

Lista 1: Probabilidade e variáveis aleatórias

Leo Bastos

Lista de exercícios da disciplina MD21 - Introdução à Estatística.

1. Lançaremos uma moeda honesta até obtermos exatamente duas coroas.
 - a. Descreva o espaço amostral.
 - b. Qual a probabilidade de que sejam necessários exatamente k lançamentos?
2. Suponha que 20% dos proprietários de computador usam computadores da Apple (ex. Macbook), 70% usam computadores da Microsoft e 10% usam diferentes variações do Linux. Suponha também que 65% dos usuários Mac já foram infectados por um vírus de computador, 85% dos usuários de windows e 20% dos usuários Linux já pegaram vírus.
 - a. Qual a probabilidade de selecionarmos um proprietário de computador que já teve o computador infectado por um vírus?
 - b. Dado que ela já teve o computador infectado, qual a probabilidade dela ser um usuário Windows?
3. Seja a seguinte função de densidade e probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} cx^2 & -1 < x < 1, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

onde c é uma constante.

- a. Encontre c .
 - b. Encontre a função de probabilidade acumulada de X , $F_X(x)$.
 - c. Encontre a função quantil e calcule a mediana de X .
4. Mostre que

$$f_X(x) = \theta(1 - \theta)^{x-1}, \quad \theta \in (0, 1), x = 1, 2, 3, \dots$$

é uma função de probabilidade.

5. Seja X uma variável aleatória função de densidade dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}} & x \geq 1, \\ 0 & x < 1. \end{cases}$$

Encontre a distribuição de $Y = \log(X)$.

6. Sejam X e Y duas variáveis aleatórias independentes com distribuição uniforme no intervalo $(0, a)$. Encontre $f_Z(z)$ quando

- a. $Z = X + Y$
- b. $Z = XY$
- c. $Z = \max(X, Y)$

7. Suponha que $X|Y \sim \text{Poisson}(Y)$ e $Y \sim \text{Gamma}(a, b)$.

- a. Encontre a distribuição marginal de X , $f_X(x)$
- b. Encontre a distribuição condicional de $Y|X$, $f_{Y|X}(y|x)$