

원주각의 성질

#1 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 ()배이다.

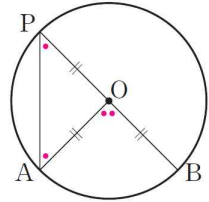
원주각 $\angle APB$ 와 원의 중심 O 의 위치 관계는 점 P 의 위치에 따라 다음과 같이 세 가지 경우로 나눌 수 있다.

① $\angle APB$ 의 한 변 위에 중심 O 가 있는 경우

오른쪽 그림에서 $\triangle OPA$ 는 () = () 인 이등변삼각형 이므로

$\angle OPA = \square$ 이고, \square 는 $\triangle OPA$ 의 한 외각이므로

$\angle AOB = \angle OPA + \angle OAP = () \angle APB$ 이다. 즉, \square 이다.

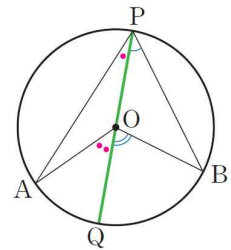


② $\angle APB$ 의 내부에 중심 O 가 있는 경우

오른쪽 그림과 같이 지름 PQ를 그으면 ①에 의하여

$\angle APQ = \square$, $\angle BPQ = \square$ 이므로

$\angle APB = \angle APQ + \angle BPQ = \square(\angle AOQ + \angle BOQ) = \square$ 이다.

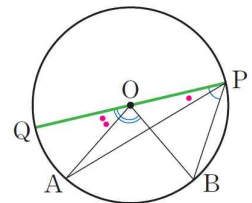


③ $\angle APB$ 의 외부에 중심 O 가 있는 경우

오른쪽 그림과 같이 지름 PQ를 그으면 ①에 의하여

$\angle QPB = \frac{1}{2} \square$, $\square = \frac{1}{2} \angle QOA$ 이므로

$\angle APB = \angle QPB - \angle QPA = \square(\angle QOB - \angle QOA) = \square$ 이다.



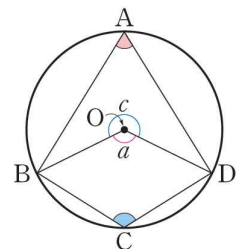
한편, 한 호에 대한 원주각은 무수히 많지만, 그 호에 대한 중심각은 하나이므로 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 ().

#2 원에 내접하는 사각형

오른쪽 그림과 같이 원 O 에 내접하는 사각형 $ABCD$ 에서 호 BCD , 호 BAD 에 대한 중심각을 각각 $\angle a$, $\angle c$ 라고 하면 원주각과 중심각 사이의 관계에 의하여

$\angle A = \square \angle a$, $\angle C = \square \angle c$ 이다. 이때 $\angle a + \angle c = \square$ 이므로

$\angle A + \angle C = \square(\angle a + \angle c) = \square$ 이다. 마찬가지로 $\angle B + \angle D = \square$.



또, 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 ()이면 이 사각형은 원에 내접한다.

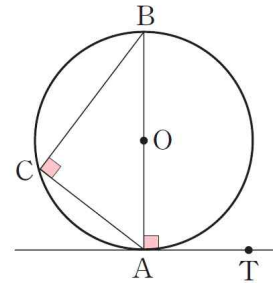
#3 현과 접선이 이루는 각

❶ $\angle BAT$ 가 직각인 경우

오른쪽 그림과 같이 $\angle BAT = 90^\circ$ 일 때, 현 AB는 원 O의 지름이다.

이때 $\angle BCA$ 는 반원에 대한 원주각이므로 $\angle BCA = \square$ 이다.

따라서 $\angle BAT = \square$ 이다.



❷ $\angle BAT$ 가 예각인 경우

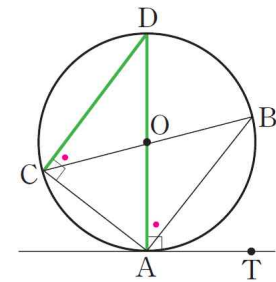
오른쪽 그림과 같이 지름 AD와 선분 CD를 그으면

$\angle DAT = \angle DCA = \square$ 이고,

$\angle BAD$ 와 \square 는 \widehat{BD} 에 대한 ()이므로

\square 이다. 따라서

$$\begin{aligned} \angle BAT &= \angle DAT - \square \\ &= \angle DCA - \square = \square \text{이다.} \end{aligned}$$



❸ $\angle BAT$ 가 둔각인 경우

오른쪽 그림과 같이 지름 AD와 선분 CD를 그으면

$\angle DAT = \angle DCA = \square$ 이고,

$\angle BAD$ 와 $\angle BCD$ 는 \widehat{BD} 에 대한 ()이므로

\square 이다. 따라서

$$\begin{aligned} \angle BAT &= \angle DAT + \angle BAD \\ &= \angle DCA + \square = \square \text{이다.} \end{aligned}$$

