FGI2 Übungen Blatt 1

Oliver Sengpiel, 6322763
Daniel Speck, 6321317
Daniel Krempels, 6424833

27. Oktober 2014

2.3

2.3.1

Die Sprache $L(A_{2.3})$ ist genau die Sprache $L = \{a\}\{ba^*c\}^* \cup \{b\}\{cab\}^*\{c\}\{e, a\}$.
Die Sprache $L^\omega(A_{2.3})$ ist genau die Sprache $L^\omega = \{a\}\{ba^*c\}^\omega \cup \{b\}\{cab\}^\omega$.
Die Sprache $(L(A_{2.3}))^\omega$ ist genau die Sprache, die Wörter der Form $((a(ba^*c)^*) + (b(cab)^*c(e + a)))^\omega$ enthält.

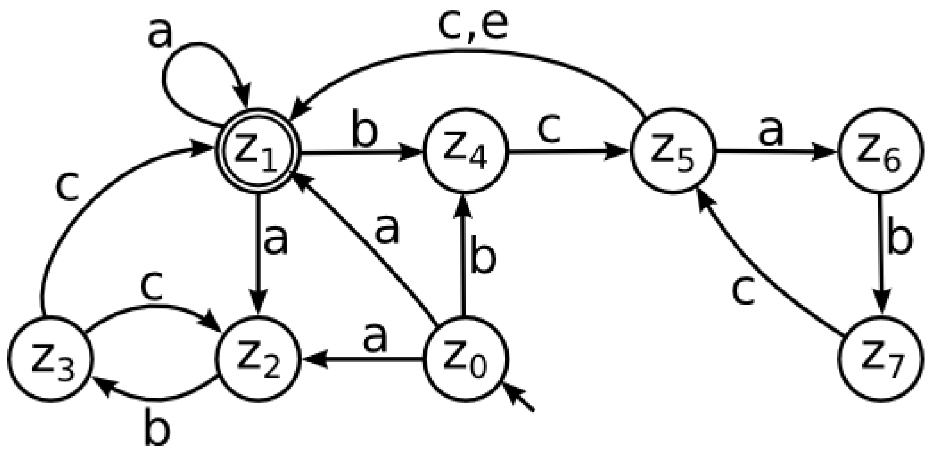
2.3.2

Sowohl $L^\omega(A_{2.3})$, als auch $(L(A_{2.3}))^\omega$ sind ω-reguläre Mengen. Aber $L^\omega(A_{2.3})$ ist genau die Sprache, die der Automat $A_{2.3})$ akzeptieren würde, wenn man ihn als Büchi-Automat ansieht, also die Menge der ω-Worte, die unendlich oft mindestens einen Endzustand durchlaufen.

$(L(A_{2.3}))^\omega$ bezeichnet hingegen den ω-Abschluss der regulären Menge $L(A_{2.3}) \setminus \{\varepsilon\}$.

Beispielwörter:
$u = abaacbaacbaacbaac\ldots \qquad , u \in L^\omega(A_{2.3})$
$v = bceabcbceabcbcebc\ldots \qquad , v \in (L(A_{2.3}))^\omega$

2.3.4



2.4

2.4.2

1. Man konstruiere einen NFA, der die Menge der Wörter W akzeptiert.
2. Nun konstruiere man einen Büchiautomaten, der U akzeptiert.
3. Als nächstes erhalten alle Endzustände des NFA die Übergangsrelationen der Startzustände des Büchiautomaten (alle ein- und ausgehenden Kanten).
4. Der alte Startzustand des Büchiautomaten wird entfernt.

2.4.3

Zunächst gilt es zu zeigen, dass die Wörter, die unser konstruierter Automat (nennen wir ihn A) akzeptiert in $W \cdot U$ liegen:

$\underline{L(A) \subseteq W \cdot U}$:
Für unser Wort w gibt es einen Pfad durch den Automaten, der von einem Startzustand des ehemaligen NFAs zu einem ehemaligen Endzustand des selbigen führt. Gleichzeitig gibt es für jedes Wort einen Pfad, der von einem Nachfolgerzustand des ehemaligen alleinstehenden Büchiautomaten zu einer Schleife durch einen Endzustand führt. Da wir nun Kanten von den ehemaligen Endzuständen des NFA zu den Nachfolgern der ehemaligen Anfangszustände des Büchiautomaten konstruiert haben, die das gleiche Eingabesymbol lesen, wie die alten Kanten des Anfangszustandes, sind die beiden Pfade miteinander verbunden und ergeben einzelne, lange Pfade, die unendlich oft durch Endzustände führen.

$\underline{W \cdot U \subseteq L(A)}$:
Dieses Mal ergibt sich unser Pfad durch das Wort w, welches sich aus der Konkatenation folgender Teile ergibt:

1. Eine Erfolgsrechnung eines NFA, der $L = W$ akzeptiert

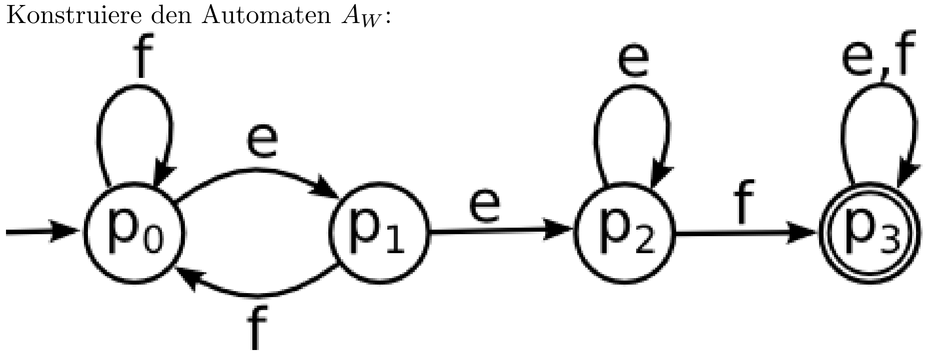
2. Ein Pfad eines Büchiautomaten, der $L = U$ akzeptiert.

Dieser Zusammengesetzte Pfad führt durch den ehemaligen Endzustand unseres konstruierten NFAs und in einer Schleife durch einen Endzustand unseres konstruierten Büchiautomaten, die wir miteinander verbunden haben. Dies folgt aus der Konstruktion, die wir unter 2.4.2 gemacht haben.

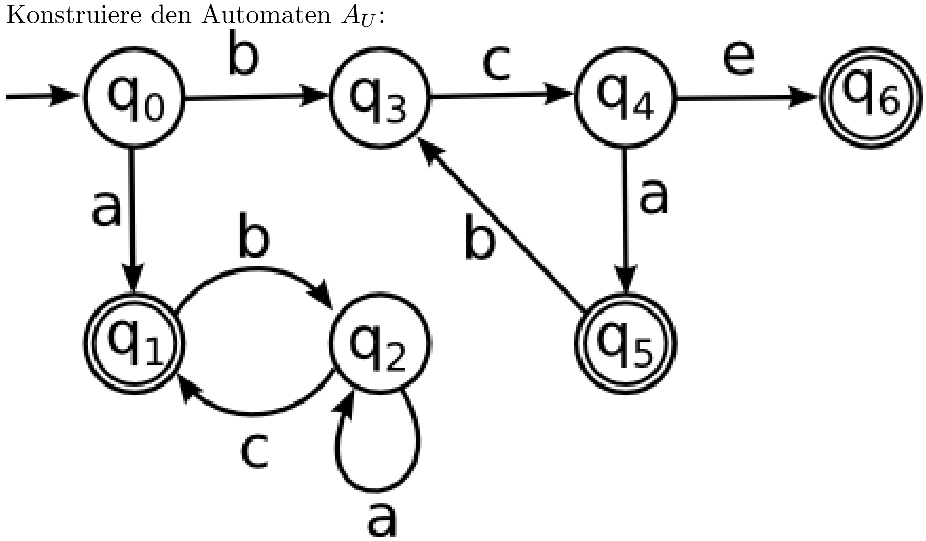
2.4.4

Wir wenden unser Verfahren aus 2.4.2 auf die in der Aufgabe angegebenen Automaten an.

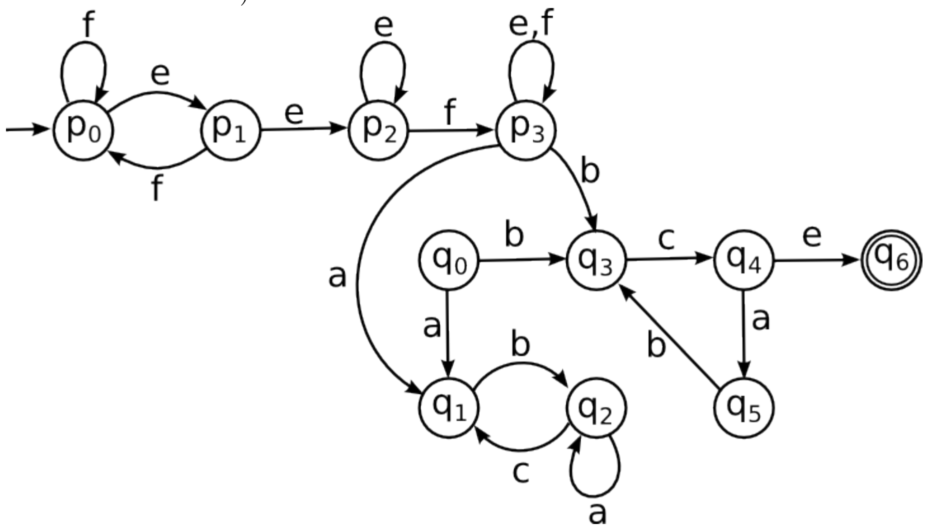
1. Konstruiere den Automaten A_W:



2. Konstruiere den Automaten A_U:



3. Verbinde alten Endzustand von A_W mit Nachfolgezuständen vom Anfangszustand von A_U (in dieser Grafik sind die Endzustände von A_U falsch. q_1 und q_5 sind auch Endzustände! Im nächsten Bild stimmen die Endzustände wieder):



4. Entfernen des alten Anfangszustandes von A_U: