante nel tempo. Questo può essere espresso come:

$$U_0 + K_0 = U + K$$

dove U_0 e K_0 rappresentano rispettivamente l'energia potenziale e cinetica iniziali, mentre U e K rappresentano l'energia potenziale e cinetica finali.

2.10 Quantità di moto

La quantità di moto, una grandezza vettoriale, è definita come il prodotto della massa m e della velocità \vec{v} di un oggetto, espressa come $\vec{p} = m\vec{v}$. La sua unità di misura nel Sistema Internazionale è il chilogrammo per metro al secondo ($\frac{Kg \cdot m}{s}$). In base alla seconda legge di Newton, possiamo affermare che la forza \vec{F} applicata a un corpo è uguale alla sua massa moltiplicata per l'accelerazione \vec{a} , che a sua volta è la derivata rispetto al tempo della velocità \vec{v} , quindi

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

2.11 Impulso di una forza

L'impulso di una forza è la variazione della quantità di moto di un oggetto in un dato intervallo di tempo. Questo può essere calcolato come l'integrale della forza rispetto al tempo, quindi

$$F = m \frac{dv}{dt} \rightarrow m \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t F dt$$

e quindi

$$mv - mv_0 = \int_{t_0}^t F dt \rightarrow \vec{I} = \int_{t_0}^t \vec{F} dt$$

dove \vec{I} rappresenta l'impulso di una forza.

2.12 Principio di conservazione della quantità di moto

Secondo il principio di conservazione della quantità di moto, se la risultante delle forze che agiscono su un corpo è zero ($\vec{R} = 0$), allora la quantità di moto \vec{Q} rimane costante nel tempo. Pertanto, possiamo affermare che

$$\vec{Q}_0 = \vec{Q} = m\vec{v}_0 \Rightarrow \vec{v}_0 = \vec{v}$$

Questo principio può essere esteso anche a sistemi composti da più corpi, in cui agiscono solo forze interne, come esemplificato dall'equazione

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

2.13 Urti elastici ed anelastici

Gli urti tra corpi sono eventi fondamentali nella dinamica, in cui l'energia cinetica e la quantità di moto possono essere conservate o meno, a seconda delle caratteristiche dell'urto.

2.13.1 Urto elastico

In un urto elastico, sia la quantità di moto che l'energia cinetica totale del sistema sono conservate. Questo tipo di urto è caratterizzato dalla reversibilità delle velocità dopo l'urto. Le equazioni di conservazione per un urto elastico sono:

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{v_{1i}(m_1 - m_2) + 2m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \\ v_2 = \frac{v_{2i}(m_2 - m_1) + 2m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

dalle quali è possibile ottenere le velocità finali dei corpi dopo l'urto.

2.13.2 Urto anelastico

In un urto anelastico, la quantità di moto del sistema è conservata, ma l'energia cinetica totale non è conservata a causa della presenza di energia dissipata sotto forma di calore, rumore, deformazioni permanenti, etc. L'urto anelastico è caratterizzato da una perdita di energia cinetica totale dopo l'urto. L'equazione di conservazione della quantità di moto per un urto anelastico è:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

da cui otteniamo

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2)v$$

dove v è la velocità finale comune del sistema dopo l'urto.

2.14 Molle e forza elastica

Le molle sono dispositivi meccanici che rappresentano corpi deformabili in lunghezza, capaci di immagazzinare energia potenziale elastica quando vengono sottoposte a deformazione. Esse sono comunemente utilizzate in molti dispositivi e macchinari per svolgere funzioni di ammortizzazione, sostegno o accumulo di energia.

2.14.1 Forza elastica

La forza elastica è la forza che una molla esercita per contrastare una deformazione e riportare il corpo alla sua posizione di riposo. La legge che descrive questa forza è detta legge di Hooke e è espressa come:

$$\vec{F} = -k(x - x_0)$$

dove $k = [\frac{kg}{s^2}]$ detto costante elastica.

2.14.2 Energia potenziale elastica

L'energia potenziale elastica U_E è l'energia immagazzinata in una molla a causa della sua deformazione. È data da:

$$U_E = \frac{1}{2}kx^2$$

dove k è la costante elastica della molla e x è lo spostamento dalla posizione di riposo. L'unità di misura dell'energia potenziale elastica è il Joule $[J]$.

2.14.3 Legge di Hooke

La legge di Hooke descrive il comportamento elastico di un corpo soggetto a una forza. Essa stabilisce che lo spostamento di un corpo elastico è direttamente proporzionale alla forza applicata, con la costante di proporzionalità che è la costante elastica della molla. La legge di Hooke può essere espressa come:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

oppure

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

dove \bar{x} è lo spostamento elastico, m è la massa del corpo e k è la costante elastica della molla.

2.15 Attrito radente e viscoso

L'attrito è una forza non conservativa che si oppone al moto relativo tra due superfici in contatto. Questa forza è responsabile della trasformazione dell'energia meccanica in energia termica durante il movimento. Esistono diversi tipi di attrito, tra cui l'attrito radente e l'attrito viscoso, ciascuno con le proprie caratteristiche.

2.15.1 Attrito radente

L'attrito radente si verifica tra due superfici solide in contatto ed è diviso in due categorie principali: statico e dinamico.

Statico

È la forza di attrito che agisce su un oggetto in riposo. La sua intensità è determinata dal coefficiente di attrito statico μ_s e dalla forza normale mg tra le superfici in contatto. La forza di attrito statico massimo F_s è data da:

$$F_s = \mu_s mg$$

Il corpo rimane in stato di quiete finché la forza applicata F è minore o uguale alla forza di attrito statico massimo F_s .

Dinamico

È la forza di attrito che si oppone al movimento di un oggetto. Una volta che l'oggetto è in movimento, il coefficiente di attrito dinamico μ_d assume un valore minore rispetto al coefficiente di attrito statico. La forza di attrito dinamico F_d è data da:

$$F_d = \mu_d mg$$

2.15.2 Attrito viscoso

L'attrito viscoso si verifica quando un oggetto si muove attraverso un fluido, come ad esempio l'aria o l'acqua. Questo tipo di attrito è dovuto alla resistenza del fluido allo scorrimento e può essere rappresentato da due modelli.

- La legge generale che rappresenta l'attrito viscoso è:

$$\vec{F} = \frac{1}{2} C p \vec{v}^2$$

dove C è una costante di proporzionalità e p è la densità del fluido.

- Tuttavia, spesso viene utilizzato un modello semplificato in cui la forza di attrito viscoso è proporzionale alla velocità dell'oggetto attraverso il fluido. Questo modello è rappresentato da:

$$\vec{F} = -A\vec{v}$$

dove A è un coefficiente che dipende dalla viscosità del fluido.

2.15.3 Attrito volvente

L'attrito volvente si verifica quando un oggetto si muove rotolando su una superficie. Questo tipo di attrito non viene approfondito qui, ma è importante notare che differisce dall'attrito radente e viscoso e può influenzare significativamente il movimento degli oggetti. *NON APPROFONDITO*.

2.16 Momenti

Nella dinamica rotazionale, il concetto di momento è fondamentale per descrivere il moto di un corpo attorno al suo asse di rotazione.

2.16.1 Momento meccanico

Il momento meccanico \vec{M} è il prodotto vettoriale tra il vettore posizione \vec{r} e la forza \vec{F} applicata al corpo. È espresso in Newton per metro (Nm):

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

2.16.2 Momento angolare

Il momento angolare \vec{L} di un corpo è il prodotto vettoriale tra il vettore posizione \vec{r} e la quantità di moto \vec{mv} del corpo. Può anche essere espresso come il prodotto tra il momento d'inerzia I e la velocità angolare $\vec{\omega}$. È misurato in $[\frac{Kg \cdot m^2}{s}]$:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{mv}$$

oppure

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

2.16.3 Momento d'inerzia

Il momento d'inerzia I di un corpo è una grandezza scalare definita come l'integrale della densità di massa dm rispetto al quadrato della distanza x rispetto all'asse di rotazione. È misurato in $[kg \cdot m^2]$:

$$I = \int_V x^2 dm$$

2.16.4 Teorema degli assi paralleli (Huygens - Steiner)

Il teorema degli assi paralleli (o teorema di Huygens-Steiner) permette di calcolare il momento d'inerzia di un corpo rispetto a un asse parallelo al suo asse di rotazione passante per un punto diverso dal centro di massa. È dato dalla somma del momento d'inerzia rispetto al centro di massa I_{cm} e il prodotto della massa m per la distanza d al quadrato. L'equazione è:

$$I = I_{cm} + md^2$$

dove I_{cm} è il momento d'inerzia calcolato rispetto al centro di massa e d è la distanza tra l'asse passante per il centro di massa e il nuovo asse di rotazione.

3 Termodinamica

3.1 Numero di Avogadro

Il numero di Avogadro, indicato con N_A , è una costante fondamentale della chimica e della fisica. Essa rappresenta il numero di unità elementari (atomi, molecole, ioni, ecc.) presenti in una mole di sostanza. Il valore del numero di Avogadro è:

$$N_A = 6,022 \times 10^{23}$$

3.2 Energia termica

L'energia termica è definita come il prodotto tra la temperatura e la costante di Boltzmann, mentre l'energia ondulatoria è definita come il prodotto tra la costante di Planck e la velocità della luce.

Costanti

- Costante di Planck ridotta: $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 6,58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$
- Velocità della luce: $c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq 2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Elettronvolt: $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$
- Costante di Boltzmann: $K_B = 1,3 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Due sistemi sono in **equilibrio termodinamico** tra loro quando soddisfano simultaneamente tre condizioni: equilibrio termico, equilibrio meccanico ed equilibrio chimico.

L'equilibrio chimico si verifica quando non avvengono reazioni chimiche tra le parti del sistema. L'equilibrio meccanico implica che non vi siano forze non bilanciate tra le diverse parti del sistema. L'equilibrio termico si ha quando non vi è differenza di temperatura tra le parti del sistema.

Possiamo descrivere i sistemi termodinamici solo quando sono in equilibrio. Il passaggio da uno stato di equilibrio A a uno stato di equilibrio B è chiamato **trasformazione termodinamica**. Durante la trasformazione, il sistema non è in equilibrio; la trasformazione rappresenta il passaggio da un equilibrio all'altro. a trasformazione è il passaggio da un equilibrio all'altro.

3.3 Principio 0

Il principio zero, o legge zero della termodinamica, afferma che se due corpi sono ciascuno in equilibrio termico con un terzo corpo, allora sono in equilibrio termico anche tra loro. In altre parole, se abbiamo due corpi alla stessa temperatura $T_A = T_B$ e un terzo corpo con la stessa temperatura del secondo $T_B = T_C$, allora:

$$T_A = T_B \quad \text{e} \quad T_B = T_C \Rightarrow T_A = T_C$$

Per far passare un sistema da uno stato termodinamico iniziale a uno finale, il passaggio dipende non da come il lavoro è applicato, ma dalla quantità totale di lavoro applicato. Questo implica la conservazione dell'energia. La variazione dell'energia del sistema, indicata come ΔU , è pari al lavoro compiuto sul sistema:

$$W_{subito} = -\Delta U_{int}$$

In particolare:

1. Parliamo di **energia interna**, che include tutte le forme di energia del sistema, sia potenziale che cinetica. Anche se il sistema sembra fermo, ci sono movimenti interni.
2. Il lavoro è l'energia trasferita al sistema per far accadere qualcosa. D'ora in poi, il lavoro sarà considerato positivo se il sistema compie lavoro verso l'esterno, e negativo se il lavoro è compiuto sul sistema.

Il lavoro è positivo se compiuto dal sistema, e negativo se subito dal sistema.

Se forniamo calore a un sistema, la sua temperatura aumenta; se assorbiamo calore da un sistema, la sua temperatura diminuisce. La variazione di temperatura è proporzionale al calore fornito, moltiplicato per una costante:

$$\Delta T = \gamma Q \quad Q = \frac{1}{\gamma} \Delta T$$

La costante γ dipende dalla temperatura, ma possiamo assumere che questa dipendenza sia molto piccola.

3.4 Primo Principio della Termodinamica

Il primo principio della termodinamica afferma che la variazione dell'energia interna di un sistema è data dalla somma del calore acquisito e del lavoro compiuto dal sistema. Matematicamente, possiamo esprimerlo come:

$$\Delta U_{int} = \Delta U_{int}^{(W)} + \Delta U_{int}^{(Q)} = (-W) + (+Q)$$

La variazione dell'energia interna del sistema è quindi data dal calore Q aggiunto al sistema meno il lavoro W compiuto dal sistema:

$$\Delta U = Q - W$$

3.5 Calore Specifico e Stati della Materia

Il calore può essere misurato non solo in Joule, ma anche in **calorie**:

$$udm[Q] = 1cal \quad 4,18J = 1cal$$

Se prendiamo le calorie consumate e il tempo durante il quale vengono consumate, otteniamo la **potenza**:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = [W]$$

In un processo, l'efficienza o rendimento è il rapporto tra il lavoro compiuto dal sistema e le risorse necessarie per attuare questo lavoro:

$$\eta = \frac{W_{compiuto}}{Q_{ass}}$$

In sintesi, il primo principio della termodinamica ci conferma che l'energia non si crea né si distrugge, ma si conserva.

Il calore necessario per far cambiare la temperatura da T_i a T_f di un corpo di un certo materiale è proporzionale alla variazione di temperatura, alla massa e a un coefficiente che dipende dal materiale.

Questo coefficiente, c , è il **calore specifico**, definito come:

$$c_\gamma = \frac{1}{m} \left[\frac{\delta Q}{dT} \right]_\gamma$$

Possiamo ottenere una grandezza estensiva moltiplicando il calore specifico per la massa, ottenendo la **capacità termica**:

$$mc_\gamma := C_\gamma \left[\frac{\delta Q}{dT} \right]_\gamma$$

Il calore necessario per causare un cambio di fase in un materiale è dato dal prodotto tra la massa della materia e il suo **calore latente**:

$$Q = \lambda m$$

Se vogliamo far evaporare un materiale, dobbiamo fornire un calore positivo: $Q > 0 = \lambda_{ev}m$. Se vogliamo invece far condensare un materiale, dobbiamo sottrarre calore: $Q < 0 = \lambda_{cond}m$.

3.6 Trasmissione del Calore

Ci sono tre modi convenzionali di trasmissione del calore: conduzione, convezione e irraggiamento.

Se un oggetto omogeneo presenta una differenza di temperatura tra due punti, si verifica un trasferimento di energia da una zona all'altra. Ad esempio, se mettiamo in contatto una barra di metallo con una sorgente calda, l'estremità della barra si scalda mentre il resto inizialmente rimane alla stessa temperatura; successivamente, anche il resto del metallo si scalda. Questo fenomeno è chiamato **conduzione del calore**.

La variazione infinitesimale di calore nella conduzione può essere espressa come:

$$dQ = -K \frac{dT}{dz} dS dt$$

dove K è la conducibilità termica, $\frac{dT}{dz}$ è il gradiente di temperatura, dS è l'area attraverso cui avviene la conduzione e dt è l'intervallo di tempo.

L'**irraggiamento** è un fenomeno che lega la temperatura di un corpo all'emissione e all'assorbimento di onde elettromagnetiche. Esiste una connessione tra l'energia associata a una temperatura e l'energia associata a una lunghezza d'onda:

$$K_B T \simeq \frac{hc}{\lambda}$$

dove K_B è la costante di Boltzmann, T è la temperatura, h è la costante di Planck, c è la velocità della luce e λ è la lunghezza d'onda

3.7 Gas

I gas sono costituiti da particelle debolmente interagenti, e sono descritti da quattro grandezze fondamentali: pressione, volume, temperatura e quantità di sostanza.

Per i nostri scopi, il **volume** di un gas coincide con quello del recipiente che lo contiene; il gas tende a occupare tutto il volume del contenitore. Se dividessimo a metà il volume del contenitore, avremmo metà delle molecole del gas da una parte e metà dall'altra. Il volume ha come unità di misura una lunghezza alla terza potenza ($[L^3]$), comunemente espressa in metri cubi (m^3) o litri (1000 lt in $1 m^3$).

La **temperatura** può essere misurata in gradi Kelvin, Celsius o Fahrenheit.

La **pressione** è definita come la componente della forza ortogonale alla superficie, divisa per la superficie stessa:

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}$$

dove F_{\perp} rappresenta la componente della forza ortogonale alla superficie e S è l'area della superficie.

Se aumenta l'area di contatto a parità di forza applicata, la pressione diminuisce. Questo principio cambia quando consideriamo la pressione di un gas. All'interno di un recipiente, le particelle di gas sono in movimento casuale e indipendente l'una dall'altra. Periodicamente, queste particelle urtano le pareti del recipiente. Poiché la massa delle particelle è molto inferiore rispetto a quella delle pareti ($m \ll M$), possiamo considerare questi urti come completamente elastici tra una particella di piccola massa m e una parete di massa infinita M .

La pressione di un gas è definita come l'opposto della pressione esercitata dal contenitore; non esiste altro modo di definirla sperimentalmente. Quindi:

$$p_{\text{gas}} := -p_{\text{contenitore}}$$

Consideriamo un **pistone** posto all'interno di un cilindro, all'interno del quale è presente un gas. La pressione del gas tende essenzialmente a spingere il pistone verso l'alto ed è uguale alla pressione del gas moltiplicata per l'area del pistone, con direzione lungo il versore \hat{z} :

$$\vec{F} = p_{\text{gas}} S_{\text{pistone}} \hat{z}$$

Passiamo ora alle leggi fondamentali dei gas. Mi concentro sul caso dei gas ideali, o gas perfetti; per ora ci basta sapere che sono un'eccellente approssimazione per i gas a bassa pressione (rarefatti, a bassa densità). Valgono quattro leggi importanti:

1. **Legge di Gay-Lussac sulla pressione e la temperatura:** Se manteniamo costante il volume durante le trasformazioni, la pressione aumenta linearmente con la temperatura secondo l'equazione $p = p_0(1 + \beta t)$, dove t è la temperatura misurata su una delle tre scale disponibili. Questa legge, che rientra nelle trasformazioni isocore, descrive una relazione lineare tra pressione e temperatura con un coefficiente angolare β , incontrando l'asse delle ordinate in p_0 . I valori di p_0 e β dipendono dal gas considerato.
2. **Seconda legge di Gay-Lussac:** Se manteniamo la pressione costante, otteniamo una trasformazione isobara. In questo caso, il volume varia secondo l'equazione $V = V_0(1 + \alpha t)$, dove (V_0, α) sono specifici per ogni gas. Anche qui, otteniamo delle relazioni lineari simili alla legge precedente quando rappresentiamo il diagramma temperatura-volume.

3. **Legge di Boyle:** Se manteniamo costante la temperatura, in una trasformazione isoterma, la pressione e il volume del gas sono inversamente proporzionali, come espressa dall'equazione $p_i V_i = p_f V_f = \text{costante} \propto T$. Rappresentando questa legge su un diagramma volume-pressione, otteniamo un'iperbole.
4. **Legge di Avogadro:** Questa legge stabilisce che, mantenendo costanti il volume, la pressione e la temperatura di un gas, il numero di molecole del gas è direttamente proporzionale al prodotto della pressione e del volume, e inversamente proporzionale alla temperatura. Matematicamente, si esprime come $N = \frac{1}{K_B} \frac{pV}{T}$, dove K_B è la costante di Boltzmann con valore $1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$.

Se consideriamo il numero di moli come il rapporto tra il numero di costituenti del gas e il numero di Avogadro, otteniamo:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{pV}{N_A K_B T}$$

3.8 Teoria cinetica dei gas

//TODO

3.9 Espansione libera di un gas

//TODO

3.10 Trasformazioni notevoli

//TODO

3.11 Trasformazioni cicliche

//TODO

3.12 Ciclo di Carnot

//TODO

3.13 Secondo principio della termodinamica

//TODO

4 Entropia

//TODO

5 Tutte le formule

5.1 Equazioni

- $pV = nRT$: Equazione di stato dei gas ideali, dove p è la pressione, V è il volume, n è il numero di moli, R è la costante dei gas e T è la temperatura assoluta.
- $\Delta U = Q - W$: Primo principio della termodinamica, dove ΔU è la variazione dell'energia interna di un sistema, Q è il calore fornito al sistema e W è il lavoro compiuto dal sistema.
- $\vec{F} = m\vec{a}$: Legge fondamentale della dinamica, che esprime la relazione tra la forza \vec{F} applicata su un oggetto di massa m e l'accelerazione \vec{a} che essa produce.
- $\vec{F} = -G\frac{m_1m_2}{d^2}\hat{r}$: Legge di gravitazione universale di Newton, che descrive la forza attrattiva tra due corpi di masse m_1 e m_2 separati da una distanza d e diretta lungo la linea congiungente i due corpi.
- $U = nc_VT$: Relazione tra l'energia interna U , il numero di moli n , il calore specifico a volume costante c_V e la temperatura T di un sistema.
- $\vec{F}_{1\rightarrow 2} = -\vec{F}_{2\rightarrow 1}$: Principio di azione e reazione, che afferma che la forza esercitata da un corpo su un altro è uguale e opposta alla forza che il secondo corpo esercita sul primo.
- $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$: Equazione del moto armonico semplice, che descrive il moto di un oscillatore armonico con frequenza angolare ω .
- $U = \frac{l}{2}K_B T$: Energia interna U di un gas monoatomico ideale, dove l è il numero di gradi di libertà del gas e K_B è la costante di Boltzmann.
- $\Delta E = W_{N,C}$: Lavoro non conservativo compiuto su un sistema, che causa una variazione nell'energia del sistema.
- $\eta_*(T_1, T_2) \leq \eta_R(T_1, T_2)$: L'efficienza di un processo reversibile η_R è maggiore o uguale all'efficienza di qualsiasi processo non reversibile η_* .
- $S = K_B \ln(\eta_{comp})$: Entropia S di un sistema, espressa in termini di entropia di una trasformazione irreversibile η_{comp} tramite il logaritmo naturale e la costante di Boltzmann K_B .
- $W_{i\rightarrow f}^{(ext)} = E_{k,f} - E_{k,i} \rightarrow -\Delta U = \Delta E_k$: Lavoro compiuto dall'esterno su un sistema per portarlo da uno stato iniziale i a uno stato finale f è uguale alla variazione dell'energia cinetica del sistema. Questo implica che la variazione dell'energia interna di un sistema è uguale alla variazione dell'energia cinetica.

- $W_{A \rightarrow B} := \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = -(U_B - U_A)$: Lavoro compiuto da una forza lungo un percorso A a B è uguale alla differenza di energia potenziale tra i due punti.
- $\vec{F} = -\frac{d\vec{U}}{d\vec{x}} = -\nabla U$: Relazione tra la forza \vec{F} e l'energia potenziale U in un campo scalare, dove ∇ è l'operatore nabla.

5.2 Definizioni

- $E_k = \frac{1}{2}m\vec{v}^2$: Energia cinetica di un corpo di massa m che si muove con velocità \vec{v} .

•

$$\begin{cases} dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \\ W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{S} \end{cases}$$

Lavoro eseguito da una forza \vec{F} lungo un percorso $d\vec{s}$ e lavoro totale lungo un percorso A a B .

- $\vec{p} = m\vec{v}$: Momento di un oggetto di massa m che si muove con velocità \vec{v} .
- $\Delta S_{A \rightarrow B} = \int_{A \rightarrow B} \frac{dQ}{T}$: Variazione dell'entropia in una trasformazione reversibile da A a B , dove dQ è la quantità infinitesima di calore scambiata e T è la temperatura.
- $W = \int p dV$: Lavoro compiuto da una forza costante p durante una variazione infinitesima del volume dV .
- $\vec{X}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{X}_i}{\sum_i m_i}$: Posizione del centro di massa di un sistema di massa m_i e posizione \vec{X}_i per ogni componente.
- $E := E_K + E_p$: Energia totale di un sistema, somma dell'energia cinetica E_K e dell'energia potenziale E_p .

5.3 Costanti

- $K_B = 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$: Costante di Boltzmann. È utilizzata nelle espressioni che coinvolgono la teoria cinetica dei gas e descrive la relazione tra l'energia termica di un sistema e la temperatura.
- $N_A = 6,023 \times 10^{23}$: Numero di Avogadro. Rappresenta il numero di atomi o molecole in una mole di sostanza e viene utilizzato per convertire tra quantità macroscopiche e quantità microscopiche di sostanze chimiche.
- $G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$: Costante di gravitazione universale. Questa costante appare nell'equazione di Newton per la legge di gravitazione universale, che descrive l'attrazione gravitazionale tra due corpi.

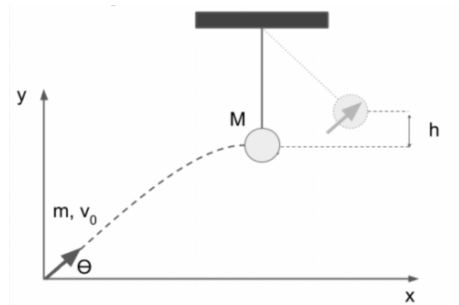
- $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$: Velocità della luce nel vuoto. Questa costante rappresenta la velocità massima a cui può propagarsi qualsiasi forma di energia nel vuoto, ed è una delle costanti fondamentali della fisica.
- $\frac{h}{\lambda} \simeq K_B T$, dove $h = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \times 10^{-34} J \cdot s$: Relazione tra la costante di Planck, la lunghezza d'onda e la temperatura. Questa relazione quantifica il principio fondamentale della meccanica quantistica che lega l'energia di un fotone alla sua frequenza (o lunghezza d'onda) e alla temperatura del sistema.

6 Esercizi

6.1 Moto parabolico + pendolo

Problema:

Una lancia di massa 4,8 kg viene lanciata con una velocità di modulo 200 m/s e angolo di 30 gradi rispetto l'orizzontale. Nel punto di massima elevazione questa urta anelasticamente un pendolo balistica di massa M. La massima elevazione del pendolo rispetto il punto di riposo è 8,5 m. Trovare M.



Soluzione:

1. Calcolo della velocità orizzontale della lancia:

$$v_{0x} = v_0 \cos(\theta)$$

$$v_{0x} = 200 \cos(30^\circ)$$

$$v_{0x} \approx 173.2 \text{ m/s}$$

2. Conservazione della quantità di moto:

$$m_l v_{0x} = (m_l + M_p) v_f$$

3. Calcolo della velocità finale combinata v_f :

$$\frac{1}{2}(m_l + M_p) v_f^2 = (m_l + M_p) g h$$

$$\frac{1}{2} v_f^2 = g h$$

$$v_f = \sqrt{2 g h}$$

$$v_f \approx 12.9 \text{ m/s}$$

4. Soluzione per la massa del pendolo M_p :

$$m_l v_{0x} = (m_l + M_p) v_f$$

$$4.8 \cdot 173.2 = (4.8 + M_p) \cdot 12.9$$

$$M_p \approx 59.7 \text{ kg}$$

Risultato:

$$M_p \approx 59.7 \text{ kg}$$

6.2 I 2 treni

Problema:

Due treni viaggiano, sulla stessa linea ferroviaria e nello stesso verso, con velocità costante $v_1 = 78 \text{ km/h}$ e $v_2 = 120 \text{ km/h}$ partendo da due stazioni distanti tra loro 200 km. Il treno 1 parte, più avanti, è quello più lento. Il treno 1 parte dalla stazione 1,2h dopo il treno 2 che segue. Dopo che i treni sono partiti si incrociano a tempo t . Trovare t .

Soluzione:

1. Condizione di incontro:

$$x_1(t) = x_2(t)$$

Distanza percorsa dal treno 1 più la distanza iniziale:

$$56 \text{ km} + v_1 t = v_2 t$$

2. Sostituzione dei valori e risoluzione per t :

$$56 + 78t = 120t$$

$$56 = 42t$$

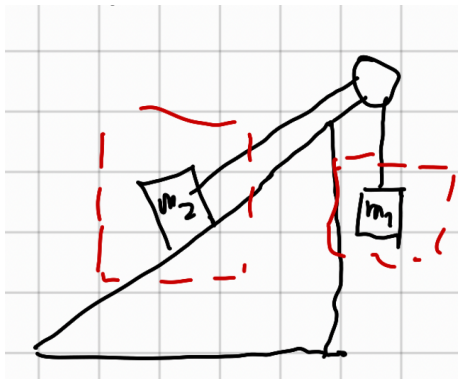
$$t = 1.33 \text{ h}$$

Risultato: I treni si incontrano 1,33 ore dopo la partenza del treno 1.

6.3 Carrucola su piano inclinato senza attrito

Problema:

Su un piano inclinato di angolo 29.42° si trova un corpo di massa $m_2 = 49.95\text{kg}$. Tramite una fune inestensibile e una carrucola perfetta il precedente corpo è collegato a un corpo di massa m_1 che si trova in caduta libera verso il suolo ad altezza di 39.53m e toccherà terra dopo 4.2 secondi. Trovare m_1 .



Soluzione:

1. Calcolo dell'accelerazione a usando il tempo di caduta:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

$$a = \frac{2 \cdot 39.53}{4.2^2}$$

$$a \approx 4.48 \text{ m/s}^2$$

2. Equazioni di Newton per il sistema:

Per il corpo in caduta libera m_1 :

$$m_1 g - T = m_1 a$$

Per il corpo sul piano inclinato m_2 :

$$T - m_2 g \sin(\theta) - \mu_k m_2 g \cos(\theta) = m_2 a$$

3. Risoluzione del sistema di equazioni:

$$m_1 g - m_1 a = m_2 a + m_2 g \sin(\theta) + \mu_k m_2 g \cos(\theta)$$

4. Espressione di m_1 :

$$m_1 = \frac{m_2(a + g \sin(\theta) + \mu_k g \cos(\theta))}{g - a}$$

5. Sostituzione dei valori numerici (senza coefficiente di attrito μ_k considerato):

$$m_1 = \frac{49.95(4.48 + 9.8 \sin(29.42^\circ))}{9.8 - 4.48}$$

$$\sin(29.42^\circ) \approx 0.491$$

$$m_1 = \frac{49.95(4.48 + 9.8 \cdot 0.491)}{5.32}$$

$$m_1 \approx 87.21 \text{ kg}$$

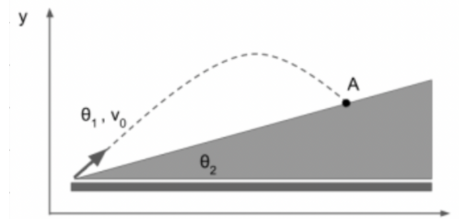
Risultato:

La massa del corpo m_1 è approssimativamente 87.21 kg.

6.4 Proiettile atterra su piano inclinato

Problema:

Un proiettile viene sparato verso l'alto con angolo di alzo 23° misurato rispetto l'orizzontale e velocità iniziale v_0 . Dopo un tempo di 38s il proiettile incontra il piano inclinato di angolo 38° nel punto A. Trovare v_0 .



Soluzione:

1. Calcolo rapporto tra X e Y

$$\begin{cases} X = \cos\theta_2 \cdot d \\ Y = \sin\theta_2 \cdot d \end{cases}$$

dove d rappresenta la distanza dal punto iniziale al punto A

$$Y = X \cdot \tan\theta_2$$

2. Utilizzo questo rapporto sulla legge oraria del moto parabolico.

$$v_0 \cos(\theta_1) \cdot t \cdot \tan \theta_2 = v_0 \sin(\theta_1) \cdot -\frac{1}{2}gt^2$$

$$v_0 = \frac{gt}{2(\cos \theta_1 \tan \theta_2 - \sin \theta_1)}$$

$$v_0 = \frac{372,78}{0,2648}$$

$$v_0 \approx 1.47 \times 10^3 \text{ m/s}$$

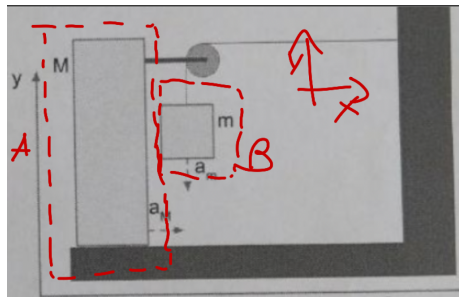
Risultato:

La velocità iniziale v_0 del proiettile è approssimativamente $1.47 \times 10^3 \text{ m/s}$.

6.5 Massa sposta massa con carrucola e si toccano

Problema:

Si consideri il sistema in figura. Siano $M = 65 \text{ kg}$ e $m = 77 \text{ kg}$ e a l'accelerazione del sistema. Trovare a .



Soluzione:

1. Equazioni dei sistema

Blocco m:

$$m \cdot a = m \cdot g - T$$

Blocco M:

$$(M + m)a = T$$

// $(M + m)$ perché i due blocchi si toccano, se non lo facessero allora M .

2. Sistema di equazioni

$$mg - ma = (M + m)a$$

$$a = \frac{mg}{M + 2m}$$

$$a = \frac{755,37}{223}$$

$$a \approx 3,39 \text{ m/s}^2$$

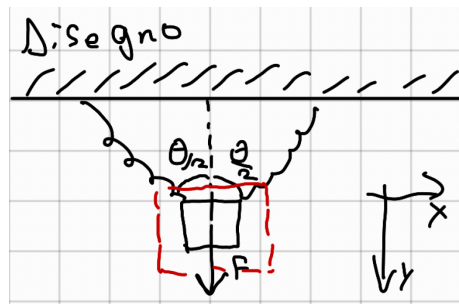
Risultato:

L'accelerazione a del sistema è $3,39m/s^2$

6.6 Appeso a due molle

Problema:

Un corpo di massa m trascurabile è appeso con due molle di lunghezza a riposo nulla e costante elastica k . Al corpo viene applicata una forza di $99N$ diretta verso il basso. Nella condizione di equilibrio le molle individuano tra esse un angolo di 38° e si allungano di 12 m . Trovare k .



Soluzione:

1. Cerco la F Perpendicolare delle molle

$$F_{\perp} = F_{e1} \cdot \cos\theta_1$$

dove

$$\theta = \theta_1 + \theta_2$$

2. Metto in relazione le forze che spingono in basso con quelle opposte

$$F + F_p = F_{\perp 1} + F_{\perp 2}$$

essendo la forza peso trascurabile da testo allora

$$2(k \cdot \Delta x \cdot \cos\theta_1) = F$$

$$k = \frac{F}{2(\Delta x \cdot \cos\theta_1)}$$

$$k = \frac{99}{22,8}$$

$$k \approx 4,34N/m$$

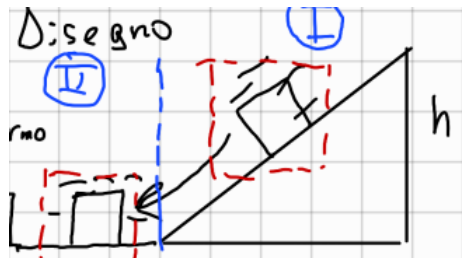
Risultato:

La costante k delle molle misura $4,34N/m$

6.7 Oggetto scivola dopo piano inclinato

Problema:

Un corpo di massa m fermo inizia a scivolare su un piano inclinato alto 51 m. Alla base del piano, il corpo inizia a muoversi su un piano orizzontale con coefficiente di attrito dinamico di 0.55 e si ferma dopo 1 metri. Trovare Δl



Soluzione:

1. Utilizzo la conservazione dell'energia per trova la velocità iniziale

$$U_0 = K$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

2. Cerco le forze che vengono applicate all'oggetto

$$F = F_a = F_p \cdot \mu_d$$

$$ma = mg \cdot \mu_d$$

$$a = g \cdot \mu_d$$

3. Trovo lo spazio percorso dalla decelerazione

$$s = \frac{V_0^2}{2a}$$

$$s = \frac{2gh}{2g \cdot \mu_d}$$

$$s = \frac{h}{\mu_d}$$

$$s \approx 92,72\text{m}$$

Risultato:

L'oggetto si ferma dopo 92,72 m

6.8 Proiettile che sposta costante

Problema:

Su Titano ($g_{\text{Titano}} = 1.352 m/s^2$) l'esercito di Thanos spara ad Hulk di massa 680 kg una raffica di proiettili di massa 3,4 kg e velocità 26 m/s con frequenza di 8.8 Hz. I proiettili non scalfiscono la dura pelle di Hulk e tornano indietro, ma fanno scivolare indietro l'uomo verde a velocità costante. Il coefficiente d'attrito dinamico tra i piedi di Hulk e la superficie di Titano è μ_d . Trovare μ_d .



Soluzione:

1. Trovo il periodo dei proiettili

$$T = \frac{1}{f}$$

2. Metto in relazione le forze su Hulk

$$F_a = F_{\text{proiettile}}$$

3. Trovo la forza del proiettile

Essendo che la risultante delle forze è 0 applico il Principio di conservazione del moto

$$m_p v_p = -m_p v_p$$

$$2m_p v_p = 0$$

$$F_{\text{proiettile}} = \frac{2m_p v_p}{T}$$

4. Risolvo l'equazione per μ

$$m_H \cdot g_T \cdot \mu_d = \frac{2m_p v_p}{T}$$

$$\mu_d = \frac{2m_p v_p}{T \cdot m_H g_T}$$

$$\mu_d \approx 1.69$$

Risultato:

L'attrito tra Hulk e la superficie di Titano è 1,74.