



Resolución de problemas con metaheurísticos
Informe

Formalización del problema de la partición del grafo

Laura Rodríguez Navas

Marzo 2019

Resumen

Dentro del amplio campo de la Teoría de Grafos, en este trabajo se considera el problema de la partición del grafo: dado un grafo no dirigido cuyo número de vértices es par y cuyas aristas tienen asociado un peso, se trata de encontrar la partición del conjunto de vértices en dos subconjuntos de tamaño similar de manera que se minimice la suma de los pesos de aquellas aristas que unen vértices que están en diferentes conjuntos. Concretamente, el objetivo principal es desarrollar tres algoritmos para este problema, incluyendo ejemplos.

Para cada algoritmo se señalarán sus aspectos más relevantes y aquellos que se consideran positivos o negativos. Finalmente se presentan algunos experimentos numéricos obtenidos de la aplicación de los algoritmos desarrollados.

Índice de Contenido

Resumen	i
1 El problema	1
1.1 Introducción	1
1.2 Descripción el problema	1
1.3 Partición de grafos	1
2 Algoritmos	2
2.1 Kernighan-Lin	2
3 Experimental set-up	3
4 Results and discussion	4
5 Conclusion	5
Bibliography	6
Appendix	7
A Appendix	7

1. El problema

1.1 Introducción

En los últimos años el problema de la partición de grafos ha sido ampliamente estudiado. El problema se deriva de situaciones del mundo real por lo que tiene aplicación en varias ramas de la ingeniería y de la investigación. La partición de grafos es una disciplina ubicada entre las ciencias computacionales y la matemática aplicada. El problema es un problema importante que tiene aplicaciones extensas en muchas áreas ya que se busca minimizar los costes o maximizar los beneficios a través de la correcta distribución de recursos.

La primera aplicación del problema fue en la partición de componentes de un circuito en un conjunto de tarjetas que juntas realizaban tareas en un dispositivo electrónico. Las tarjetas tenían un tamaño limitado, de tal manera que el dispositivo no llegara a ser muy grande, y el número de elementos de cada tarjeta estaba restringido. Si el circuito era demasiado grande podía ser dividido en varias tarjetas las cuales estaban interconectadas, sin embargo, el coste de interconexión era muy elevado por el que el número de interconexiones debía ser minimizado.

La aplicación descrita anteriormente fue presentada en [1], debido a Kernighan y Lin (1970), en la cual se define un algoritmo eficiente para encontrar buenas soluciones. En la aplicación, el circuito es asociado a un grafo y las tarjetas como subconjuntos de una partición. Los nodos del grafo son representados por los componentes electrónicos y las aristas forman las interconexiones entre los componentes y las tarjetas.

1.2 Descripción el problema

El problema de partición de grafos puede formularse como un problema de programación entera. Los problemas de programación entera generalmente están relacionados directamente a problemas combinatorios, esto genera que al momento de resolver los problemas de programación entera se encuentren restricciones dado el coste computacional de resolverlos; por ese motivo se han desarrollado algoritmos que buscan soluciones de una forma más directa, la restricción de los mismos es que no se puede garantizar que la solución encontrada sea la óptima.

Este problema ha sido demostrado como un problema NP-completo (<https://es.wikipedia.org/wiki/NP-hard>), lo que implica que las soluciones para él no pueden ser encontradas en tiempos razonables.

En el presente trabajo se pretende estudiar el algoritmo descrito en [1], [2] i

1.3 Partición de grafos

2. Algoritmos

Dado que el problema de la partición de un grafo es un problema NP-completo, las soluciones prácticas se basan en la heurística y existen dos categorías: local y global. Los métodos locales más conocidos son el algoritmo Kernighan-Lin[1] y el algoritmo Fiduccia-Mattheyses[2]. Su principal inconveniente es la partición inicial arbitraria del conjunto de vértices, que puede afectar la calidad de la solución óptima final. En cambio, los métodos globales se basan en las propiedades de todo el grafo y no se basan en una partición inicial arbitraria. El ejemplo más común es la partición espectral, donde una partición se deriva de los vectores propios aproximados de la matriz de adyacencia, o la agrupación espectral que agrupa los vértices del grafo usando la descomposición propia de la matriz Laplaciana del grafo.

2.1 Kernighan-Lin

El algoritmo de Kernighan-Lin[1] es un algoritmo heurístico para resolver el problema de la partición de un grafo con complejidad computacional $O(n^2 \log n)$. Este algoritmo, propuesto en 1970 por Shen Lin y Brian Kernighan, tiene aplicaciones importantes para el diseño de circuitos digitales y VLSI.

Es un ejemplo de Algoritmo Voraz.

Comienza con alguna partición que satisfaga el requisito de tamaño que intercambie repetidamente nodos entre las particiones.

3. Experimental set-up

Text

4. Results and discussion

Text

5. Conclusion

Text

Bibliography

- [1] B. W. Kernighan and S. Lin. An efficient heuristic procedure for partitioning graphs. *Bell System Technical Journal*, 49:291–307, 1970. 1, 2
- [2] C.M. Fiduccia and R.M. Mattheyses. A linear-time heuristic for improving network partitions. In *19th Design Automation Conference, Las Vegas, NV, USA, 14-16 June, 1982*. IEEE, 1982. 1, 2

A. Appendix

In this file (Appendices/Appendix_A.tex) you can add appendix chapters, just as you did in the Document.tex file for the ‘normal’ chapters. You can also choose to include everything in this single file, whatever you prefer.