

Exercício aula 7

Esse exercício será atualizado. (Ele exigia recursos além da disciplina e vai ser revisto e atualizado)

1. Mostre que se $Z \sim N(0, 1)$, $V \sim \chi^2_\nu$ e $X \perp V$ (X é independente de Y) então

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V/\nu}} \sim t_\nu$$

2. Mostre que se X_1, X_2, \dots, X_n tem distribuição normal com média μ e variância σ^2 então

$$T_n = \frac{(\bar{X}_n - \mu)}{S_n/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

onde $\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n X_i/n$ e

$$S_n^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2 / (n - 1).$$

Etapas:

- **Defina** $Z_n = \frac{(\bar{X}_n - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}}$, **mostre que** $Z_n \sim N(0, 1)$

- **Defina** $V_n = \frac{S_n^2}{\sigma^2}$, **mostre que** $V_n \sim \chi_{n-1}^2$

- **Assuma que** Z_n e V_n e **aplique o resultado do exercício 1.** (Extra, **mostre de** Z e V **são independentes**)