

Exercício aula 7

Mostre que se X_1, X_2, \dots, X_n são variáveis aleatórias normalmente distribuídas com média μ e variância $\sigma^2 < \infty$ então

$$T_n = \frac{\bar{X}_n - \mu}{S_n/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

onde $\bar{X}_n = \sum_i X_i/n$ e $S_n^2 = \sum_i (X_i - \bar{X}_n)^2/(n-1)$.

- Passo 1: Reescreva $T_n = Z_n/\sqrt{V/(n-1)}$, onde $Z_n = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ e $V/(n-1) = S_n^2/\sigma^2$
- Passo 2: Encontre a distribuição de Z_n e de V
- Passo 3: Mostre que a distribuição da razão $Z_n/\sqrt{V/(n-1)}$ é t_{n-1}

A demonstração parcial desse resultado se encontra no capítulo 6 do Rice, um ponto importante é a independência entre Z_n e V , que não é algo intuitivo pois implica que \bar{X}_2 é independente de S_n^2 .