# Reporte análisis de los parámetros en la evolución de discos de decreción viscosa en estrellas Be para la banda espectral L.

Fredy Alexander Orjuela López 201711560

Director: Beatriz Eugenia Sabogal Martínez

Codirector: Leandro Rocha Rimulo

17 de marzo de 2020

#### 1. Introducción

Algunos de los sistemas dinámicos astronómicos que evolucionan en el tiempo son las estrellas y las galaxias. Desde la Astrofísica se estudian las propiedades de estos sistemas de acuerdo con sus líneas espectrales, metalicidad, velocidad de rotación, entre otras características.

Existe un conjunto de estrellas conocidas como Be, observadas en primera ocasión por el padre Secchi en 1866, quien realizó observaciones de las estrellas  $\gamma$  Cas y  $\beta$  Lyr (Porter et al., 2009). Las Be son estrellas masivas, no supergigantes, variables y con pulsaciones no radiales; poseen un disco delgado que se encuentra en estado gaseoso ionizado en el plano ecuatorial, de la estrella (Collins et al., 1987).; son estrellas de tipo B que han mostrado líneas de la serie de Balmer en emisión que están en equilibrio hidrostático, con una rotación de aproximadamente el 70 % de su velocidad crítica (Vieira et al., 2015), la cual, junto con efectos como el de pulsaciones no radiales (Perci et al., 1986), genera la formación de un disco de decreción viscoso delgado (DDV), compuesto por gas (en su mayoría hidrógeno) en proceso de difusión hacia el exterior, que es alimentado por la masa expulsada de la estrella central mediante un fenómeno de viscosidad (Lee et al., 1991).

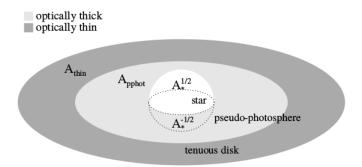


Figura 1: En esta figura se encuentran presentes la superficie delgada(thin) y la superficie de la pseudo-fotósfera (pphot) asociadas al disco, el cual, divide la región de la estrella en un hemisferio superior  $(A_{\star}^{1/2})$  y otro inferior  $(A_{\star}^{-1/2})$ . Este modelo corresponde al caso general, esto sucede cuando  $R_{\star} < R < R_d$ , donde  $R_{\star} =$  radio de la estrella, R = distancia de la pseudo-fotósfera respecto al centro de la estrella y  $R_d =$  distancia de la región delgada respecto al centro de la estrella, otros casos a parte del general, son: pseudo-fotósfera y optícamente delgada, los cuales pueden consultarse en (Vieira et al., 2015).

Este disco puede ser estudiado mediante las líneas de emisión en el espectro infrarrojo (IR), generadas por los procesos de recombinación del disco (Mennickent et al., 2016). En particular, la banda L de la región del espectro IR se encuentra entre los 3.0  $\mu$ m y 4.1  $\mu$ m; es precisamente en esta banda donde se realizan las observaciones de las estrellas Be relevantes para el estudio de los mecanismos de formación del disco (Granada et al., 2010). Otros espectros ya estudiados en la banda K del IR fueron presentados en (Vieira et al., 2016).

El disco circunenstelar consta de una región ópticamente gruesa y otra ópticamente delgada y no se encuentra en equilibrio termodinámico local (la absorción y emisión se hacen a diferentes tasas para diferentes capas del disco). En la figura 1 se muestra el disco modelado con una pseudo-fotósfera, la cual explica la región del continuo y del IR (Vieira et al., 2015). En los últimos años se ha venido desarrollando HDUST (Carciofi et al., 2006 y 2008), un código de transferencia radiativa que permite calcular el espectro emergente y estimar algunos observables asociados con el disco en las bandas K y N del espectro IR (Granada et al., 2010), sin embargo el estudio asociado a los espectros y parámetros de las estrellas Be en la banda L utilizando HDUST ha sido la menos reportada en la literatura con base de referentes dados (Mennickent et al., 2006).

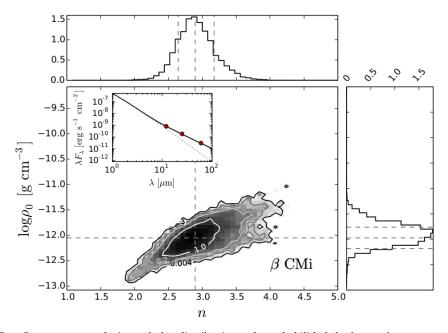


Figura 2: Esta figura muestra el ajuste de las distribuciones de probabilidad de dos parámetros para la estrella tipo Be conocida como  $\beta$  CMi. Los parámetros sobre los que se realizó el ajuste con el código emcee corresponden a la densidad inicial del disco  $\rho_0$  y el parámetro libre n, este último es el exponente asociado a una ley de potencias que describe el comportamiento de la densidad radial del disco (Vieira et al., 2016). El panel principal muestra la densidad de probabilidad (contornos en escala de grises), mientras que los paneles superior e izquierdo muestran la distribución de los parámetros individuales. Estas distribuciones corresponden a la combinación de todas las probabilidades derivadas con el código emcee y sus valores se normalizaron a la unidad. El ajuste de la distribución de energía espectral se muestra dentro del panel principal, donde los círculos corresponden a observaciones realizadas por el telescopio espacial IRAS (Introduction to the Infrared Astronomical), la línea continua representa el flujo total (flujo de la estrella más la del disco) y la línea de puntos representa el flujo de la pseudo-fotósfera. (Vieira et al., 2016).

Estos observables se obtienen a partir del modelado de los datos observados en el infrarrojo, donde se construyen diferentes distribuciones de probabilidad para algunos parámetros del disco, tales como, densidad, temperatura efectiva y flujo reducido, donde se hace uso de una cadena de muestras en Monte-Carlo conocido como *emcee* (Goodman et al., 2016).

Emcee permite el ajuste del modelo respecto a los datos observados mediante la espectroscopía en el infrarrojo y utiliza el código HDUST para realizar una comparación entre la teoría y la observación en dicha región del espectro electromagnético; este ajuste espectral permite conocer mejor los parámetros del disco de decreción de las estrellas Be, permitiendo conocer la evolución del disco (Vieira et al., 2016).

#### 2. Resumen

En este trabajo se realizó un marco teórico con un enfoque de tipo historico, el cual le permitiera al lector reconocer el estado del arte de los discos circunenstelares de las estrellas de tipo espectral Be. El análisis conceptual de los discos requiere de la computación, la estadística y la astrofísica como instrumentos del conocimiento para el desarrollo del presente trabajo. La figura 3 muestra la relación que se da entre la computación- estadística, estadística-astrofísica y astrofísica-computación.

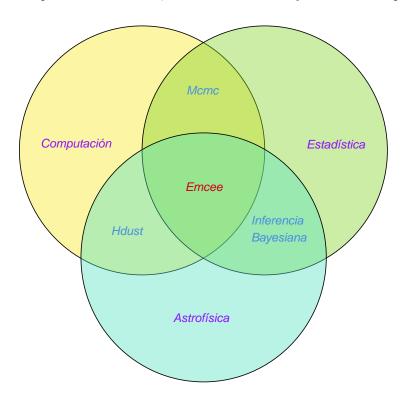


Figura 3: Esta figura muestra los campos del conocimiento utilizados para el desarrollo de este trabajo, tal como lo son la estadística, la computación y la astrofísica. En Hdust se encuentran los modelos estelares del disco y que soluciona la ecuación de transferencia radiativa aplicando la técnica de Monte Carlo Markov Chain (MCMC); la función a Priori de algunos de los parámetros de las estrellas en conjunto con los flujos medidos en trabajos de Millan y Ubaque permiten establecer la relación entre la astronomía observacional y la estadística. Emcee utiliza Hdust,Mcmc y la inferencia Bayesiana para analizar la evolución de los discos de decreción de las estrellas Be. Un buen analísis de cada uno de los resultados obtenidos hasta ahora, así sea de solo una de las gráficas.

El modelo de disco de decreción viscosa (DDV) a sido el de mayor aceptación para describir la formación de los discos en estrellas tipo Be (Klement et al., 2015). Para generar múltiples modelos de DDV se requieren parámetros físicos propios de la estrella, por ejemplo, la masa, la densidad del disco, la inclinación, la distancia, la extinción, entre otros. Un modelo depende de los valores adoptados para

cada uno de los parámetros de la estrella, así, la cantidad de modelos generados es muy amplia, por esta razón se utiliza una cuadrícula que contenga todos estos modelos generados y se conoce como el proyecto BeAtlas.

La cuadrícula BeAtlas se divide en una subcuadrícula que contiene los modelos de la fotosferá y otra que contiene los modelos del disco, en esta última se encuentran los modelos asociados a la estrella central Be y también del disco circunenstelar. Cada uno de los modelos fue generado con el código HDUST (Carciofi et al., 2006, 2008), este código utiliza el método Monte Carlo para solucionar la ecuación de transferencia radiativa para discos poblados con polvo estelar o hidrógeno. Los parámetros utilizados para crear la cuadrícula BeAtlas a partir de HDUST se muestra en la tabla 1.

Parámetros	Dominio
M	$4.2 M_{\odot} \leq M \leq 20 M_{\odot}$
W	$4.2 \ 0 \le W \le 1$
$\Sigma_0$	$4.2 \ 0 \le \Sigma_0 \le 4 \ \text{g cm}^{-2}$
n	$4.2\ 2 \le N \le 4.5$
cos i	$4.2~0 \le \cos i \le 1$

Tabla 1: Esta tabla contiene el dominio de los parámetros para generar los modelos utilizando el código HDUST y cuya cuadrícula BeAtlas será almacenada. Los parámetros utilizados son la masa M, la tasa de rotación W, la densidad inicial del disco  $\Sigma_0$ , el parámetro libre n y la proyección de la inclinación i del disco sobre el plano ecuatorial del la estrella.

Con la cuadrícula BeAtlas generada se hace necesario utilizar una herramienta estadística que permita analizar la gran cantidad de modelos generados con los mejores párametros. La inferencia bayesiana toma una población con información previamente conocida, en el caso de las estrellas Be conocemos los modelos generados en BeAtlas a partir de parámetros medidos a partir de las observaciones. A partir del teorema de Bayes, se desea determinar la probabilidad de un modelo a partir de las mediciones realizadas y los parámetros elegidos a estimar. Los parámetros inferidos del modelo se acompañan de su respectiva incertidumbre cuando su distribución de densidad de probabilidad no es conocida. Para esto, se calcula la probabilidad a posterior utilizando el teorema de Bayes:

$$P(M_i(\Theta)|X) = \frac{P(X|(M_i(\Theta)) P((M_i(\Theta))}{\sum_{i=1}^k P(X|(M_k(\Theta)) P((M_k(\Theta))}$$
(1)

Donde X representa los datos experimentales,  $M_i$  es cada uno de los modelos generados en la cuadrícula BeAtlas y  $\Theta$  es un espacio de parámetros contenido en cada modelo. En el contexto de la ecuación 1,  $P(M_i(\Theta)|X)$  es la probabilidad posterior,  $P(X|(M_i(\Theta)))$  es la función de máxima verosimilitud y  $P((M_i(\Theta)))$  es la probabilidad a priori, está última requiere de la función de masa inicial, la tasa de estrellas de tipo B y Be de una población cualquiera y la distribución de velocidad rotacional, aquí se tiene un conocimiento previo de la muestra de estrellas de tipo Be (Rivinius et al., 2006).

En los últimos años el uso del método Monte Carlo como solución a problemas asociados a inferencia Bayesiana a crecido exponencialmente , y también en las aplicaciones a la astrofísica (Sharma et al., 2017). Uno de los códigos abiertos más conocidos en esta área es Emcee desarrollado por (Foreman-Mackey et al., 2013) y donde utiliza el método Monte Carlo para encontrar distribuciones de la densidad de probabilidad del espacio de parámetros. Emceee genera diagramas de tipo triangular, cuya diagonal principal muestra la densidad de probabilidad de cada uno de los párametros establecidos para los modelos, en tanto, la intersección de una fila con una columna de parámetros brinda información sobre la respectiva correlación entre ellos.

La diagonal principal superior de la figura 4 da información de la distribución de densidad de probabilidad del espacio de parámetros reportados en la tabla 1, para la estrella 10 Cas. Para el parámetro n de la primera columna con la primera fila encontramos una distribución de densidad de

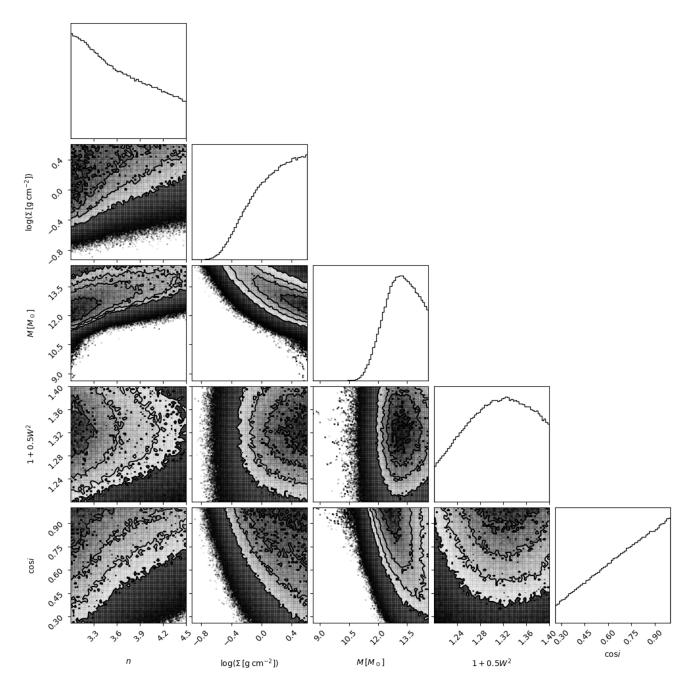


Figura 4: Esta figura muestra la distibución de densidad de probabilidad de los parámetros asociados a los modelos obtenidos en BeAtlas para la estrella 10 Cas presente en la constelación Cassiopeia. Para la obtención de este gráfico se utilizarón 2500 caminadores Monte Carlo aleatorios y 1000 pasos en la cadena de Markov en el código Emcee.

probabilidad que disminuye a medida que aumenta el valor de este parámetro. Esto indica que los modelos obtenidos en BeAtlas para la estrella 10 Cas son suceptibles al cambio del párametro n, sin embargo no es posible determinar un valor óptimo del modelo, en el rango de valores asociados al

parámetro.

Para el parámetro asociado a la densidad superficial del disco  $\Sigma$  los modelos ajustan a un valor cercano a  $log(0,4gcm^{-2})$ , en este parámetro como en el anterior al no tener una certeza del valor se hace necesario utilizar una extrapolación sobre los modelos. La masa  $M_{\odot}$  es un parámetro de la estrella cercano a las 13.5 masas solares y depende del modelo estelar adoptado en la cuadrícula de BeAtlas, este parámetro aporta información futura al llegarse a realizar una medición directa o indirecta de la masa de 10 Cas. La tasa de rotación del disco de la estrella  $1+0.5W^2$  esta cercano a un valor del 80 % de la velocidad máxima de rotación, concuerda con resultados de la velocidad de rotación en estrellas de tipo espectral Be (Rivinius et al., 2006). La inclinación i igual que n y  $\Sigma$  es un parámetro suceptible para los modelos y donde la extrapolación se hace necesaria para encontrar o no una correlación entre estos parámetros y los modelos, tal como se muestra en la figura 5.

A partir de la gráfica 4 se observa que la correlación de la densidad superficial del disco y el parametro n aumenta. La correlación entre la masa del disco y su rotación se mantiene al aumento, una estrella como 10 Cas que se mantenga a una velocidad de rotación alta con mayor masa, posiblemente eyecte mayor materia al disco y por ende un mayor flujo podría ser percibido en el espectro de la misma. También entre la densidad del disco y la rotación del mismo se relacionan directamente, al tener mayor densidad superficial del disco y una mayor rotación el flujo del espectro deberia ser de mayor emisión y cuya evidencia se deberia dar en el espectro de la estrella al ser medido.

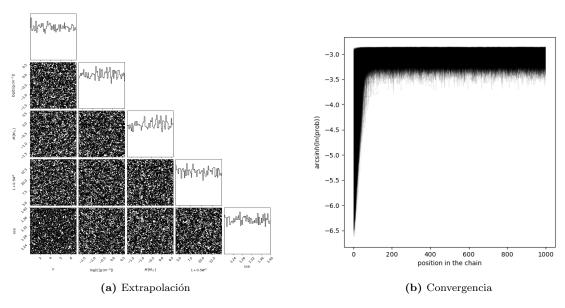


Figura 5: Al lado izquierdo tenemos la extrapolación de los parámetros de la estrella 10 Cas para los diferentes modelos estelares obtenidos, sin embargo, en la diagonal principal las distribuciones de densidad de probabilidad para los 5 parámetros se mantuvierón constantes, esto indica que la extrapolación no permite realizar los ajustes sobre los modelos y se requieren calcular de nuevo en BeAtlas ampliando el tamaño de los parámetros n,  $\Sigma$  e i. Al lado derecho encontramos la convergencia de la distribución de densidad de probabilidad para un número de 1000 pasos en la cadena de Markov, está gráfica muestra que Emcee converge rapídamente para los resultados obtenidos.

A continuación se relaciona la tabla 2, ella muestra los flujos medidos utilizando el programa IRAF. Los flujos medidos de una muestra de estrellas entre las cuales se encuentra 10 Cas permite obtener el diagrama de Lenorzer para dicha estrella a partir de las razones de flujo de las líneas carácterísticas del infrarrojo como lo son  $Hu14/Br\alpha$  vs  $Hu14/Pf\gamma$ , este diagrama muestra como es la evolución del disco de la estrella, si esta en formación o esta en extinción, sin embargo en este trabajo se propone

un diagrama de Lenorzer computando los modelos del BeAtlas a partir de los parámetros obtenidos en Emcee. Esto permitirá análisis adicionales sobre el comportamiento del disco y como es la relación entre los flujos observados y los flujos modelados, en este puntose concluiria con el trabajo de grado. En este trabajo falta esta última parte, la cúal ya se encuentra en desarrollo.

#### 3. Personas Conocedoras del Tema

- Alejandro García
   Universidad de los Andes
   josegarc@uniandes.edu.co
- Benjamín Oostra Universidad de los Andes boostra@uniandes.edu.co
- Jaime Forero
   Universidad de los Andes
   je.forero@uniandes.edu.co
- Anahi Granada
   Universidad Nacional de La Plata granada@fcaglp.unlp.edu.ar
- Lydia Cidale
   Universidad Nacional de La Plata lydia@fcaglp.unlp.edu.ar
- Ronald Mennickent Universidad de Concepción Chile rmennick@astro-udec.cl

### Referencias

- J.M. Porter & T. Rivinius. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 115:812, p. 1153, (2009).
- [2] G.W. Collins, A. Slettebak & T.P. Snow. in IAU Colloq of the Pacific, 92,(1987).
- [3] R.G. Vieira, A.C. Carciofi & J.E. Bjorkman. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 454:2, p. 2107, (2015).
- [4] J.R. Percy. Highlights of Astronomy, **115**, p. 265, (1986).
- [5] U. Lee, Y. Osaki & H. Saio. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 250, p. 432, (1991).
- [6] R.G. Vieira, A.C. Carciofi, J.E. Bjorkman, T. Rivinius, D. Baade & L.R.Rímulo. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 464:3, p. 3071, (2016).
- [7] R.E. Mennickent, B. Sabogal & L. Cidale. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 121:876, p. 125, (2009).
- [8] A. Granada, M.L. Arias & & L. Cidale. The Astronomical Journal, 139:5, p. 1983, (2010).
- [9] J.S. Clark & I.A. Steele. Astronomy and Astrophysics Supplement Series, 141:1, p.65, (2000).

- [10] A.C. Carciofi & J.E. Bjorkman. The Astrophysical Journal, 639:2, p. 1081, (2006).
- [11] A.C. Carciofi & J.E. Bjorkman. The Astrophysical Journal, 684:2, p. 1374, (2008).
- [12] J. Goodman & J. Weare. Communications in applied mathematics and computational science, 5:1,p. 65, (2010).
- [13] A. Gutierrez & H. Moreno. Astrofísica General. Santiago de Chile: Ediciones de la Universidad de Chile, (1980).
- [14] P.K Kundu & I.M Cohen. Fluid Mechanics. San Diego: Academic, (2008).
- [15] C. Jaschek & M. Jaschek . The Classification of Stars. Cambridge: Cambridge University Press, (1990).
- [16] D. Briot. Astronomy and Astrophysics, 103,p. 1, (1981).
- [17] R.D. Gehrz, J.A Hackwell & J.A Jones. The Astrophysical Journal, 191,p. 675, (1974).
- [18] L.B.F.M. Waters, W.E.C.J Van der Veen, A.R Taylor, J.M Marlborough & S.M Dougherty. Astronomy and Astrophysics, **244**,p. 120, (1991).
- [19] T. Rivinius, A.C Carciofi,& C. Martayan. The Astronomy and Astrophysics Review, 21:1,p. 69, (2013).
- [20] N.I. Shakura, & R.A Sunyaev. Astronomy and Astrophysics, 24,p. 337, (1973).
- [21] P. Stee & F.X. De Araujo. Astronomy and Astrophysics, 292,p. 221, (1994).
- [22] T.A.A Sigut & C. E. Jones. The Astrophysical Journal, 668:1,p. 481, (2007).
- [23] A.C. Carciofi, A.T. Okazaki, J.B. Le Bouquin, S. Stefl, T. Rivinius, D. Baade, ... & C.A Hummel. Astronomy and Astrophysics 504:3,p. 915, (2009).
- [24] A.C. Carciofi, J.E. Bjorkman, S.A. Otero, A.T. Okazaki, S. Stefl, T. Rivinius, D. Baade, ... & X. Haubois. The Astrophysical Journal Letters. **744**:1,p. 15, (2011).

Fredy A. Orjuela L.
Estudiante

## Beatriz E. Sabogal, PhD. Vo. Bo. Directora

Leandro R. Rimulo, PhD. Vo. Bo. Codirector