

## Exercício aula 7

1. Mostre que se  $Z \sim N(0, 1)$ ,  $V \sim \chi_\nu^2$  e  $X \perp V$  ( $X$  é independente de  $Y$ ) então

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V/\nu}} \sim t_\nu$$

2. Mostre que se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  tem distribuição normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  então

$$T_n = \frac{(\bar{X}_n - \mu)}{S_n/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

onde  $\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n X_i/n$  e  $S_n^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2/(n-1)$ .

Etapas:

- Defina  $Z = \frac{(\bar{X}_n - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}}$ , mostre que  $Z \sim N(0, 1)$
- Defina  $V = \frac{S_n^2}{\sigma^2}$ , mostre que  $V \sim \chi_{n-1}^2$
- Assuma que  $Z_n$  e  $V_n$  e aplique o resultado do exercício 1. (Extra, mostre de  $Z$  e  $V$  são independentes)