

# Identificação de Sistemas Lineares com RNA

Lucas S Schiavini  
lucaschiavini@hotmail.com

**Resumo**—O trabalho consiste em aprender a identificar uma função de transferência IIR(Infinite Impulse Response) de segunda ordem variante no tempo utilizando uma rede ADALINE.

## I. OBJETIVOS

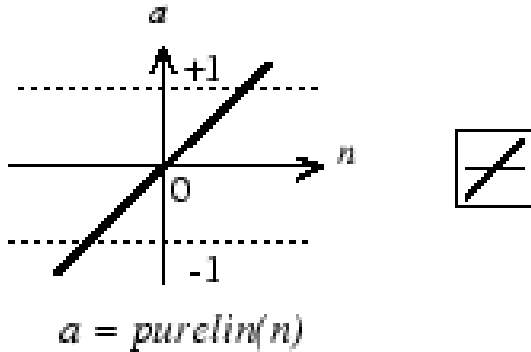
O objetivo do projeto é aproximar uma função de transferência IIR de segunda ordem variante no tempo por um filtro FIR(Finite Impulse Response), variando taxa de aprendizagem de forma a impedir que o sistema fique instável.

## II. INTRODUÇÃO TEÓRICA

Redes neurais surgiram para solução de problemas de classificação e regressão linear. Uma forma de ser estruturada utilizava o conceito do perceptron, com função de transferência com limiar de resposta positivo e negativo. Dessa forma, filtrava valores que estavam acima ou abaixo do limiar e setava o valor 0(eliminando o sinal) ou 1(repetindo o sinal).

De forma similar ao perceptron, existe uma outra forma de utilizar elementos numa rede neural. Uma estrutura de rede com uma função de transferência linear chamado Adaptive Linear Neuron ou ADALINE.

### A. ADALINE



## Linear Transfer Function

Fig. 1. Adaline: Função de Transferência

Adaline funciona com função de transferência, permitindo perceber o quão correto está sua previsão. Dessa forma os valores dessa rede são estocásticos.

A arquitetura de uma rede ADALINE segue com uma camada com S neurônios conectados a R entradas com uma matriz de pesos W.

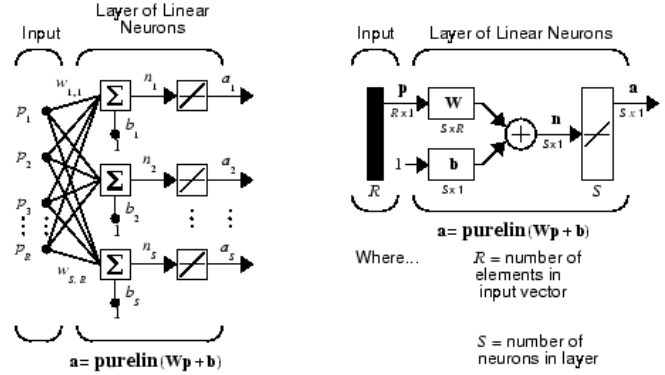


Fig. 2. Adaline: Arquitetura

Numa rede simples Adaline é possível identificar propriedades de forma menos custosa:

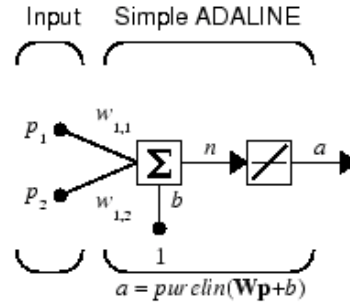


Fig. 3. Adaline: Com 2 Entradas e um neurônio

Dessa forma pode-se ver que a saída da rede é de

$$\alpha = \text{purelin}(n) = \text{purelin}(Wp + b) = Wp + b$$

$$\alpha = w_{1,1}p_1 + w_{1,2}p_2 + b$$

Assim, é possível ver que a forma como a rede retorna o valor passado para a mesma impede que consiga simular comportamentos não lineares.

Temos então a região de decisão da rede:

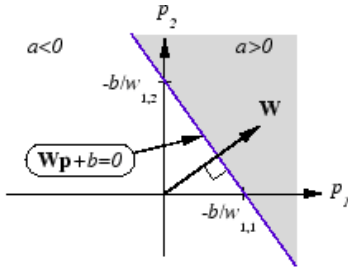


Fig. 4. Adaline: Região de Decisão

Observando a forma da região, essa rede ADALINE pode classificar objetos em 2 categorias. Dessa forma, nem ADALINE nem o Perceptron são capazes de simular uma função não linear.

### B. Regra Widrow-Hoff

O algoritmo de Widrow-Hoff segue a regra de menor erro quadrático. Dessa forma, a partir da aplicação de Widrow-Hoff, os pesos e os vies são ajustados.

A regra de Widrow-Hoff segue:

$$w_{ij} = w_{ij} + \frac{\mu \epsilon_j x_{ij}}{\sum x_k^2}$$

### C. FIR e IIR

De forma a lidar com sinais, é possível utilizar filtros para melhorar a qualidade do dado final que vai ser utilizado para medição, teste ou aplicação.

Dessa forma, existem filtros FIR e IIR. Filtros FIR são filtros de resposta finita ao impulso, isso significa que o filtro não é recursivo e que com um período na ordem de grandeza do filtro a resposta deve ser nula. Já filtros IIR são filtros recursivos e de resposta tendendo a zero num tempo infinito.

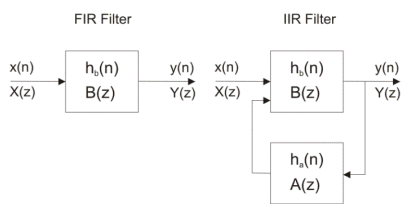


Fig. 5. Filtro FIR e IIR

## III. DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL

O experimento consistiu em adaptar parâmetros de uma rede neural ADALINE de forma a aproximar um sinal IIR por um filtro FIR.

Os parâmetros alterados foram:

- delays: Ordem do sistema FIR
- $\mu$ : Taxa de aprendizado
- band: Banda de Nyquist, 0.01 ou 0.05

Para o treinamento foi utilizado um trecho do sinal gerado pela banda de Nyquist, os dados de 0 a 800. Em seguida é comparado com o sinal de 800 a 1200.

Há também o treinamento de uma rede com todos os sinais, demonstrada com a cor vermelha, é usada como parâmetro para verificar o quão bom o treinamento com menos dados pode ficar. É um limite que não é superado durante o treinamento com menos dados.

Há ainda o sinal em azul, que representa o sinal da função de transferência contínua:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

Esse sinal muda em  $t = 80s$ . Assim a nova função de transferência a partir desse ponto é da forma:

$$G(s) = \frac{3}{s^2 + 2s + 1}$$

## IV. RESULTADOS

Os resultados foram compilados em gráficos com as devidas identificações na própria legenda do gráfico.

Os primeiros parâmetros a serem alterados foi a ordem do sistema FIR. Começando pela banda de Nyquist de 0.01, temos:

Fig. 6. Ordem 2 do sistema FIR

É possível perceber uma diferença pequena de fase entre o sinal e a rede adaptativa, em vermelho a rede criada usando todos os parâmetros do sinal.

### A. Aumento da Ordem do Sistema

Fig. 7. Ordem 3 do sistema FIR

Com o aumento da ordem do sistema é possível ver mais regiões com overshoot, no entanto a diferença entre a aproximação adaptativa do sinal continuou com o mesmo comportamento, leve diferença de fase.

### B. Ordem do Sistema 4

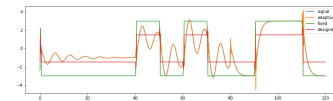


Fig. 8. Ordem 4 do sistema FIR

A partir de um sistema de ordem 4 foi analisado a mudança na taxa de aprendizado do sistema. Na figura 8 temos a taxa de 0.4 inicial do sistema. É possível ver uma boa aproximação do sistema adaptativo do sinal, excetuando pontos de overshoot do sistema adaptativo.

Fig. 9. Ordem 4 do sistema FIR: Taxa 0.05

Na figura 9 é possível ver uma grande diferença de fase entre o sinal e o modelo adaptativo, logo com uma menor

taxa de aprendizado o treinamento foi menos efetivo nesse caso específico.

Fig. 10. Ordem 4 do sistema FIR: Taxa 0.005

É possível observar que com uma taxa uma ordem de grandeza abaixo tem performance inferior aos casos anteriores como na figura 8.

### C. Ordens Superiores

Fig. 11. Ordem 5 do sistema FIR: Taxa 0.2

É possível ver um sistema estável, no entanto com resultado de inferior qualidade ao de ordem inferior.

Fig. 12. Ordem 5 do sistema FIR: Taxa 0.4

Na figura 12 É possível observar que com uma taxa de aprendizado maior, para um sistema de ordem superior a 4, há instabilidade.

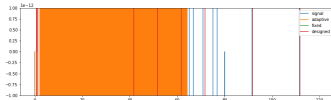


Fig. 13. Ordem 10 do sistema FIR: Taxa 0.4

Finalmente, com a mesma taxa de aprendizado da figura 12, ao dobrar a ordem do sistema, o mesmo tem explosão exponencial, portanto, instável.

### D. Banda de Nyquist 0.05

Podemos observar também o comportamento da rede ao ser utilizada com um sinal com maior variação. Portanto, foi utilizado um sinal com banda de Nyquist de 0.05.

Fig. 14. Ordem 5 do sistema FIR: Taxa 0.2

É possível perceber uma boa aproximação do sinal pela rede adaptativa.

Fig. 15. Ordem 5 do sistema FIR: Taxa 0.4

Já com o aumento da taxa de aprendizagem, o resultado é uma explosão exponencial.

Fig. 16. Ordem 4 do sistema FIR: Taxa 0.2

Finalmente, com um sistema de ordem 4, é possível ver que a aproximação do sinal pela rede adaptativa tem resultado apreciável.

## V. DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Com essa atividade, foi possível entender melhor o funcionamento de uma rede neural do tipo ADALINE, perceber a diferença entre os diferentes parâmetros que a controla. Foi possível identificar também, em cada ponto da resposta esperada o quão longe dele a rede treinada estava. Dessa forma, concluiu-se que a rede ADALINE, diferente do perceptron, possui saída estocástica, ao invés de puramente classificatória.

## REFERENCES

Haykin, S.: Neural Networks and Learning Machines, 3rd Ed., Prentice Hall, 2009

Nick McClure, TensorFlow Machine Learning CookBook, Packt, 2017