

# Stima Online delle Induttanze e Controllo Adattativo di Motori a Magneti Permanenti

Luca Salviato, 1240334

**Abstract**—In questo articolo viene analizzata una tecnica di stima online delle induttanze per motori sincroni, applicandola a dei motori sincroni a magneti permanenti. La tecnica proposta è basata su un algoritmo di stima ricorsiva ai minimi quadrati. Sono stati confrontati i risultati delle stime ottenuti utilizzando due diversi motori, e si sono evidenziati i punti di forza e i punti deboli dell'algoritmo.

**Index Terms**—Controllo adattativo, stima delle induttanze, motore sincrono a magneti permanenti (PMSM), Stima ricorsiva ai minimi quadrati (RLS).

## I. INTRODUZIONE

Le tecniche di stima parametrica rivestono un ruolo importante nel mondo degli azionamenti elettrici, poiché per ottenere azionamenti ad alte prestazioni e ad alta efficienza è necessario conoscere i parametri del motore con precisione. In genere i dati di targa dei motori sono da ritenersi solamente indicativi rispetto ai valori reali dei parametri della macchina considerata, inoltre tali valori sono in generale dipendenti dalle condizioni di funzionamento, dalla temperatura, e dal tempo. Le tecniche di stima parametrica giocano un ruolo fondamentale anche per il self-commissioning degli azionamenti elettrici, tema di rilevanza sempre maggiore.

In letteratura sono presenti varie tecniche per la stima delle induttanze dei motori sincroni, ognuna basata su prove differenti. Alcune sono basate su misure offline, a motore fermo, e sfruttano la risposta in corrente del motore ad un impulso di tensione. Altre sono effettuate in condizioni di regime utilizzando sistemi di riferimento rotanti. In questi casi i risultati ottenuti vengono salvati in lookup tables, e i valori cercati sono ottenuti per interpolazione. Altre ancora sono basate sull'analisi ad elementi finiti della macchina, o sfruttano la possibilità di trascinare il motore sotto esame ad una velocità nota (prova in corto circuito). La tecnica proposta in questo articolo effettua una stima online delle induttanze del motore, presentando il vantaggio di fornire parametri sempre aggiornati in condizioni di funzionamento ordinarie.

L'algoritmo utilizzato è una stima ai minimi quadrati ricorsiva con forgetting factor, tale scelta permette di tenere conto delle variazioni delle induttanze nel tempo (ciò è di notevole interesse ad esempio nei motori soggetti a saturazione,

in cui il valore delle induttanze dipende dal punto di lavoro). Si sono valutate le condizioni necessarie alla convergenza dell'algoritmo, e come il punto di lavoro del motore ne influenzi l'accuratezza. I risultati sono stati ottenuti per motori a magneti permanenti interni (IPM), che presentano una anisotropia magnetica, tuttavia la tecnica è facilmente adattabile ad altri motori sincroni.

## II. MODELLO DELL'AZIONAMENTO

Per testare la tecnica proposta è stato utilizzato un modello simulato dei motori reali considerati, interamente implementato in Matlab/Simulink. Si è scelto di considerare le induttanze costanti, trascurando quindi la saturazione magnetica ed il cross-coupling, se le induttanze non fossero costanti sarebbe sufficiente modificare il modello magnetico del motore, mentre l'algoritmo di stima non se sarebbe influenzato. Il modello dell'azionamento è costituito da quattro blocchi principali: il motore, l'inverter trifase, i regolatori e la catena di misura.

### A. Modello del motore PMSM

Trasformando le equazioni delle tre fasi di statore attraverso la trasformazione di Park, per un motore senza neutro si ottengono le seguenti equazioni, che ne descrivono la dinamica elettrica:

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_d(i_d, i_q)}{dt} = u_d - Ri_d + \omega_{me}\lambda_q(i_d, i_q) \\ \frac{d\lambda_q(i_d, i_q)}{dt} = u_q - Ri_q - \omega_{me}\lambda_d(i_d, i_q) \end{cases} \quad (1)$$

Dove  $R$  è la resistenza di statore,  $\omega_{me}$  è la velocità meccanico-elettrica,  $\lambda_{dq}$  sono i flussi concatenati del magnete permanente,  $u_{dq}$  e  $i_{dq}$  sono rispettivamente le tensioni e correnti di asse  $d$  e di asse  $q$ . Nel caso il legame flusso corrente sia lineare e non vi sia cross coupling, le equazioni precedenti possono essere riscritte in questo modo:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d}(u_d - Ri_d + \omega_{me}L_q i_q) \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q}(u_q - Ri_q - \omega_{me}L_d i_d - \omega_{me}\lambda_{mg}) \end{cases} \quad (2)$$

Dove  $L_{dq}$  sono le induttanze di asse  $d$  e di asse  $q$ .

Parameters	Machine "A"	Machine "B"
Stator resistance, $r_s$ ( $\Omega$ )	1.55	1.45
Torque constant, $K_T$ (V.s)	0.207	0.172
$L_q$ (mH) no saturation	9.6	18
$L_d$ (mH) no saturation	5.1	6
Rotor inertia, $J$ (N.m.s <sup>2</sup> )	46.1e-6	99.6e-6
Number of poles, $P$	4	4
Rated current, $I_{max}$ (A)	5	25

Tabella 1. Datasheet motore

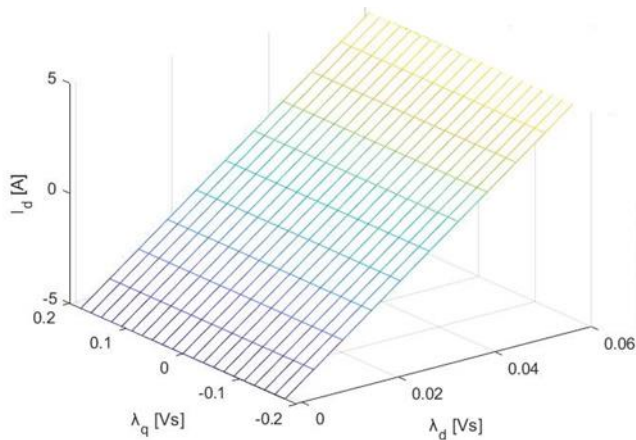


Figura 1. Relazione flussi-corrente di asse d

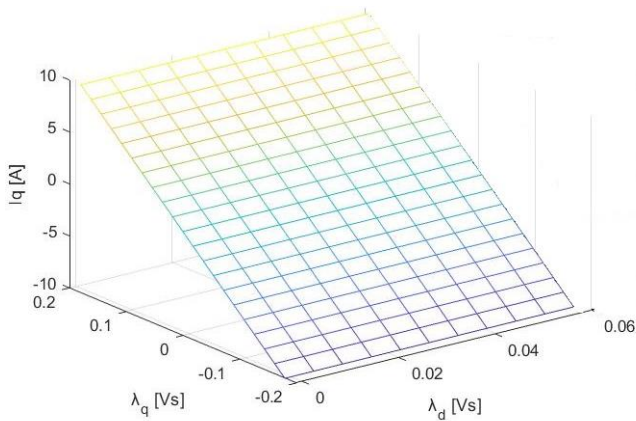


Figura 2. Relazione flussi-corrente di asse q

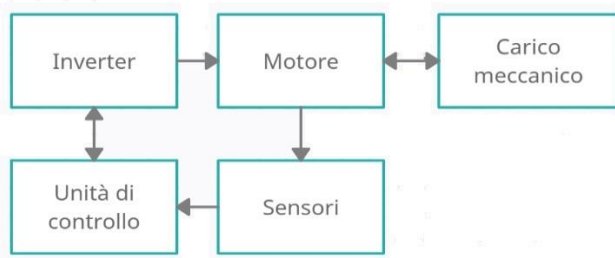


Figura 3. Schema semplificato del modello dell'azionamento

In tali equazioni il legame corrente-flusso viene quindi espresso tramite le induttanze  $L_{dq}$ .

Le grandezze elettriche sono legate alla coppia generata dal motore dall'equazione:

$$\tau = \frac{3}{2}p(\lambda_{mg}i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) \quad (3)$$

Dove  $p$  è il numero di coppie polari e  $\tau$  è la coppia prodotta. Nella (3) il primo termine è dovuto al contributo del magnete permanente e il secondo è il contributo di coppia di riluttanza, il quale dipende dalla differenza delle induttanze di statore e accresce l'efficienza del motore. Una possibile strategia per la generazione di coppia è l'approccio *maximum torque per ampere* (MTPA), che garantisce la massima produzione di coppia a parità del modulo delle correnti di statore. Le correnti che si ottengono utilizzando questa strategia sono:

$$\begin{cases} i_q = \sqrt{I^2 - i_d^2} \\ i_d = \frac{\lambda_{mg} - \sqrt{\lambda_{mg}^2 + 8(L_d - L_q)^2 I^2}}{-4(L_d - L_q)} \end{cases} \quad (4)$$

Dove  $I$  è il modulo della corrente di statore imposto. L'effetto della strategia MTPA sulle stime delle induttanze verrà analizzato in seguito.

L'equazione meccanica del motore è la seguente:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J}(\tau - \tau_L - B\omega_m) \quad (5)$$

Dove  $\omega_m$  è la velocità meccanica del motore,  $\tau_L$  è la coppia di carico applicata e  $B$  è il coefficiente di attrito viscoso.

### B. Modello dell'inverter trifase

Il modello dell'inverter trifase proposto riceve in ingresso i riferimenti di tensione, la tensione del bus in continua, le correnti di fase, e fornisce in uscita la tensione media applicata in ogni periodo di modulazione PWM. Il modello contempla la possibilità di saturazione circolare ed esagonale, e le diverse tipologie di non idealità che affliggono i dispositivi reali.

Una delle non idealità maggiori presenti in un inverter trifase è la presenza dei tempi morti, che devono essere inseriti in fase di commutazione degli switch per evitare cortocircuiti. La tensione di distorsione introdotta in questo caso vale:

$$\tilde{U}_{jn,1} = U_{bus} \frac{t_d}{T_{PWM}} \text{sign}(i_j) \quad (6)$$

Dove  $U_{jn}$  è la distorsione di tensione introdotta sulla generica fase  $j$ ,  $U_{bus}$  è la tensione del bus in continua,  $t_d$  è il tempo morto,  $T_{PWM}$  è il periodo della pulse width modulation (PWM) e  $i_j$  è la corrente di fase.

Le cadute dovute ai dispositivi (diodi e interruttori) possono essere modellizzate trascurando le cadute resistive, con tensioni di distorsione non dipendenti dal modulo delle correnti:

$$\tilde{U}_{jn,2} = -\left(\delta - \frac{1}{2}\right)(U_d - U_{sw}) + \text{sign}(i_j) \frac{U_d + U_{sw}}{2} \quad (7)$$

Dove  $\delta$  è il duty cycle,  $U_d$  è la caduta di tensione sui i diodi e  $U_{sw}$  è la caduta di tensione sugli interruttori.

Anche i tempi di accensione e spegnimento degli interruttori hanno un effetto, esso è rappresentabile nel seguente modo:

$$\tilde{U}_{jn,3} = U_{bus} \frac{t_{on} - t_{off}}{T_{PWM}} \text{sign}(i_j) \quad (7)$$

Dove  $t_{on}$  e  $t_{off}$  sono rispettivamente i tempi di accensione e di spegnimento degli interruttori. La tensione di distorsione media in un periodo di modulazione della PWM (che è stata implementata nel modello dell'inverter) è quindi esprimibile come:

$$U_{jn,tot} = \tilde{U}_{jn,2} + \tilde{U}_{jn,3} + \tilde{U}_{jn,3} \quad (8)$$

### C. Anelli di regolazione

I controllori di corrente sono stati implementati in base alla (6), che è stata ottenuta dalla (5) compensando in feedforward i termini mozionali, rendendo la dinamica di corrente indipendente dal punto di lavoro (grazie all'ipotesi di induttanze costanti). Le equazioni seguenti sono state ottenute trasformando secondo Laplace la (2).

$$\begin{cases} U_d(s) = RI_d(s) + sL_d I_d(s) - \Omega_{me}(s)L_q I_q(s) \\ U_q(s) = RI_q(s) + sL_q I_q(s) + \Omega_{me}(s)[L_d I_d(s) + \lambda_{mg}] \end{cases} \quad (5)$$

Compensando i termini moltiplicati per  $\Omega_{me}(s)$  si ottiene:

$$\begin{cases} U'_d(s) = RI_d(s) + sL_d I_d(s) \\ U'_q(s) = RI_q(s) + sL_q I_q(s) \end{cases} \quad (6)$$

Il controllori di corrente sono stati progettati imponendo un margine di fase di  $80^\circ$  e una frequenza di attraversamento di 200Hz. Si è anche implementato un controllore di velocità, imponendo frequenza di attraversamento 20Hz e margine di fase  $80^\circ$ . Tale controllore fornisce in uscita il riferimento del modulo di corrente utilizzato dall'algoritmo MTPA. Entrambi i regolatori sono stati implementati a tempo discreto utilizzando il metodo di discretizzazione di Eulero.

### D. Misure

Oltre a sintetizzare i controllori nel discreto, si è tenuto conto della quantizzazione delle misure, assicurando così una buona fedeltà del modello simulato nei confronti del motore reale. Sono presenti le misure di corrente, effettuate con un ADC a 12 bit, e la misura di posizione, effettuata con un encoder incrementale con 250 impulsi/giro. Le misure vengono acquisite alla frequenza di modulazione della PWM. La velocità

del motore è ottenuta tramite derivata filtrata del segnale di posizione fornito dall'encoder con un filtro FIR.

### III. ALGORITMO PROPOSTO

La stima delle induttanze è effettuata tramite un algoritmo di stima ai minimi quadrati ricorsivi. Questo permette di mantenere basso il costo computazionale del processo di stima, rendendolo adatto anche a controllori con capacità di calcolo limitata. La formulazione ricorsiva dell'algoritmo garantisce inoltre un utilizzo di memoria minimo. La presenza del forgetting factor permette di associare un peso maggiore all'errore di stima delle misure più recenti, rendendo adatto l'algoritmo anche nel caso le induttanze da stimare siano tempo varianti. L'algoritmo RLS è basato sulle seguenti:

$$\begin{aligned} \theta_{est(k)} &= \theta_{est(k-1)} + K_{(k)} \cdot \varepsilon_{(k)} \\ \varepsilon_{(k)} &= y_{(k)} - \varphi_{(k)}^T \cdot \theta_{est(k-1)} \\ K_{(k)} &= P_{(k-1)} \cdot \varphi_{(k)} \cdot [\lambda \cdot I + \varphi_{(k)}^T \cdot P_{(k-1)} \cdot \varphi_{(k)}]^{-1} \\ P_{(k)} &= [I - K_{(k)} \cdot \varphi_{(k)}^T] \cdot P_{(k-1)} / \lambda \end{aligned} \quad (7)$$

Dove  $y$  è il vettore delle "misure",  $\theta_{est}$  è il vettore delle stime,  $\varphi$  è la matrice di feedback,  $\lambda$  è il forgetting factor,  $I$  è la matrice identica,  $\varepsilon$  è l'errore di stima e  $K, P$  sono matrici di correzioni dei guadagni. Nel caso della stima delle induttanze gli elementi della (7) assumono la forma:

$$\begin{aligned} y &= \begin{bmatrix} V_q - R \cdot i_q - \omega_{me} \cdot \lambda_{mg} \\ V_d - R \cdot i_d \end{bmatrix} \\ \varphi^T &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_{me} \cdot i_d \\ -\omega_{me} \cdot i_q & 0 \end{bmatrix} \\ \theta &= \begin{bmatrix} L_q \\ L_d \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

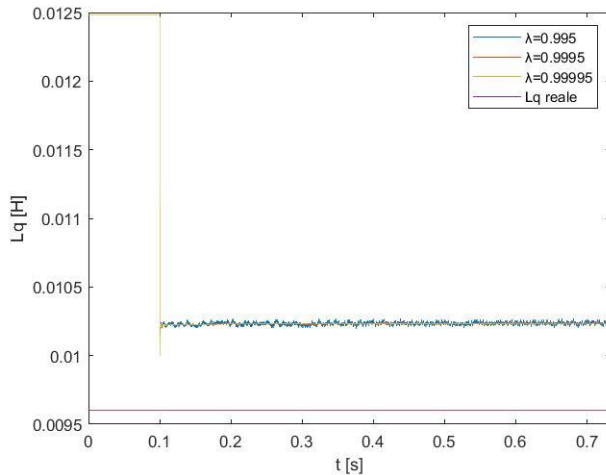
Si noti come in questa formulazione siano stati trascurati i termini relativi alle derivate rispetto al tempo delle correnti di asse  $d$  e di asse  $q$ .

L'algoritmo di stima viene eseguito alla frequenza di campionamento della PWM, ovvero 20KHz.

### IV. RISULTATI SPERIMENTALI

Le simulazioni sono state effettuate utilizzando i modelli Matlab/Simulink dei motori i cui datasheet sono riportati in tabella 1. L'analisi in simulazione dei motori proposti porta con sé alcuni vantaggi rispetto all'effettuare le prove sperimentali sui motori reali, tra cui si ricordano: i costi molto bassi (o nulli), la possibilità di effettuare simulazioni in parallelo e di aumentarne la velocità di esecuzione, la padronanza/conoscenza completa del modello utilizzato e dei suoi parametri. In simulazione è quindi possibile analizzare singolarmente l'effetto delle non idealità che affliggono il sistema reale, e verificare quale sia la strategia migliore per la compensazione di ciascuna di queste.

Nei paragrafi successivi si è proceduto quindi ad analizzare gli effetti delle singole non idealità e delle condizioni di funzionamento dei motori sull'algoritmo proposto, fornendo

Figura 4. Stima dell'induttanza di asse q al variare di  $\lambda$ 

indicazioni utili nel caso si voglia implementare tale algoritmo su un motore reale. Nelle prove successive sono state inizialmente “disattivate” le non idealità dell’inverter, lavorando quindi sotto l’ipotesi di una compensazione perfetta di quest’ultime (dove non indicato diversamente).

#### A. Scelta del forgetting factor

Inizialmente, per valutare il funzionamento dell’algoritmo si sono effettuate alcune prove portando il motore “A” ad una velocità di 100 rad/s e sottoponendolo ad un carico pari al 10% della coppia nominale.

L’algoritmo di stima deve essere inizializzato fornendo i valori delle stime a priori  $\theta_{est(k-1)}$  (ovvero delle induttanze) e della matrice  $P_{(k-1)}$ . Si è supposto che il valore iniziale delle induttanze sia noto con un errore del 30%, sovrastimando quindi il valore reale. La matrice  $P_{(k-1)}$  scelta è diagonale con elementi molto grandi, questo equivale ad attribuire una grande incertezza ai valori iniziali delle stime. In figura 4 e figura 5 l’algoritmo di stima delle induttanze è stato avviato al tempo  $t=0.1s$ , evitando in questo modo di fornire all’algoritmo tensioni e correnti in ingresso velocemente variabili nel tempo. Queste potrebbero infatti comprometterne le prestazioni durante il transitorio, come si vedrà in seguito.

L’andamento delle stime dell’induttanza di asse q presenta un tempo di assestamento estremamente piccolo, pressoché indipendente dal valore del forgetting factor. La stima dell’induttanza di asse d invece ne è affetta in modo più incisivo. Al crescere di  $\lambda$  si passa da una stima molto rumorosa a una stima con una varianza più contenuta. Scegliendo un valore di  $\lambda$  maggiore si ha quindi un effetto filtrante maggiore, analogo a quello di un filtro passa basso. Maggiore è l’effetto filtrante maggiori sono ovviamente i tempi di assestamento delle stime. Il valore di  $\lambda$  ha quindi un effetto sulla varianza e sulla velocità di convergenza della stima, ma non sulla sua accuratezza. La stima dell’induttanza di asse q presenta un errore del 4,2% rispetto al valore reale, mentre la stima di asse d presenta un errore molto maggiore, pari al 17,6%. La ragione di questa differenza è che il termine l’induttanza di asse d è legata al termine  $\omega_{me} \cdot i_d$ , il quale è piccolo e altamente rumoroso a causa della quantizzazione della misura di velocità

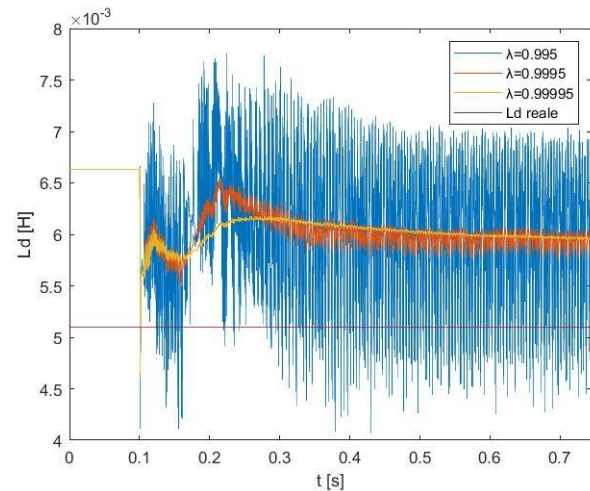
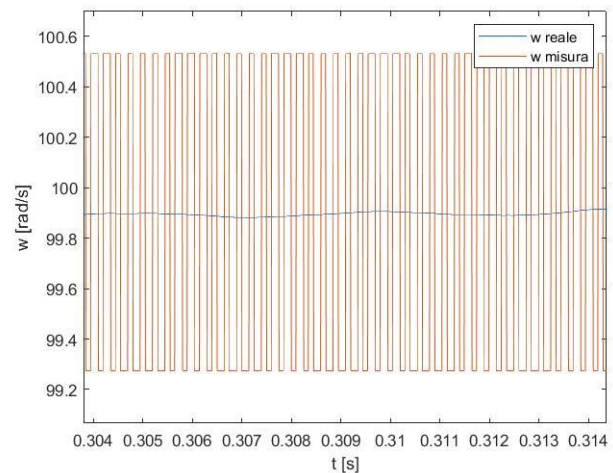
Figura 5. Stima dell'induttanza di asse d al variare di  $\lambda$ 

Figura 6. Velocità reale e “misurata” del motore

e del rumore di misura della corrente di asse d, che presenta un basso signal to noise ratio. Questo aspetto sarà approfondito in seguito. Alla luce dei risultati ottenuti, per le prove successive si è scelto di utilizzare un valore di  $\lambda$  pari a 0,9995.

#### B. Effetto del carico e delle correnti

Per valutare l’effetto delle condizioni di funzionamento del motore sull’accuratezza delle stime si è fatta variare la coppia di carico dal 0% al 40% della coppia nominale, portando il motore “A” a 60 rad/s sfruttando il regolatore di velocità. Si ricorda che il regolatore di velocità controlla il modulo del vettore spaziale della corrente di statore, il quale viene fornito in input all’algoritmo MTPA, che fornisce a sua volta in uscita i riferimenti per le correnti di asse d e q. In figura 7 e 8 si nota una notevole differenza tra il caso con coppia di carico nulla e gli altri due casi. La stima dell’induttanza di asse q con coppia di carico nulla presenta un errore maggiore del 50% mentre la stima dell’induttanza di asse d mostra un comportamento instabile, raggiungendo valori superiori di un ordine di grandezza rispetto al valore reale. La natura del

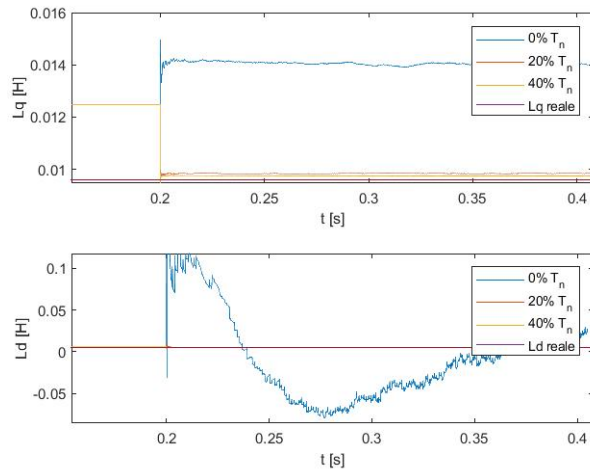


Figura 7. Induttanze stimate al variare del carico

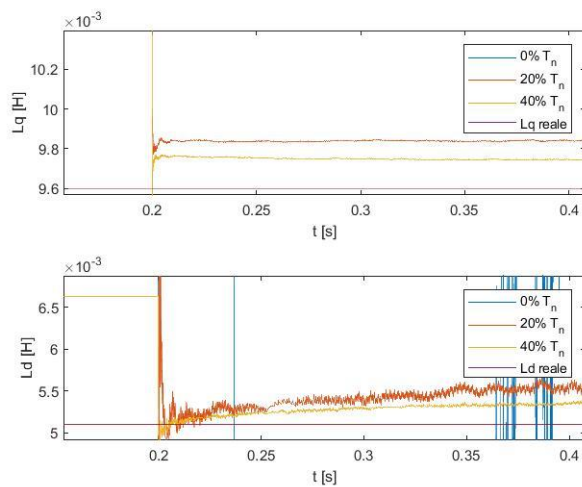


Figura 8. Induttanze stimate al variare del carico: zoom

fenomeno è giustificabile osservando l'andamento delle correnti riportato in figura 9. Le correnti, dopo un transitorio iniziale dovuto alla fase di accelerazione del motore per portarsi alla velocità del riferimento, si assestano a valori quasi nulli. Questo perché l'unico contributo di coppia necessario per mantenere la velocità costante è quello volto a vincere la coppia di attrito viscoso, che rimane a valori contenuti. L'effetto di piccole correnti combinato con il rumore che ne affligge la misura (incluso il rumore di quantizzazione) ha un effetto particolarmente deleterio per l'accuratezza delle stime. Queste infatti comportano elementi della matrice  $\varphi_{(k)}$  molto piccoli, che si traducono in una incertezza elevata delle stime, in base alle (7). L'effetto di un riferimento di corrente piccolo in modulo è particolarmente critico per la stima dell'induttanza di asse d. L'angolo che la curva MTPA forma con l'asse d vale:

$$\beta = \sin^{-1} \left( \frac{-\lambda_{mg} + \sqrt{\lambda_{mg}^2 + 8 \cdot (L_q - L_d) \cdot I^2}}{4 \cdot (L_q - L_d) \cdot I} \right) \quad (9)$$

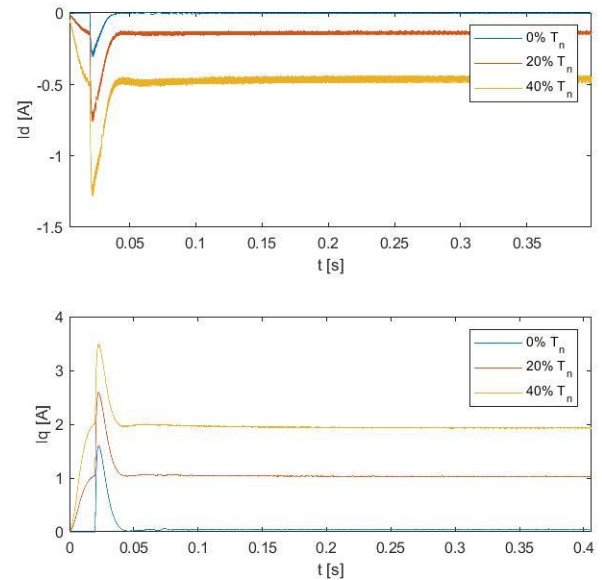


Figura 9. Correnti di asse d e di asse q al variare della coppia di carico, con controllo di velocità

Che per moduli di riferimento  $I$  piccoli tende a 0. Quindi nel caso il modulo di riferimento di corrente fornito all'algoritmo MTPA sia piccolo, la richiesta di coppia viene soddisfatta quasi esclusivamente grazie alla corrente di asse q, rendendo impossibile una stima accurata dell'induttanza di asse d. L'errore di stima con coppia di carico superiore al 20% della coppia nominale è inferiore al 2% per  $L_q$  e al 6% per  $L_d$ . Effettuando la stessa prova con il motore "B" si ottengono errori del 0.27% e del 2,6% rispettivamente per  $L_q$  e  $L_d$ . La ragione della differenza negli errori di stima sta nel rapporto  $L_d/L_q$ , che per il motore "A" vale 1.88 mentre vale 3 per il motore "B". Il motore "B" sfrutta quindi maggiormente il contributo di coppia di riluttanza garantendo correnti di asse d maggiori.

### C. Compensazione delle non idealità dell'inverter

Fino ad ora si è supposta una compensazione perfetta delle non idealità dell'inverter, tuttavia spesso la compensazione realmente effettuabile è solo parziale o presenta comunque delle imperfezioni. In figura 10 si può vedere un confronto tra le tensioni dq di riferimento e quelle reali e distorte a causa delle non idealità dell'inverter. Le non idealità comportano delle cadute di tensione che riducono la tensione realmente applicata alle fasi del motore, ciò si traduce in un vettore spaziale di tensione di modulo minore di quello del riferimento e con fase leggermente distorta. La tensione di distorsione diventa un problema perché introduce delle incongruenze nel modello dello stimatore, in quanto la stima viene prodotta considerando le tensioni di riferimento e non quelle realmente applicate al motore (ovvero gli ingressi dello stimatore non corrispondono agli ingressi reali). Le stime ottenute in queste condizioni di funzionamento per il "motore A" sono riportate in figura 11. La scelta di un forgetting factor non troppo elevato permette di contenere il rumore sovrapposto alle stime, è tuttavia presente



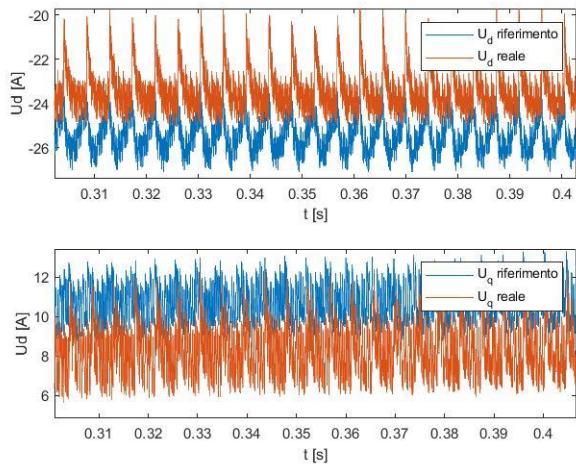


Figura 10. Confronto tensioni di riferimento e in uscita all'inverter

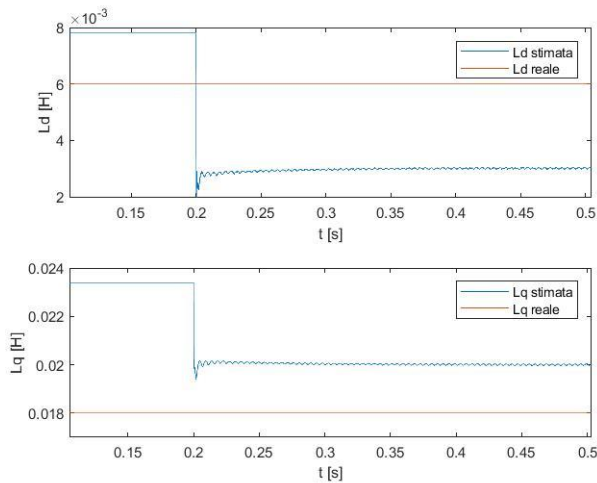


Figura 11. Stima delle induttanze con non idealità dell'inverter

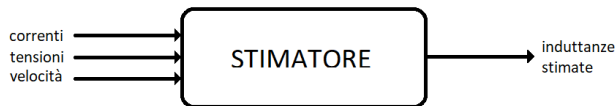


Figura 12. Schema black box dello stimatore delle induttanze

un errore del 10% sulla stima di  $L_q$  e del 50% sulla stima di  $L_d$ , errore che rende le stime ottenute inutilizzabili nel progetto di un controllore adattivo.

È importante sottolineare come il funzionamento dello stimatore non sia direttamente affetto dalle non idealità dell'inverter. Lo stimatore può essere pensato infatti come in figura 12: esso riceve in ingresso correnti, tensioni applicate e velocità del motore e fornisce in uscita le stime delle induttanze. L'unica condizione per ottenere una stima corretta è che gli ingressi forniti corrispondano alle grandezze reali del motore. La tensione in uscita all'inverter generalmente non viene misurata (è una tensione "discontinua" a causa della PWM), pertanto all'algoritmo di stima vengono forniti i riferimenti delle tensioni da applicare al motore. Questi riferimenti si discostano dai valori realmente applicati a causa delle cadute di tensione dovute alle non idealità dell'inverter. Per risolvere il problema della non convergenza delle stime ai valori corretti

$\lambda_{mg}\%$	-20%	-10%	0%	10%	20%
$L_{q\_stim}[mH]$	18,08	18,08	18,08	18,08	18,08
$L_q\ err\%$	0,44%	0,44%	0,44%	0,44%	0,44%
$L_{d\_stim}[mH]$	4,41	5,29	6,16	7,03	7,90
$L_d\ err\%$	-26,47%	-11,92%	2,63%	17,17%	31,72%

Tabella 2. Stime ed errori delle induttanze in caso di errore del flusso concatenato del magnete permanente-Motore "B"

$R_{err}\%$	-20%	-10%	0%	10%	20%
$L_{q\_stim}[mH]$	19,04	18,53	18,08	17,61	17,13
$L_q\ err\%$	5,78%	2,94%	0,44%	-2,17%	-4,83%
$L_{d\_stim}[mH]$	4,51	5,38	6,16	7,00	7,82
$L_d\ err\%$	-24,92%	-10,35%	2,63%	16,62%	30,28%

Tabella 3. Stime ed errori delle induttanze in caso di errore nella resistenza di statore-Motore "B"

bisognerebbe quindi identificare le tensioni di distorsione, e fornire allo stimatore la stima delle tensioni realmente applicate al motore, non i riferimenti di tensione "a monte" dell'inverter. Questo aspetto è particolarmente importante perché evidenzia come il problema riscontrato nella stima non sia la mancata compensazione delle non idealità in sé, ma la non conoscenza delle tensioni reali applicate al motore.

#### D. Effetto di errori sulla conoscenza della resistenza e del flusso del magnete permanente

La tecnica utilizzata per la stima delle induttanze necessita della conoscenza della resistenza di statore  $R$  e del flusso concatenato con lo statore del magnete permanente  $\lambda_{mg}$ , parametri che compaiono nel termine  $y$  della (8). Sia la resistenza di statore che il flusso del magnete permanente presentano una dipendenza dalla temperatura, essi possono inoltre subire una certa deriva nel tempo. È naturale chiedersi quale effetto possano avere queste variazioni sulla stima delle induttanze. In tabella 2 si può vedere come la stima di  $L_q$  non sia influenzata da errori nel valore del flusso del magnete permanente, mentre vi sia una forte dipendenza di  $L_d$  da quest'ultima. La ragione per la quale ciò accade può essere compresa analizzando la (10), che è stata ottenuta dalla (2) supponendo le correnti  $i_q$  e  $i_d$  costanti. L'induttanza  $L_q$  compare infatti solamente nella prima equazione, dove il flusso del magnete permanente non è presente.

$$\begin{cases} u_d - Ri_d + \omega_{me} L_q i_q = 0 \\ u_q - Ri_q - \omega_{me} L_d i_d - \omega_{me} \lambda_{mg} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Entrambe le stime sono invece affette dagli errori sulla conoscenza della resistenza di statore (tabella 3). Come nei casi precedenti l'induttanza che presenta errori di stima maggiori è quella di asse d.

Nell'ottica di effettuare una stima online delle induttanze del motore, alla luce delle prove effettuate sarebbe pertanto consigliabile stimare in tempo reale anche la resistenza e il

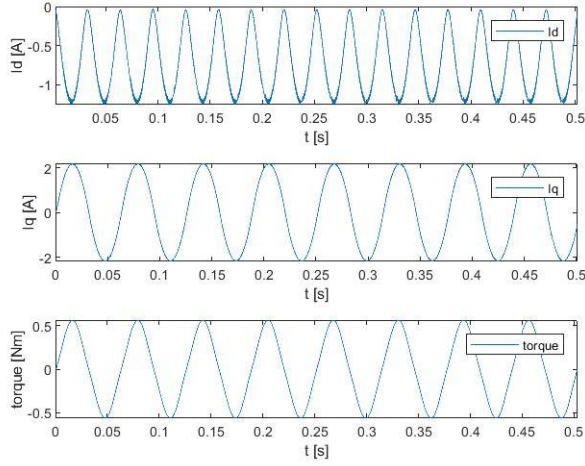


Figura 13. Correnti e coppia del motore con riferimento sinusoidale di coppia

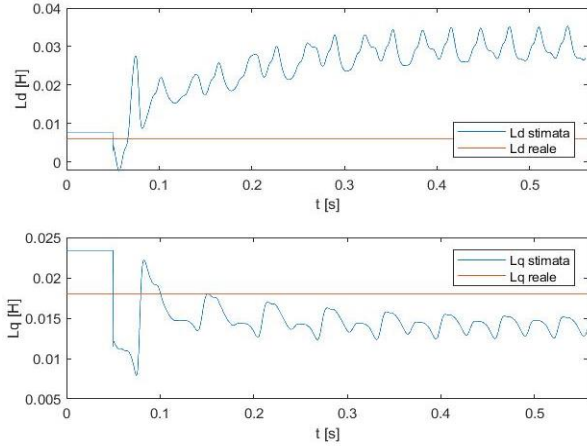


Figura 14. Stime delle induttanze con riferimento sinusoidale di coppia

flusso del magnete permanente, in quanto errori in questi parametri si riflettono direttamente sulle stime.

#### E. Stabilità e convergenza in transitorio

L'algoritmo proposto si basa sulla validità delle (10), tuttavia l'ipotesi di correnti lentamente variabili potrebbe non essere sempre verificata. Per valutare l'effetto di correnti velocemente variabili si è fornito al motore un riferimento sinusoidale di coppia alla frequenza di 16Hz, come riportato in figura 13. Non essendo più valide le equazioni del modello dello stimatore le stime presentano un carattere oscillatorio e si assestano a valori errati.

Nel caso si vogliano quindi inseguire riferimenti particolari (a jerk non nullo) potrebbero verificarsi errori di stima non trascurabili. Le leggi di moto della maggior parte dei casi applicativi, come nel caso delle macchine automatiche, sono spesso caratterizzate dalla presenza di fasi ad accelerazione costante (es. legge di moto trapezoidale in velocità). In tali fasi si avranno quindi correnti costanti, che rendono valide le equazioni (10). La rapidità di convergenza delle stime in condizioni stazionarie permette quindi di "attivare" l'algoritmo solamente nelle fasi ad accelerazione costante, ottenendo comunque stime accurate.

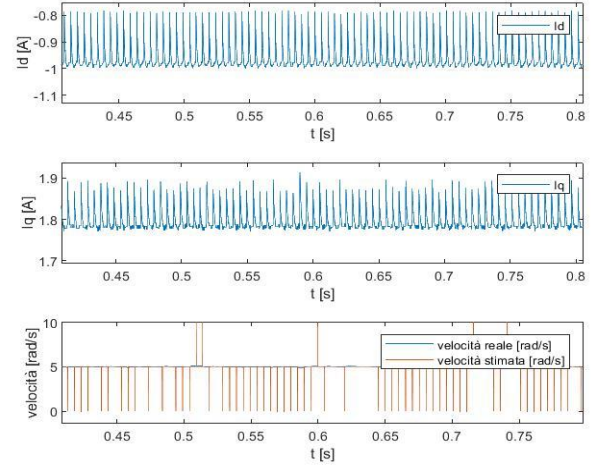


Figura 15. Correnti e velocità del motore con riferimento di velocità 5rad/s,  $n_{pulses\_enc} = 250$

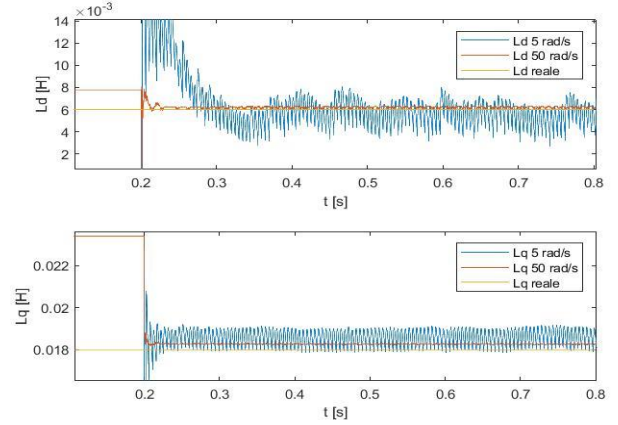


Figura 16. Stime al variare della velocità a regime,  $n_{pulses\_enc} = 250$

#### F. Effetto della velocità del motore e della risoluzione dell'encoder

Dalle (8) è evidente come la "misura" della velocità del motore sia giochi un ruolo fondamentale nell'algoritmo di stima delle induttanze. La velocità del motore è ottenuta derivando nel discreto il segnale di posizione del motore fornito dall'encoder con un filtro FIR passa alto della seguente forma:

$$W(z) = \frac{1 - z^{-n_{tabs}}}{n_{tabs} \cdot T_{sample}} \quad (11)$$

Dove  $T_{sample} = T_{pwm}$  è il periodo di campionamento e  $n_{tabs}$  indica la distanza, in numero di campioni, tra le misure di posizione utilizzate per il calcolo della velocità. La combinazione della quantizzazione della misura dell'encoder e della derivata a tempo discreto comportano un andamento discontinuo della velocità "misurata". In particolare si ha che la minima variazione di velocità rilevabile vale:

$$\omega_{m\_min,rilev} = \frac{(2\pi/n_{pulses})}{n_{tabs} \cdot T_{sample}} \quad (12)$$

L'effetto di questa quantizzazione si ripercuote anche sull'andamento delle correnti, infatti per la compensazione in feedforward della fem è utilizzata la misura della velocità.

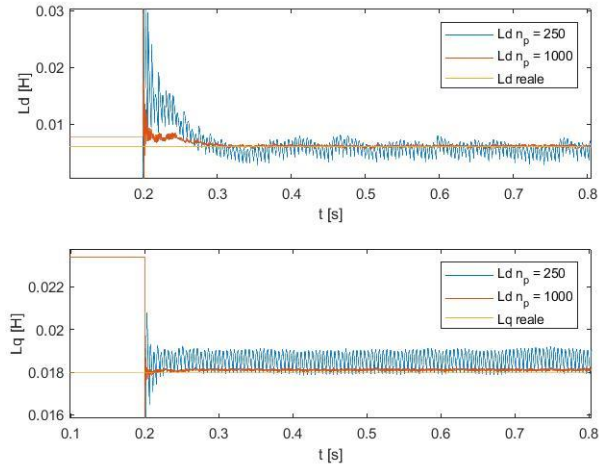


Figura 17. Stime al variare della risoluzione dell'encoder, velocità 5rad/s

Gli effetti della quantizzazione su tali grandezze sono visibili in figura 15.

Utilizzando un encoder con  $n_{pulses}$  pari a 250 si ottiene una velocità minima rilevabile  $\omega_{min,rilev}$  di 5.02 rad/s. I disturbi sulle stime introdotti dalla quantizzazione della velocità sono infatti maggiori al diminuire della velocità, poiché in tali condizioni il rapporto  $\omega_{min,rilev} / \omega_{reale}$  è maggiore (figura 16). Le stime delle induttanze si presentano molto più rumorose a basse velocità, ma il loro valore medio non si discosta molto dal valore reale. Si può infatti pensare (in modo non rigoroso) che nonostante la quantizzazione l'errore di velocità sia approssimativamente a media nulla, e che questo comporti un errore a media nulla anche sulle stime.

Sfruttando un encoder con più impulsi si riduce l'errore di quantizzazione della velocità, che nel caso di figura 17, con  $n_{pulses}$  pari a 1000 diminuisce di un fattore quattro rispetto al caso precedente, comportando stime accurate e poco rumorose anche a basse velocità.

Dei metodi alternativi per ovviare al problema della rumorosità delle stime a bassa velocità potrebbero essere quello di filtrare con un filtro passa basso le stime ottenute, quello di aumentare il forgetting factor (rallentando la convergenza dell'algoritmo), o di utilizzare il riferimento di velocità al posto della velocità misurata (metodo valido se si insegue effettivamente il riferimento).

## V. CONCLUSIONI

Le migliori stime ottenute con l'algoritmo proposto presentano un errore del 1.5% e del 6% rispettivamente per  $L_q$  e  $L_d$  nel caso del "motore A", e del 0.1% e 5% nel caso del "motore B". La tecnica di stima si conferma dunque valida, sebbene presenti una accuratezza minore nel caso della stima dell'induttanza di asse d. Le induttanze fornite dall'algoritmo sono le cosiddette induttanze apparenti, esprimono cioè la costante di proporzionalità tra correnti e flussi. Nel caso di motori che presentino saturazione si potranno ricavare le induttanze differenziali memorizzando le induttanze apparenti del motore nelle diverse condizioni di funzionamento, e

derivandole numericamente rispetto alle correnti. Anche in questo caso sarà importante utilizzare l'algoritmo in condizioni stazionarie. Oltre a migliorare le prestazioni del motore, la conoscenza delle induttanze garantisce un corretto progetto dei regolatori di corrente. Tale aspetto è fondamentale nei motori caratterizzati da una forte saturazione a elevate correnti (es. motori a riluttanza), dove valori scorretti delle induttanze possono portare all'instabilità del loop di controllo. Per ottenere una stima ottimale delle induttanze sarebbe opportuno combinare la tecnica proposta con una stima online degli altri parametri elettrici del motore, ovvero flusso del magnete permanente e resistenza di statore.