

第五章 喷管设计

5.1 概述

5.1.1 喷管的作用

喷管是固体火箭发动机的重要组成部件。它的作用主要有以下三个方面：

a. 限制燃气由燃烧室内流出的流量，使燃烧室和喷管内保持一定的压强，借以获得预期的推力并维持装药的稳态燃烧；

b. 将装药燃烧产生的燃气所具有的热能，尽可能多地转换为燃气流动的动能，即得到较高的排气速度。先收敛后扩张中间有最小面积的拉瓦尔喷管，在满足进口与出口最小压强比的条件下，可将气流由亚音速加速到超音速；

c. 为了控制火箭的飞行姿态，可以通过喷管来实现推力方向控制。固体发动机喷管推力向量控制可分为可动喷管和气（液）流喷射控制和燃气舵等。可动喷管控制采用两个互成 90° 分布的作动器，使喷管可动部分实现摆动，发动机排气方向发生偏转并绕运载火箭重心产生控制力矩，达到飞行姿态控制的目的。

5.1.2 喷管的特点

固体火箭发动机喷管由于工作环境和固体推进剂装药的特点，因此同液体发动机喷管比较有许多不同的特点：a. 固体火箭发动机是通过喷管摆动而液体火箭发动机是通过摇摆推力室达到推力向量控制的目的；b. 液体火箭发动机喷管在工作过程中用燃烧剂进行主动冷却，喷管壁很薄，而固体火箭发动机喷管是一种非冷却式的被动式防热结构，由于在工作过程中不能进行冷却，热问题成为喷管的一个突出问题，因此固体发动机喷管依靠烧蚀和绝热结构，保证喷管的内型面变化和喷管外壁面温度控制在要求范围内，从而使发动机在工作结束时喷管保证结构完整。

5.1.3 喷管的分类

喷管的分类根据不同的要求，有多种不同的分类标准。

a. 按喷管的潜入的程度可分为非潜入喷管和潜入喷管，见图 5-1：

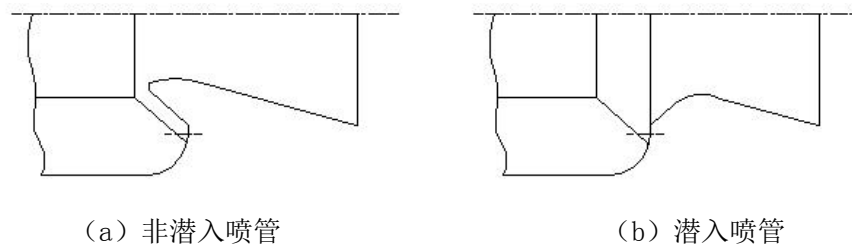
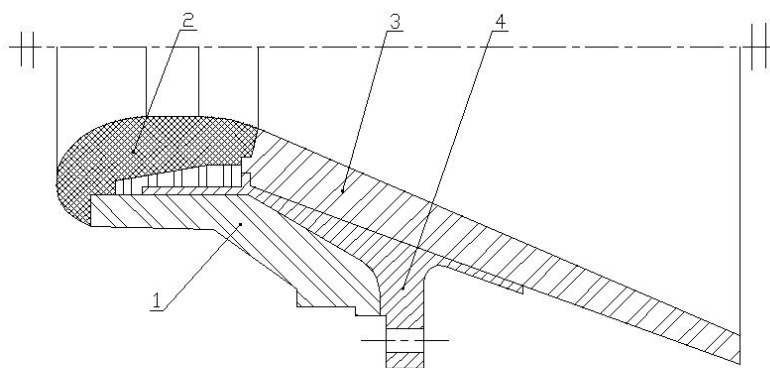


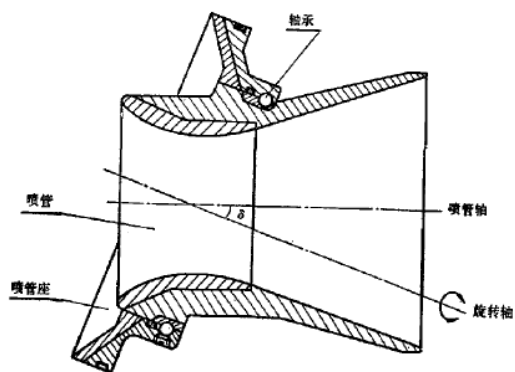
图 5-1 两种喷管结构形式

b. 按推力矢量控制要求可分为固定喷管和可动喷管，可动喷管由于有实现喷管可动的执行部件，因此其结构相对复杂。可动喷管主要包括转动喷管、球窝喷管、珠承喷管、柔性喷管等，见图 5-2、5-3。



1—收敛段绝热层；2—喉衬组件；3—扩张段绝热层；4—喷管壳体

图 5-2 固定喷管



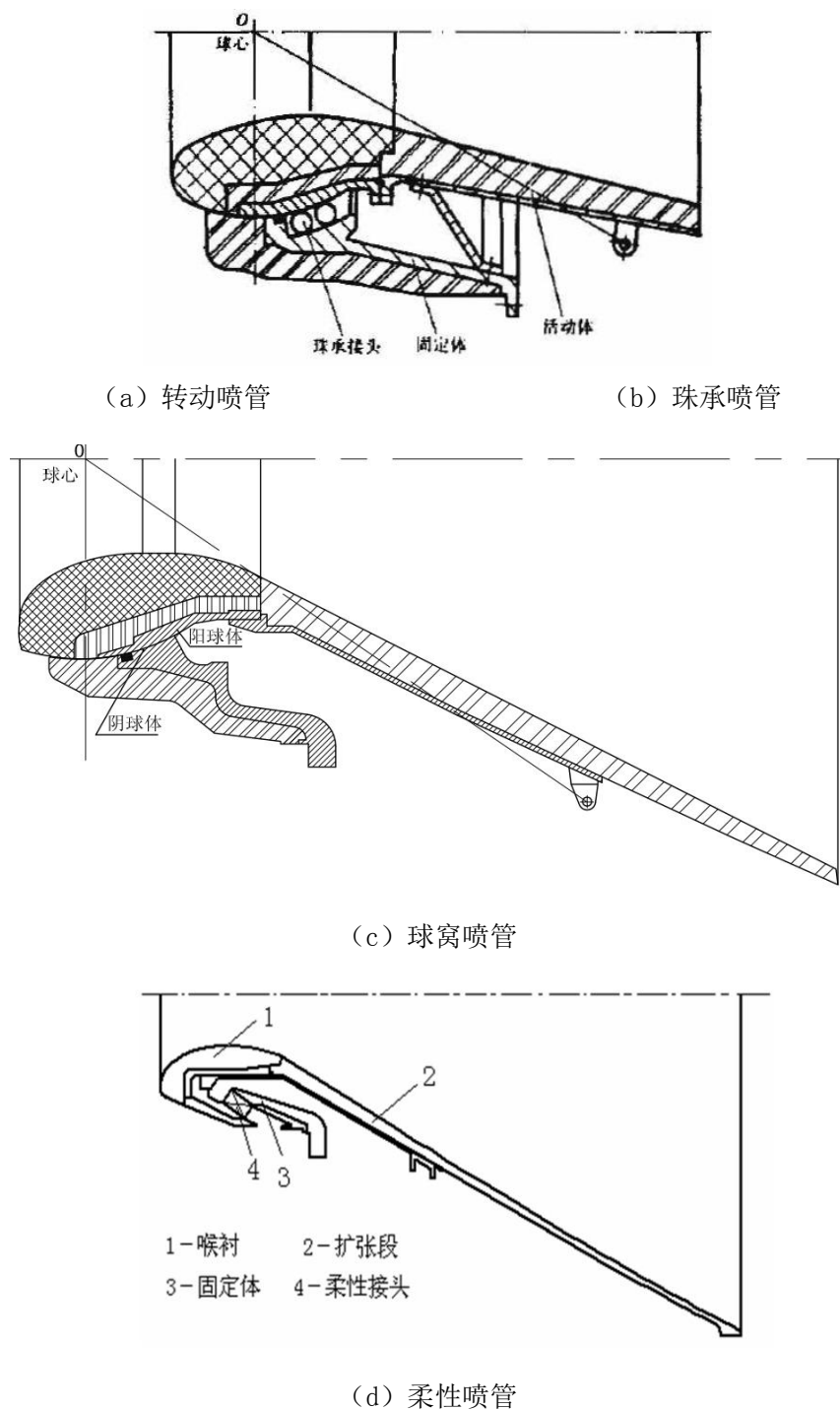


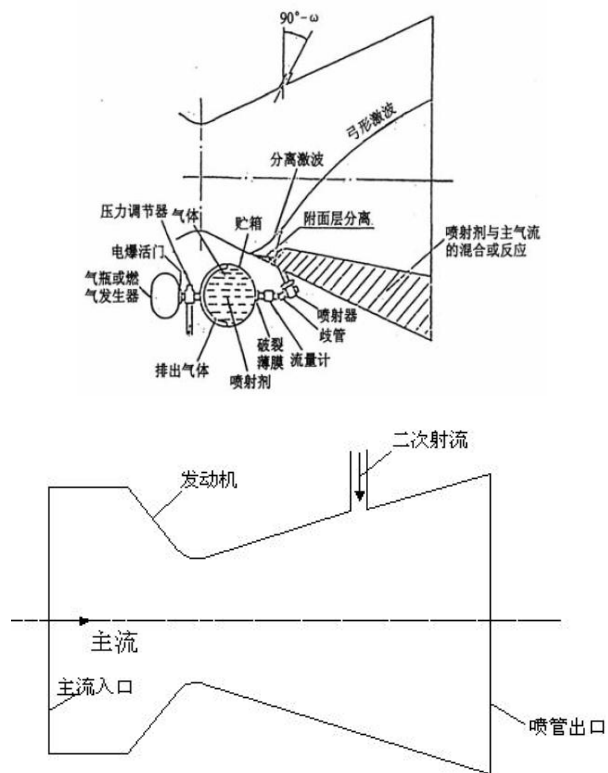
图 5-3 可动喷管

c. 按喷管的长度是否可变分单级喷管和可延伸喷管。延伸喷管可以在弹体长度不加长的条件下增大扩张比以提高比冲，见图 5-4。



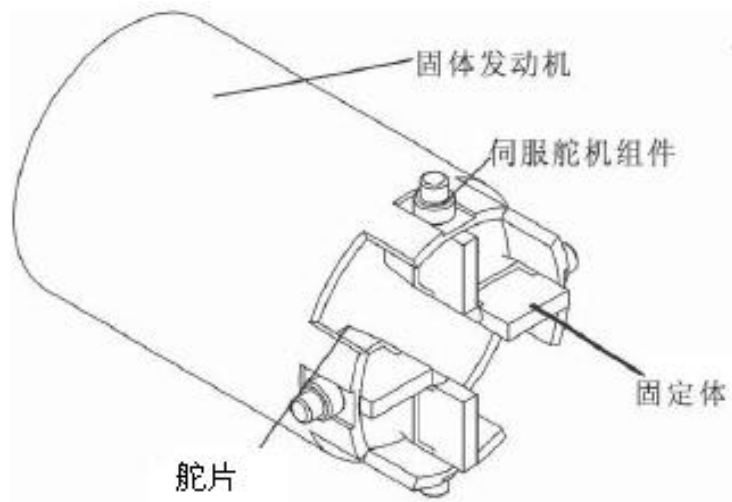
图 5-4 延伸喷管结构

d. 固定喷管可用液体或气体二次喷射、推力致偏的滚转喷管燃气舵、燃气桨等方法达到推力矢量控制的目的，它们的频率响应快，可以用于机动战术导弹，见图 5-5。



(a) 液体二次喷射原理简图

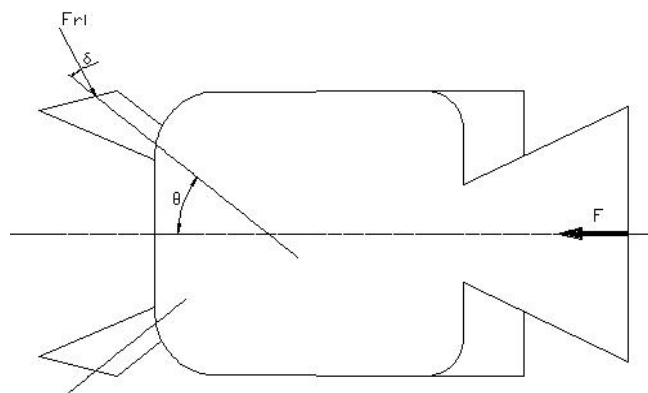
(b) 气体二次喷射原理简图



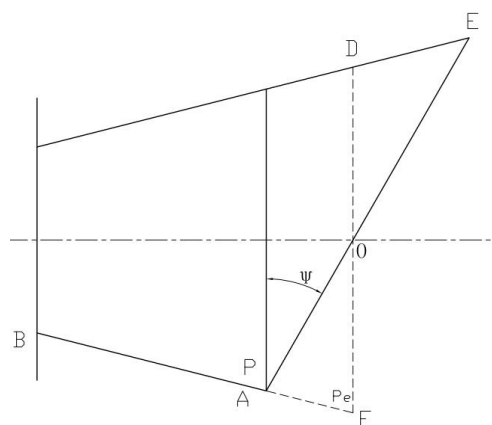
(c) 燃气舵式推力矢量装置

图 5-5 各种推力矢量装置

e. 还有一些特殊用途的喷管如反向喷管、斜切喷管等，见图 5-6。



(a) 反喷管



(b) 斜切喷管

图 5-6 特殊用途的喷管

5.2 喷管设计的主要依据

喷管设计的依据是导弹总体下发的《固体火箭发动机研制任务书》和发动机总体的《喷管设计任务书》，通常包括以下内容：

①喷管结构要求

- a) 结构类型：非潜入、潜入、长尾喷管或特种喷管等；
- b) 几何尺寸：初始喉径、初始扩张比、长度、外型及接口结构要求等。

②喷管工作条件

- a) 发动机工况：工作时间、工作最大压强和平均压强，压强—时间曲线；
- b) 推进剂及燃气参数：推进剂类型及质量，燃烧产物主要组分及物质的含量，燃气温

度，气体常数，特征速度，平均等熵指数，气体常数，燃气比热比，凝聚相粒子的摩尔数等。

③性能要求

- a) 喷管喉径烧蚀率；
- b) 喷管质量；
- c) 喷管推力系数或效率；
- d) 喷管外壁面温度；
- e) 堵盖打开压强或时间；
- f) 贮存期。

④环境条件

- a) 喷管工作环境温度；
- b) 喷管工作高度；
- c) 振动、过载条件等。

⑤其它要求

- a) 可靠性；
- b) 维修性；

- c) 保障性;
- d) 测试性;
- e) 安全性;
- f) 环境适应性。

5.3 设计的主要任务

根据导弹（运载火箭、飞船）总体研制任务书及发动机总体任务书的要求，喷管设计可分为气动设计、结构设计和热防护设计。

喷管气动设计之喷管气动型面设计及气动性能分析。根据气动原理，为了获得超音速气流，喷管的型面设计都是收敛—扩张的拉瓦尔形式。在收敛段气流为亚音速流动。在扩张段气流为超音速流动。在收敛段和扩张段过渡部分称为喉部，气流为声速流动。气动设计的任务就是合理的选择收敛段、喉部及扩张段的型面参数，使喷管能获得最大的推力。

喷管结构设计包括喷管造型和材料的选择。喷管造型包括收敛段、喉部、扩张段以及作动器联接结构的设计。材料的选择内容包括收敛段绝热层，喉衬组件，扩张段绝热层，以及它们的支承件的设计（它包括金属件固定体壳体、扩张段壳体、延伸锥壳体等）。密封型式和位置，密封圈的压缩量，各零部件的配合间隙，装配顺序。如果是摆动喷管还包括摆动构件以及附件的设计。

如果喷管是摆动喷管，要考虑摆动间隙要求，各部组件不碰撞、干涉。对结构件要进行强度校核，要有足够的安全裕量，但不可取得过大以免重量增加过多。

热防护设计是在气动设计的基础上，对用绝热、烧蚀或抗烧蚀材料购成的喷管内型面进行传热、烧蚀等技术，选择合适的几何形状及尺寸，确保固体火箭发动机喷管在工作期间其内型面的变化及结构温度控制在设计允许的范围内。

5.4 喷管气动型面设计

气动设计的目的是设计出喷管型面，使得装药燃烧产生的燃气所具有的热能，尽可能多地转换为热气流动的动能，得到较高的比冲而内型面在工作过程中的烧蚀控制在允许范围内。

喷管内型面由收敛段、喉部、扩张段三部分组成，见图 5-7。

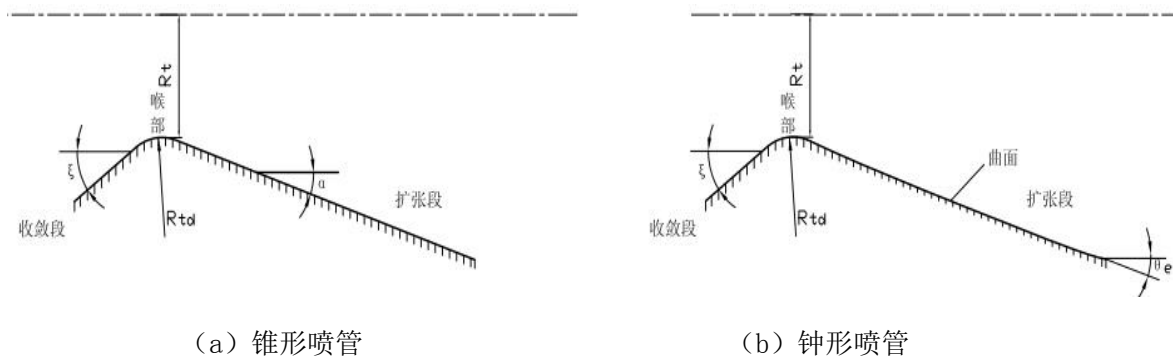


图 5-7 喷管型面

5.4.1 收敛段内型面

喷管收敛段的作用是把燃气逐渐加速到声速。收敛段内型面是相切的两个或三个椭圆或圆及直线，以使气流顺畅并使烧蚀、绝热材料有足够的烧蚀、碳化余量。收敛段内型面根据潜入和非潜入喷管的结构不同，收敛部分造型将不同。

a. 非潜入喷管收敛段

型面一般采用圆锥形，其收敛（入口）半角 $\xi = 30 \sim 60^\circ$ 。通常取 $\xi = 45^\circ$ 。 ξ 太小，增加收敛段长度，使质量和散热损失增大； ξ 太大，会发生颈缩现象，造成流量损失，加重烧蚀和凝聚相粒子沉积。

b. 潜入喷管

喷管的一部分或绝大部分伸进燃烧室中的叫潜入喷管。它的收敛段和喉部通常构成一个整体，称为入口段。入口段母线通常设计成椭圆形，或几段圆弧连接的光滑曲线。

5.4.2 喉部内型面

喷管喉部包括喉部上游部分及下游初始膨胀段。对于锥形喷管，喉部下游曲率半径 R_{td} 一般为 1~2 倍喉部半径，有时由于结构布局的需要，喉部上游和下游曲率半径可以不相等。

喷管喉部设计成有一定宽度的圆柱段以改善加工工艺，减少烧蚀量。喉部下游曲率半径 R_{td}

(图 5-7) 对喷管下游内壁烧蚀有明显的影响。 R_{id} 加大, 燃气加速缓慢, 初始膨胀区下游材料烧蚀减轻; R_{id} 减小, 燃气加速急剧, 对壁面冲刷严重, 会造成严重的烧蚀。但 R_{id} 增大, 会使喷管长度增加。

5.4.3 扩张段内型面

喷管超音速段型面解决以下三个问题, 他们都是与具有给定的临界截面半径的喷管超音速段型面选择有关的问题:

- a. 喷管型面保证在出口截面上为锥状气流 (锥形出口特性), 在出口截面上符合喷管型面所给定的倾斜角。
- b. 喷管型面保证出口截面上为均匀气流 (均匀出口特性), 在出口截面上达到给定的马赫数。
- c. 喷管型面具有给定的尺寸 (超音速段长度和出口截面半径), 喷管内壁上没有凝聚相粒子沉积。

喷管扩张段型面根据使用 and 成本等其它因素一般设计为锥形扩张段和钟型扩张段两种类型中的一种。

(1) 锥形扩张段型面

锥形扩张段是一种形状最简单的喷管扩张段, 由于它的内型面是锥形, 并不是气体的流线, 因此流动有损失, 锥面与喉部下游圆弧相切, 所以喉部到扩张段内型面就光滑连续。根据实验结果, 锥半角 α 取 15° 为最佳, 工程上一般选 18° 为宜。

锥形喷管扩张半角引起的扩张损失 λ_{div} 见式 (5-1):

$$\lambda_{div} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

(5-1)

(2) 钟型扩张段型面

钟型扩张段是根据空气动力学特征线原理造型的, 因此它的性能要比锥形扩张段好。这种喷管流场可分为 4 个区, 在喷管轴线上有两个特征点, 点 O 及点 A, 见图 5-8。第 I 区是亚声速区, 此区从喷管收敛段到声速面; 第 II 区是超声速初始膨胀区, AB 是右特征线, 在该区域内, 气流急剧膨胀加速, 速度方向不断变化, 在特征线 AB 上的各点速度方向与喷管轴线倾角达到最大; 第 III 区是均衡区, AE 是左特征线, 气流速度继续增加, 速度方向不断变化, 从特征线 AB 开始倾角逐渐变小, 到特征线 AE 上倾角达到最小; 第

IV区是均匀区，气流通过左特征线 AE 后速度均匀，等于 A 点的速度 Ma_A 。

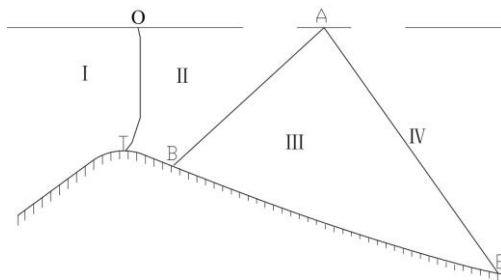


图 5-8 喷管流场划分

钟型喷管的造型有两种方法，一种是特征线法，这种方法，喷管出口气流平行于轴线，无气流扩张损失，但喷管既长又重，因此，常用双圆弧法代替；另一种是 Rao 利用变分法，以求定长喷管的最大推力的扩张段型面，常用抛物线法近似。

(1) 双圆弧法

此型面由两个圆弧组成，第一个圆弧为喉部区的型面，第二个圆弧为超音速区型面，其半径的大小，正好与第一个圆弧相切，但因双圆弧喷管比较短，会造成部分欠膨胀损失和扩张损失。

(2) 抛物线法

传统的喷管设计，一般有两种情况，(1) 给定喷管扩张比，扩张段型面长度由喷管自定，这种情况多见于低空喷管；(2) 给定喷管扩张比，同时限定喷管外露长度，即相对限定喷管扩张段型面长度，多见于中高空喷管。

① 给定喷管扩张比，扩张段型面长度喷管自定

以钟型喷管三次抛物线 $y = d + cx + bx^2 + ax^3$ (x 轴水平) 为例，扩张段型面设计的方法和过程如下 (见图 5-9)：

输入已知条件：

β_m ：扩张段初始膨胀角； θ_e ：出口膨胀半角； $\overline{R_{t2}} = R_{td} / R_t$ ：喉部下游过渡圆弧无因次半径； ε_n ：面积膨胀比。

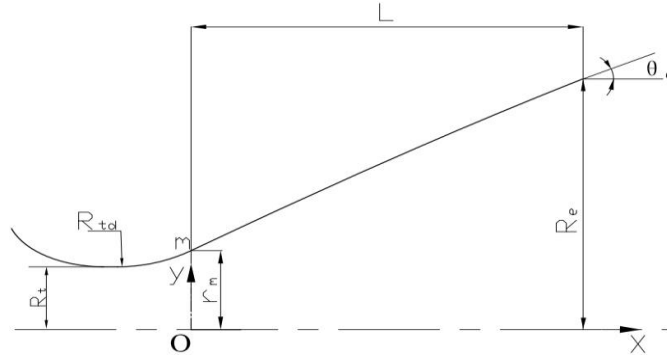


图 5-9 钟型扩张段设计图

对 $y = d + cx + bx^2 + ax^3$ 的求解:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = d + c \cdot 0 + b \cdot 0 + a \cdot 0 = d = R_t + R_{td} - R_{td} \cos \beta_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = L \text{ (设计输入参数)} \\ y_2 = d + c \cdot L + b \cdot L^2 + a \cdot L^3 \end{cases}$$

$$\left\{ \left(\frac{dy}{dx} \right)_1 = c + 2bx + 3ax^2 \right|_1 = c = 1.0 / \tan(90 - \beta_m) \right.$$

$$\left\{ \left(\frac{dy}{dx} \right)_2 = c + 2bx + 3ax^2 \right|_2 = c + 2b \cdot L + 3a \cdot L^2 = 1.0 / \tan(90 - \theta_e) \right.$$

(5-2)

$$\begin{aligned} d &= R_t + R_{td} - R_{td} \cos \beta_m \\ c &= 1.0 / \tan(90 - \beta_m) \\ b &= \frac{1.0 / \tan(90 - \theta_e) - c}{2L} \\ a &= \frac{2d + cL + L / \tan(90 - \theta_e) - 2\sqrt{\varepsilon_n} R_t}{L^3} \end{aligned} \quad (5-3)$$

(5-3)

扩张型面的长度常用扩张型面长度与喷管出口内径的比值来衡量, 针对扩张型面长度自定的喷管, 保证最大比冲效益、优化后的扩张型面为:

$$\bar{y} = \frac{y}{R_t} = 1 + \bar{R}_{td} (1 - \cos \theta_e) + \tan \theta_e \bar{x} - \frac{(\tan \theta_e - \tan \beta_m)(2 \tan \theta_e + \tan \beta_m)^2}{27 [\sqrt{\varepsilon_A} - 1 - \bar{R}_{td} (1 - \cos \theta_e)]^2} (\bar{x})^3$$

$$\bar{x} = \frac{x}{R_t}$$

(5-4)

此时最短的扩张型面长度为：

$$L = \frac{3}{\operatorname{tg} \theta_e + 2 \operatorname{tg} \beta_m} (r_e - r_m) + R_{id} \cos \beta_m \quad (5-5)$$

扩张型面长度与喷管出口内径之比约等于 1.25。

喷管实际设计时，扩张型面长度与喷管出口内径比值取值范围为 1.1~1.25，综合考虑喷管重量特性，一般取该值为 1.1 左右，然后回带入公式 (5-2)、(5-3)，可得到喷管扩张段型面三次曲线方程。

②给定喷管扩张比，限定扩张段型面长度

给定喷管扩张比、限定扩张段型面长度的型面设计，仍然按公式 (5-2)、(5-3) 设计，扩张型面长度仍然是一个设计输入参数，但此时，该参数必须结合总体要求确定，对型面效率而言，结合总体要求确定的参数往往不能保证型面效率较优，因此，必须结合公式 (5-2)、(5-3)，优化初始膨胀半角、出口半角，喉衬下游过渡圆弧半径，以确保喷管效率较优。

在给定喷管扩张比，扩张段型面长度不限制的前提下，扩张段型面效率相对容易保证，在限定扩张段型面长度，要保证效率，必须调整扩张段型面的设计参数，具体的讲，就是调整喷管初始膨胀角和喷管出口半角，初始膨胀角 β_m 不但对喷管长度影响较大，而且对燃气流影响也很大，在喉部下游的超声速气流，随壁面的扩张，气流不断膨胀加速，速度方向偏离喷管轴线，由于惯性，燃气流产生离心力，使靠近壁面的气流密度比喷管中心的气流密度大，造成壁面压强比喷管中心压强高，压力梯度很大，燃气流不会分离，如果 β_m 增大，使壁面附近的气流内压升高，这样相当于减小了扩张截面，钟型喷管最后一段的目的是让燃气流离开出口平面时的扩张损失小一些，因此，出口半角选择相对要小一些。

对于两相流喷管，当 β_m 较大时，虽然气动损失变化不大，但由于初始膨胀区中气流径向速度较大，致使颗粒的径向速度也较大，而且颗粒不能随壁面向内弯曲而改变方向，这就减少了颗粒的轴向动量，增大了喷管的比冲损失，因此，两相流喷管的比冲损失对 β_m 的变化较敏感。

5.4.4 喷管型面设计需注意的问题

在给定尺寸、质量和其它约束条件下，最佳型面选择是保证最高弹道性能下确定喷管型面，因为型面几何形状明显影响整个发动机能量特性，喷管设计有两个任务：首先，

喷管型面能达到最大比冲；其次，确定喷管最佳膨胀比 ε_n 和长径比 \bar{I}_a （喷管扩张长度与出口直径之比），因此，在喷管型面的选择时应尽量减少三部分的比冲损失：扩张损失、摩擦损失和两相流损失，其它的一些损失，要么与喷管型面无关，如潜入损失、传热损失、绝热层烧蚀损失，要么关系很小，如化学不平衡损失、延伸锥台阶损失，要么其相关性在一定的喷管长度和膨胀比下表现很弱，如因烧蚀引起的型面变化损失。

不考虑超声速段喷管壁上的凝聚相沉积，近似的扩张损失估算公式为：

$$\zeta_f = \frac{(\sqrt{\varepsilon_n} - 1)^{(0.653\bar{I}_a - 0.18)}}{3.145\bar{I}_a - 2.142}, \quad 12 \leq \varepsilon_n \leq 81, \quad 0.9 \leq \bar{I}_a \leq 1.25$$

(5-6)

喷管摩擦损失估算公式：

$$\zeta_{TP} = \left(\frac{0.6233}{\sqrt{\varepsilon_n}} e^{\sqrt{\varepsilon_n}/7} + 1.375\bar{I}_a - 0.567 \right) \times \left(\frac{D_t}{200} \right)^{-0.215} \left(\frac{P_c}{7.5} \right)^{-0.2} \left(\frac{T_w}{3500} \right)^{-0.4}$$

(5-7)

式中： $12 \leq \varepsilon_n \leq 81$, $0.9 \leq \bar{I}_a \leq 1.25$, $20\text{mm} \leq D_t \leq 1000\text{mm}$, $0.1 \leq T_w/T_c \leq 0.9$,

$3.0\text{MPa} \leq P_c \leq 12.0\text{MPa}$ 。

喷管两相流损失估算公式：

$$\zeta_t = 21.5 \times (D_t \bar{I}_a)^{-0.33} \left(\frac{T_K}{3500} \right)^{-0.8}$$

(5-8)

式中： $12 \leq \varepsilon_n \leq 81$, $0.9 \leq \bar{I}_a \leq 1.25$, $20\text{mm} \leq D_t \leq 1000\text{mm}$, $3000\text{K} \leq T_c \leq 4000\text{K}$,

$3.0\text{MPa} \leq P_c \leq 12.0\text{MPa}$ 。

以上各式中： D_t 喷管喉径； T_c 燃烧室温度； T_w 壁面温度； P_c 燃烧室压强。

5.4.5 扩张段型面效率的评判

扩张段的型面效率，可以传统公计算，工作量相对较大，一些资料也提出了相对简短的型面优化方法，具体为：

$$\sigma_e = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_i - \bar{\sigma}_e)^2 / n} \quad (5-9)$$

式中： σ_e —均衡曲度；

σ_i —型面上点*i*的曲度；

$\bar{\sigma}_e$ —型面的平均曲度。

5.5 喷管结构设计

喷管结构设计包括喷管造型和材料的选择。喷管造型包括收敛段、喉部、扩张段以及作动器联接结构的设计。材料的选择内容包括收敛段绝热层，喉衬组件，扩张段绝热层，以及它们的支承件的设计（它包括金属件固定体壳体、扩张段壳体、延伸锥壳体等）。密封型式和位置，密封圈的压缩量，各零部件的配合间隙，装配顺序。如果是摆动喷管还包括柔性接头设计、珠承喷管滚珠以及球窝喷管阴阳球及与作动器联接结构（上下支耳如何布置）以及附件的设计。摆动喷管设计时，要考虑喷管在发动机最高压强下的轴向位移，并在此情况下摆动最大合成角度时的 1.1 倍的间隙要求，各部组件不碰撞、干涉。对结构件要进行强度校核，要有足够的安全裕量，但不可取得过大以免重量增加过多。

固定喷管的设计已形成了相应的标准，设计者可按照相应的规范进行设计。对于可动喷管而言，目前在我院成功应用的有柔性喷管、球窝喷管和珠承喷管，柔性喷管的摆动执行部件为柔性接头，球窝喷管的摆动体是阴阳球体，珠承喷管的摆动体为轴承，其各摆动体的设计是可动喷管设计必须重点考虑的因素。

下面重点对柔性喷管、球窝喷管和珠承喷管的设计进行说明。

5.5.1 柔性喷管摆动结构设计

柔性接头是柔性喷管推力方向控制的执行元件，它还是喷管重要的承压密封装置，它没有相对活动的部件，只是通过内部橡胶件的剪切变形来达到喷管摆动以实现发动机推力向量控制的目的。柔性接头有大的承载压力的能力和相对小的摆动力矩要求。其密封性能对于柔性喷管的正常工作至关重要。通过了冷态摆动考核的柔性喷管在发动机工作期间是可靠的，其性能的重现性好。

5.5.1.1 柔性接头的构造原理

柔性接头是由金属前法兰、后法兰、金属或非金属层压增强件、天然橡胶弹性件四部分构成。其中增强件、弹性件为多层，增强件比弹性件少一层。天然橡胶材料是粘弹性材料，它的体积几乎不可压缩。其体积压缩模量是剪切模量的 15000 倍左右，因此，

它可以承受喷管相当大的轴向压力而不产生过大的轴向压缩，但较小的偏转力就可以得到较大的剪切变形，这正是可动喷管所希望的性能。

增强件为柔性接头提供了抵抗发动机燃烧室压力的刚度，并且在加上作动器的操纵力时，增强件可以约束柔性接头定向摆动，而不像橡胶圆筒那样产生径向扭曲。金属增强件柔性接头的承载能力要优于非金属增强件柔性接头，但热防护复杂。

前法兰、后法兰分别与扩张段、固定体联接，它们有足够的刚度以承受发动机燃烧室压力和摆动产生的载荷。

前法兰、后法兰、增强件、弹性件之间采用胶液粘接。为使柔性接头在摆动时平稳、可靠、变形小，各相互粘接界面均制成具有公共球心的同心球台面，该球心即为通常所说的回转中心。柔性喷管、柔性接头接头示意图 5-10、图 5-11。

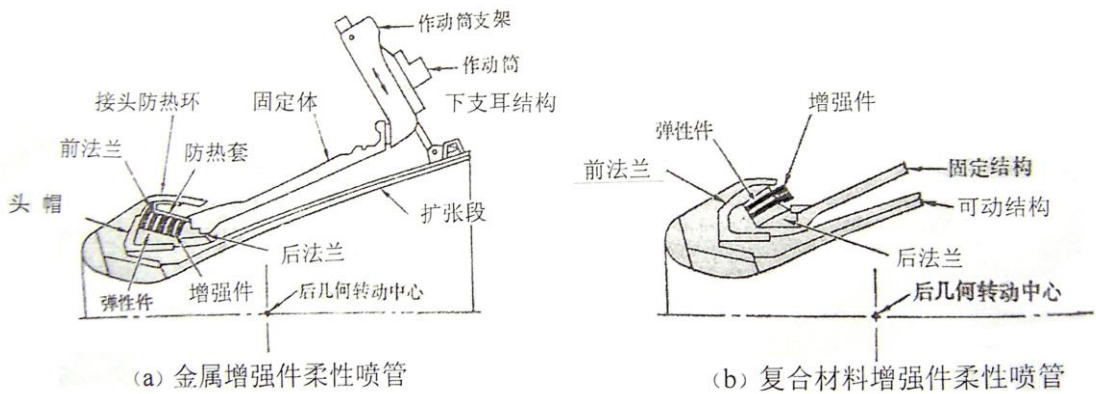


图 5-10 柔性喷管示意图

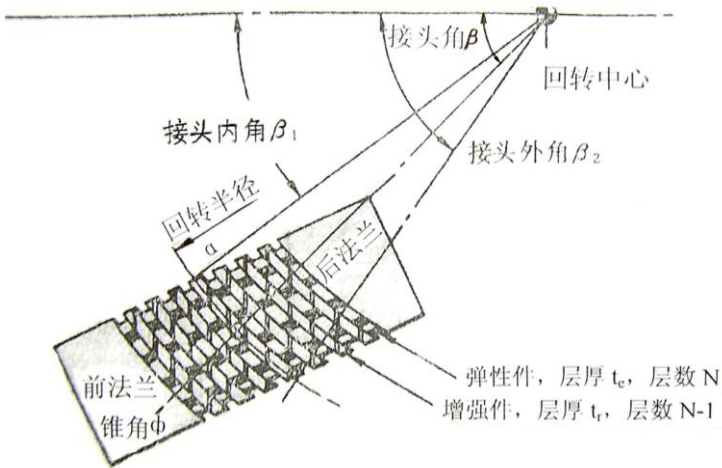


图 5-11 柔性接头示意图

柔性接头的天然橡胶弹性件，本身就是一种很优良的密封材料。在轴向压力对弹性件压缩量超过其本身的不平度，且弹性件上所受正压强大于发动机或容器压强时，密封检压时就可以保证不泄漏，这要求柔性接头的设计参数符合一定条件。柔性接头压强密封条件在设计中容易满足，它允许局部粘接不良。所以，加压密封检验合格的柔性接头不一定是合格产品，还必须经过反向拉伸试验的考核，以验证柔性接头不存在粘接面的漏气通道。

过大的摆动载荷可使柔性接头的某层弹性件或粘接面撕开，形成漏气通道。柔性接头的摆动能力是有限的，抗拉伸能力差。为保护柔性接头，在柔性接头或柔性喷管摆动时容器或发动机内腔充压是必需的条件。过高的容压会使柔性接头失稳，也是应当避免的。

柔性接头的压强密封失效，在发动机热试时就意味着喷管穿火、试车失败。目前还没有可以测知柔性接头各个粘接面粘接质量的无损探伤的方法，只有依靠先进的、稳定的粘接工艺和可靠的胶种。精细操作和环境因素也不可忽视，真正做到粘接面的法向抗拉伸强度和抗剪切强度不低于弹性件的相应数值，是柔性接头质量保证的理想要求。

柔性接头设计时，要考虑的因素除了压强密封之外，还有布局限制、力矩特性、防热措施等，有些因素是互相矛盾的，需要综合考虑、优选。

5.5.1.2 柔性接头的设计计算

柔性接头设计各设计参数见图 5-12。

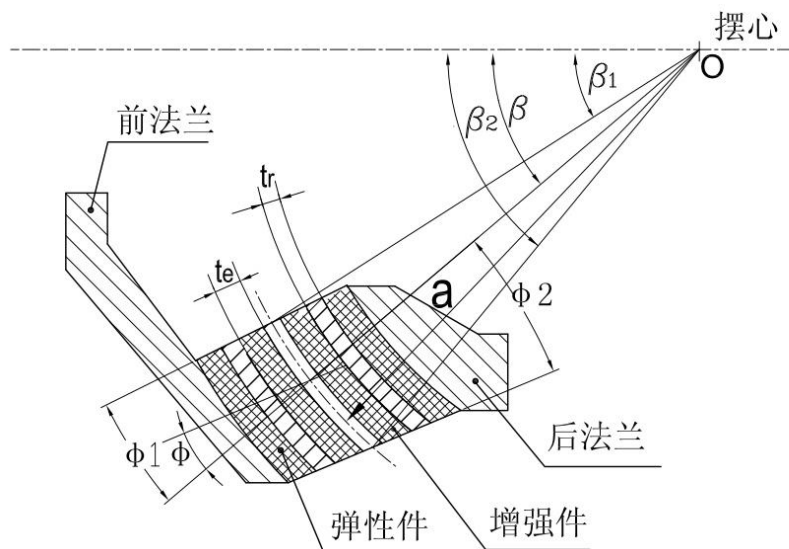


图 5-12 柔性接头设计参数图

a. 接头角 β ，一般取值在 $40^\circ \sim 70^\circ$ 之间，通过调整 β ，使柔性接头摆心与作动器上支点尽可能在垂直于发动机轴线的同一平面内（一般夹角不大于 11° ），以减小摆动过程中作动器的牵连；

b. 接头内角 β_1 和接头外角 β_2 ，接头外角与内角之差 $\beta_2 - \beta_1$ 较大可以提高柔性接头的承载能力，稳定性会较好，但增大差值会增加力矩。在满足强度和稳定性要求的条件下，应取较小的差值，差值一般取值在 $6^\circ \sim 16^\circ$ 之间；

c. 回转半径 a 的取值取决于喷管的喉径和喉衬即绝热层等，增加回转半径会增加摆动空间，但会增加力矩；

d. 锥角 ϕ 对柔性接头的强度影响较大。小的锥角可显著降低增强件和弹性件的应力，柔性接头的轴向位移和摆心漂移都较小，但会使柔性接头的尺寸增大，一般锥角取值在 $0^\circ \sim 40^\circ$ 之间。内锥角 ϕ_1 和外锥角 ϕ_2 可以调整柔性接头内外锥面的形状、尺寸和受力情况；

e. 弹性件层数 n 和每层弹性件厚度 t_e ，柔性接头的有效变形体由弹性层总厚度 $n * t_e$ 决定，与柔性接头的弹性力矩成反比关系，而弹性力矩是柔性接头的主力矩。每层弹性件厚度 t_e 取决于受力条件、弹性材料的剪切强度和工艺，一般取值 $1 \sim 3\text{mm}$ ；

f. 每层增强件厚度 t_r 取决于受力条件及材料的强度。

(1) 力矩计算

柔性接头的力矩主要是弹性力矩，约占总力矩的 80% 以上，其次为摩擦力矩、偏位力

矩和惯性力矩。对力矩和应力的估算有经验公式可参考，参见《固体火箭发动机设计与研究》(下册)，天然橡胶弹性件柔性接头的比力矩(对应每度摆角的力矩)随发动机(或容器)压强的增高、柔性接头局部温度的增高而降低，其原因在于橡胶的剪切模量的下降。

一般情况下柔性接头弹性比力矩和摩擦力矩的计算公式如式(5-10)、(5-11)：

$$\frac{M_t}{\theta} = \frac{2.094 \times 10^{-2} G \rho_0^3 \rho_i^3}{\rho_0^3 - \rho_i^3} (I(\beta_2) - I(\beta_1))$$

(5-10)

$$\frac{M_m}{\theta} = (4 \times 10^{-4} + 2.4 \times 10^{-6} \times P_c) \times (1 + 7.5 \times 10^{-3} \times \omega_{\max}) a^3 (\sin \beta)^3 \quad (5-11)$$

式中：

$$\frac{M_t}{\theta} \text{—弹性比力矩} \quad (N \cdot m / (^\circ));$$

$$\frac{M_m}{\theta} \text{—摩擦比力矩} \quad (N \cdot m / (^\circ));$$

$$\rho_0 = a - \frac{nt_e}{2} \text{ (cm)}$$

$$\rho_i = a + \frac{nt_e}{2} \text{ (cm)}$$

$$I(\beta_i) = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \left(\cos \beta_i + \frac{1}{3} (\cos \beta_i)^3 \right) \quad (i=1,2)$$

G—橡胶材料割线剪切模量(kPa)；

G₀—常温常压下弹性件橡胶的剪切模量(kPa)，取 G₀=220kPa；

ω_{\max} —最大摆动角速度 $^\circ / s$ ；

工作条件下橡胶材料割线剪切模量为

$$G = 3.954 \times 10^{-1} - 5.786 \times 10^{-3} T_{amb} + 7.159 \times 10^{-5} T_{amb}^2 + 9.087 \times 10^{-4} P_L \\ (8.33 \times 10^{-2} T_{amb} - 4.06) + 9.087 \times 10^{-7} P_L^2 (3.75 - 2.64 \times 10^{-1} T_{amb} + 1.64 \times 10^{-3} T_{amb}^2) \quad (5-12)$$

T_{amb} —测试温度 $^\circ C$ ，设计时取为 $25^\circ C$ ；

PL—冷试压强 MPa

(2) 柔性接头应力的估算

柔性接头的应力失效多在于橡胶弹性件剪应力过大或增强件内环环向压应力过大，对这两项应力要进行重点校核，要求有一定的安全裕度。这两项应力是由发动机（或容器）压强及柔性接头摆动引起的。

① 橡胶弹性件剪应力的估算

橡胶弹性件剪应力的估算经验公式：

$$\tau = 50 \frac{P_L t_e k_e}{a} + 0.01745 \frac{G_0 \theta_{\max}}{n t_e} a$$

(5-13)

式 中 :

$$k_e = 0.528 - 7 \times 10^{-3} \phi + 3.26 \times 10^{-4} \phi^2$$

(5-14)

一般弹性件材料剪切应力的安全系数取 2 左右。

② 增强件应力估算

钢制增强件应力的估算经验公式：

$$\sigma_r = \frac{(7150 + 900 \theta_{\max}) k_r P_L a^{0.4}}{t_r \cos \beta (\beta_2 - \beta_1)^2 (n-1)}$$

(5-15)

式中： θ_{\max} —接头最大摆角 (°)；

k_r —对于锥角的修正系数，表达式见式 (5-16)：

$$k_r = 0.1038 - 0.024 \phi - 0.000123 \phi^2$$

(5-16)

非金属增强件内环环向压应力的估算经验公式可借鉴公式 (5-13) ~ (5-16) 的形式，但数值 σ 约为公式 (5-15) 所计算的一半左右，按各向异性材料有限元计算的结果，公式 (5-15) 应乘以系数 0.54，其相应的环向压缩强度也低。金属增强件内环环向压应力的安全系数取 1.25，非金属增强件内环环向压应力的安全系数取 2。

5.5.2 珠承喷管

珠承喷管是在凹凸球台之间安装一排或多排钢珠支承作用在活动体上的喷射载荷，

沿用单摆动喷管的一道或两道密封圈密封高温、高压燃气。这种可动喷管以钢珠支承喷射载荷是其独有的特点。珠承喷管的典型结构见图 5-13，它主要结构可分为四个部分：固定体、活动体、珠承接头和防扭装置。

固定体一般以金属法兰与发动机后接座相连接，大多数情况下，为使喷管部分潜入燃烧室而采用倒锥结构。与钢珠接触的金属球台设计成凹球形状，一般放入一排或多排钢球，与凹球同心的另一金属器面开有一道或两道密封圈，槽中安装防止燃气泄漏的密封圈。活动体一般以成 90° 角的两个支耳与两条伺服作动器相连。在两台伺服作动器的联合作用下，活动体能绕摆心全轴摆动。活动体与钢珠接触的金属面设计成凸球形状。

球承接头是由凹球体、凸球体、单排或多排钢珠、钢珠保持架和密封圈组成。球台的金属壳体表面应有较高的硬度以支承接触载荷；应有较高的尺寸精度以保证均匀承载和灵活摆动。珠承喷管本身不具备抗扭转的能力，必须设计防扭装置防止活动体的扭转变形。常用的防扭装置有夹布胶囊和金属同心波纹管。

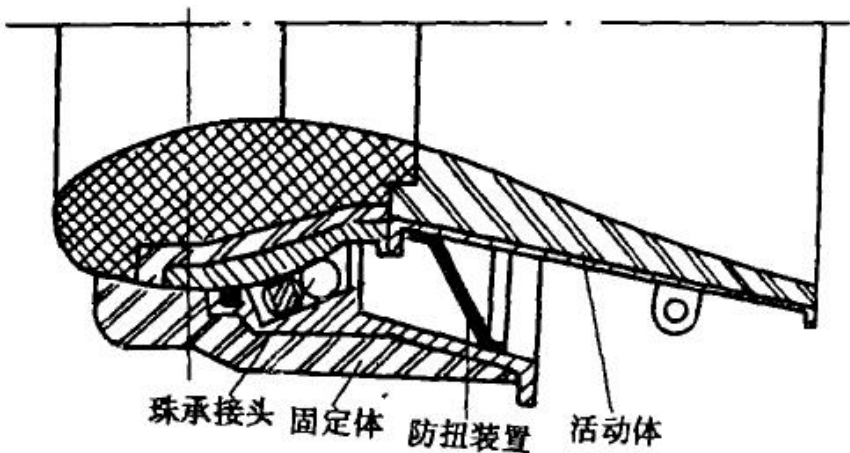


图 5-13 珠承喷管结构简图

5.5.2.1 珠承喷管的结构分析

5.5.2.1.1 最大偏斜角

前支点珠承喷管结构尺寸之间的关系如图 5-14 所示，坐标为 $o-xyz$ ，活动体可绕 oz 轴和 oy 轴摆动，在垂直于摆动轴的赤道平面内，显然应满足

$$\delta_{\max} \leq 2(\phi_{\beta} - \phi_{s\beta} - \phi_4 + \phi_{34}) \quad (5-17)$$

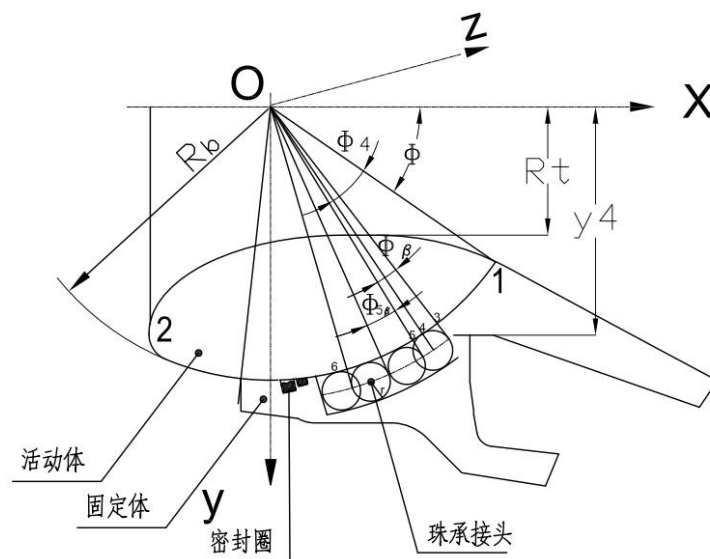


图 5-14 珠承喷管结构尺寸关系

式中：

δ_{\max} ——最大偏斜角；

ϕ_{β} ——接触角，由设计选定，一般取值 $54^{\circ} \sim 70^{\circ}$ 。大多数情况取 64° 左右。

ϕ_{β} 可按下式计算：

$$\phi_{\beta} = \frac{N_r + (N-1)\frac{e}{2}}{R_b + r}$$

(5-18)

式中：r 为钢珠半径；e 为相邻钢珠之间的距离；N 为钢珠排数； R_b 为球窝半径。

$$\phi_4 \text{ 的表达式为: } \phi_4 = \arctg \frac{y_4}{x_4} \quad (5$$

-19)

$$\phi_{34} \text{ 的表达式为: } \phi_{34} = \frac{(\sqrt{2}-1) r}{R_b \cos \phi_4} \quad (5$$

-20)

按照式 (5-17) ~ (5-20)，在给的结构尺寸的条件下，可允许的最大偏斜角 δ_{\max} ，相反，在给定最大偏斜角的情况下，可以反算某些结构尺寸，如选择球窝半径等。

5.5.2.1.2 钢珠布置方案的选择

对于珠承喷管，讨论结构方案的布置主要是讨论钢珠、密封圈的布置方案。图 5-15 布置

了 a、b、c、d 四种方案，a、b 两方案将钢珠和密封圈排在同一侧，c、d 两方案将钢珠和密封圈排在不同的侧面，按照图 5-14 和图 5-15，对于 a、b 两方案有：

$$\phi_s = \phi_\beta + \phi_{6\beta} + \frac{\delta_{\max}}{2} + \frac{1}{R_b} \left(\frac{r}{\tan \phi_\beta} + 1.5g + S_s \right) \quad (5-21)$$

对于 c、d 方案有：

$$\phi_s = \phi_\beta + \phi_{6\beta} + \frac{3\delta_{\max}}{2} + \frac{1}{R_b} \left(\frac{r}{\tan \phi_\beta} + 1.5g + S_s \right) \quad (5-22)$$

式中： ϕ_s 为密封圈位置角， g 为密封槽台阶尺寸， S_s 为密封槽弧长， $\phi_{6\beta}$ 为图 5-14 所示角。 $\phi_{6\beta} = \phi_{5\beta}$ 。

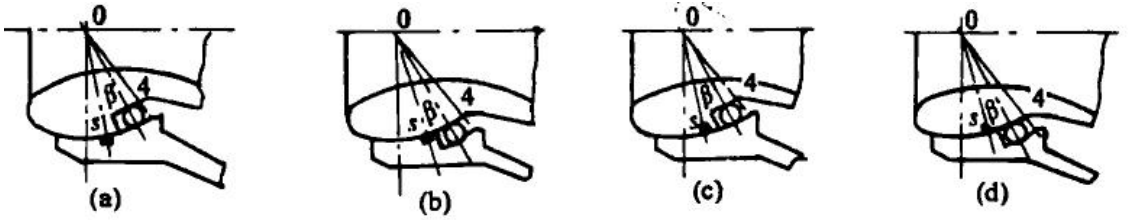


图 5-15 钢珠布置方案

比较式 (5-21)、(5-22)，显然由式 (5-21) 计算出的密封圈位置角 ϕ_s 要比式 (5-22) 计算出的位置角 ϕ_s 大一个最大偏斜角。在结构布置上，当 ϕ_β 选定后，密封圈位置角越小，结构越紧凑，因此 a、b 两方案优于 c、d 方案。从加工工艺性来看，a 方案又优于 b 方案。所以 a 方案是珠承喷管常用的方案。

5.5.2.1.3 钢珠半径和总数的确定

① 钢珠支承载荷计算

燃气要求左右于喷管活动体内型面，它们在活动体上的轴向合力为喷射载荷。载荷可按下式尽量计算：

$$F_n = \pi P_c (R_s^2 - C_F R_t^2) \quad (5-23)$$

其中：\$F_n\$ 为喷射载荷，\$P_c\$ 为燃烧室压强，\$R_s\$ 为密封槽半径，\$C_F\$ 为推力系数，\$R_t\$ 为喷喉半径。

喷射载荷是由 \$Z\$ 个钢珠支承，在单排情况下，单个钢珠的支承载荷 \$F_b\$ 是

$$F_b = \frac{F_n}{Z \cos \phi_\beta}$$

(5-24)

对于 \$N\$ 排钢珠来说，按 \$N\$ 排的平均接触角考虑，并假设钢珠支承载荷是相同的，在式 (5-24) 同样可适用于 \$N\$ 排钢珠的情况。

②钢珠半径和总数的确定

多数情况下，珠承喷管摆动角速度很低，工作时间又短，因此，钢珠和球面之间的允许接触载荷可按静载荷设计。图 5-16 示出了钢珠附近的接触变形图，最大接触应力发生在凸球与钢珠的接触点上，其最大接触应力可按下式计算

$$\sigma_{\max} = 3.0 \times 10^8 \sqrt[3]{F_b \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R_b} \right)^2}$$

(5-25)

式中：\$\sigma_{\max}\$ 为接触点的最大接触应力；\$r\$ 为钢珠半径，\$R_b\$ 为球窝半径。

接触应力校核时，应满足

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] \quad (5-26)$$

式中：\$[\sigma]\$ — 允许接触应力 (Pa)

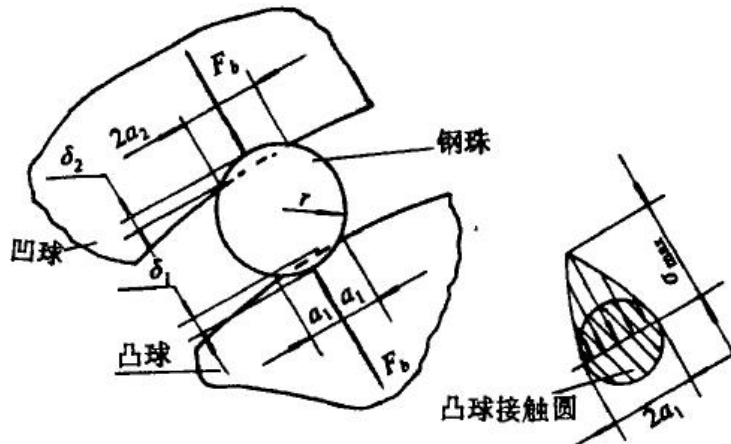


图 5-16 钢珠接触变形图

从允许接触应力考虑，钢珠半径和钢珠总数应满足式（5-23）～（5-26），但是钢珠总数还受到钢珠中心包络线圆周长度的限制，因而还应满足

$$Z \leq \frac{\pi N (R_b + r) \sin \theta}{r + 0.5 f_0}$$

（5-27）

式中： f_0 —钢珠架周向厚度， f_0 可取 0.1~0.2cm。

③允许接触应力的选取

阴球体、阳球体和钢球是珠承喷管的主要受力部件。当发动机工作压强较高时，阴、阳球面与钢球之间的接触应力很大，如果这种接触应力大于设计时的许用接触应力 $[\sigma]$ ，阴、阳球面将会被压溃，从而使喷管在摆动过程中产生摆动不连续甚至被卡死而不能摆动的情形。所以，对发动机进行阴、阳球体与钢球之间许用接触应力 $[\sigma]$ 选择和接触应力分析计算是喷管设计过程中一个很重要的问题。如果许用接触应力 $[\sigma]$ 选得太小，会使喷管的结构尺寸大大增加，不能发挥珠承喷管结构尺寸小的优势；如果 $[\sigma]$ 选得太大，会使球面与钢珠的尺寸减小，从而接触应力及其变形太大，引起摩擦力矩增大和动密封不可靠。

许用接触应力 $[\sigma]$ 的选择是通过单珠接触载荷试验、喷管的冷态试验和喷管热试车考核试验得到的。根据轴承设计要求和滚动球窝喷管的工作要求，为了使喷管工作可靠，且摆动力矩较小，必须减小滚动摩擦系数。

球壳表面硬度的降低，允许接触应力显著降低。允许接触应力与表面硬度有下面的关系式：

$$\psi = \frac{[\sigma]_{HB}}{[\sigma]} = \sqrt[3]{\left(\frac{HB}{627}\right)^4}$$

（5-28）

式中：

ψ ——系数；

$[\sigma]_{\text{HB}}$ ——表面布氏硬度为 HB 时的允许接触应力；

$[\sigma]$ ——表面布氏硬度 HB=627 时的允许接触应力。

马氏体时效钢经辉光离子氮化处理，金属球壳表面硬度可达 HRC61 以上，铬锰钛钢以碳氮共渗处理，金属球壳表面硬度也可达到 HRC61 以上。选用这两种钢经上述相应处理，允许接触应力可选为 $6.5 \times 10^9 \sim 7.5 \times 10^9 \text{Pa}$ 。

5.5.2.2 防扭装置的设计

珠承喷管的活动体能绕 oy 轴和 oz 轴摆动一定角度，使发动机主推力偏斜，从而获得控制飞行器所需的侧向控制力。珠承喷管活动体绕 ox 轴的扭转变形则应尽量限制，这种扭转变形会给伺服作动器带来有害的外载荷，使实际的偏斜角与指令偏斜角不一致，因此，在设计珠承喷管时，要设计防扭装置，防止活动体绕 ox 轴的扭转变形。对于给定结构尺寸的喷管，抗扭能力以抗扭刚度来表示，活动体绕 ox 轴扭转所需的扭转力矩定义为抗扭刚度，抗扭刚度的大小是设计防扭装置首先要给定的条件，确切的抗扭刚度要求应通过对伺服作动器有害外载荷的分析和允许承受有害外载荷的大小确定。

常用防扭装置的形式是夹布胶囊(图 5-13)和金属筒波纹管，夹布胶囊的特点是在发动机尺寸、空间有限的情况下能提供足够大的抗扭刚度。

5.5.2.3 珠承喷管优缺点

①结构尺寸和质量

比较结构尺寸的大小和质量的大小应在满足相同技术要求的前提下进行。珠承喷管的接头尺寸的厚度主要是由单排或多排钢珠所占厚度来决定，因此，一般来说，珠承接头尺寸是小的，即使在柔性接头已发展成为非金属接头的情况下，珠承接头也是尺寸小的接头之一由于接头尺寸小，它所要求的发动机开口尺寸也就相应的小。结构尺寸的大小就决定了质量的大小，一般来说质量与结构尺寸的三次方成线性关系，所以珠承喷管的质量可以设计得很轻，珠承喷管在某发动机上应用，冲质比可望达到 $1.5 \times 10^5 \text{N} \cdot \text{s/kg}$ 。

②偏斜角

珠承喷管的最大偏斜角用式(5-17)进行了分析，通过计算表明，在较小结构尺寸下

具有较大的偏斜能力。值得注意的是，珠承喷管最大偏斜角的增加不会使作动力矩大幅度地增加，而柔性喷管和液浮喷管的作动力矩基本上与偏斜角成线性关系。

③作动力矩

珠承喷管的作动力矩主要是摩擦力矩，降低摩擦系数提高金属球壳表面光洁度能有效地降低摩擦力矩，珠承喷管的作动力矩比柔性喷管要小。

④摆心漂移程度

珠承喷管的珠承接头是以刚性件支承喷射载荷的，在钢珠的接触部位只有轴向发生极微小的接触变形(经估算这种接触变形小到 0.04mm)，因而当燃烧室压强建立起来之后，摆心仅轴向产生微小的漂移(也就是接触变形)，而很微小的摆心漂移对控制系统是很有利的，柔性喷管有一定程度的摆心飘移。

⑤抗扭刚度

柔性喷管本身就具有足够的抗扭刚度，有资料介绍，设计柔性喷管时不需要进行抗扭刚度的校核计算。珠承喷管则需要设计附加的防扭装置来提供抗扭刚度。如果要求的抗扭刚度比较大，则珠承喷管的结构尺寸和质量都要有所增加，这是珠承喷管的缺点之一。为对某发动机提供 $400\text{N} \cdot \text{m}/(^{\circ})$ 的抗扭刚度，其防扭装置增加的质量约为 2kg，此值约为喷管总质量的 1.5%。

⑥其它

珠承喷管结构可靠性高，工艺性好，成本低和维护使用方便，是它的优点。更值得指出的是它的大多数性能不随环境温度的变化而大幅度改变，因此，它可以在很宽的温度范围内使用。

5.5.3 球窝喷管

球窝喷管与珠承喷管相类似，取消珠承喷管中的滚珠，使阴球面与阳球面直接接触，活动体所受的轴向载荷都由阴球面承受，具体见图 5-17。

球窝喷管是通过阳球体与阴球窝的球带配合面使阳球体能够绕喷管轴线上的一点进行全轴摆动的推力向量控制装置。球窝喷管作为一种固体火箭发动机推力向量控制装置有较好的综合性能。然而在进行球窝喷管的研制过程中，需要解决几个关键问题，首先是阴球窝的强度与刚度问题，阴球窝的承力球窝法兰在工作过程中所受的载荷最大，它

的强度和刚度直接关系到阴球窝能否将阳球体支撑以及阴球窝和阳球体之间能否密封，所以对承力球窝法兰进行应力、应变计算是十分必要的。其次，由球窝喷管的设计要求确定阴球窝与阳球体间的摆动力矩，以便为作动器的作动力矩提供依据。在阻力矩中，阴球窝与阳球体配合面的摩擦力矩是一个重要的因素，由于阴阳球体间的作用属面接触问题，要精确计算摆动摩擦力矩，需要计算阳球体与承力球窝法兰间的接触应力。

因此，球窝喷管设计中必须解决好以下五个问题：

(1) 球窝喷管结构设计技术

主要包括球窝喷管结构件、阴阳球窝、热结构、防扭机构等的总体结构布局设计、各组件的结构及密封方式，以及球窝喷管结构强度、热结构可靠度、运动仿真等内容。

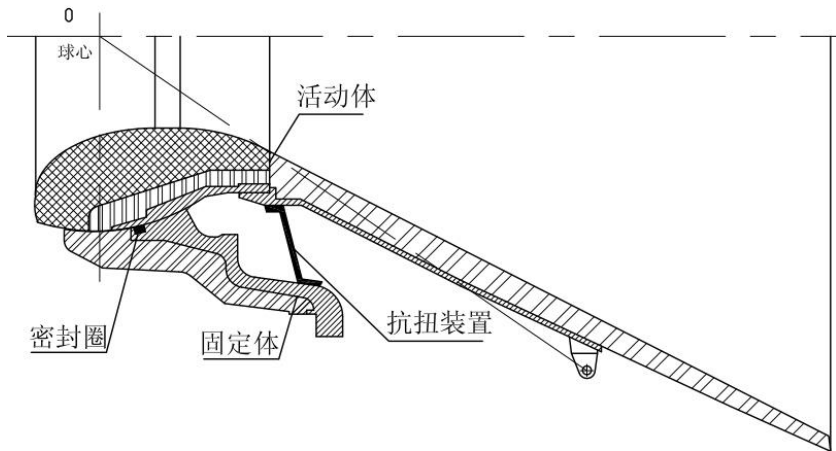


图 5-17 球窝喷管二维结构简图

(2) 球窝喷管固体自润滑技术

对阴、阳球窝接触分析计算，建立喷管工作中球窝接触载荷变化模型，提出阴阳球窝间固体润滑材料研制技术要求，通过固体润滑材料研制、摩擦磨损性能试验，获取耐高压、耐高低温、耐磨、与基材结合好的自润滑材料及其研制工艺。

(3) 防扭机构设计及研究

根据总体要求，确定防扭方式及设计参数，计算防扭机构阻尼力矩、刚度、强度及分析防扭机构阻尼力矩对摆动特性的影响，解决球窝喷管的抗扭转问题。

(4) 动密封技术

开展动密封结构设计及密封材料筛选，目的在于阻止燃烧室的燃气进入滑动球面，同时要求密封结构摩擦力矩小。

(5) 球窝喷管摆动特性研究

研究球窝喷管在低温、高压条件下力矩特性测试试验、频率特性试验及高压下的疲劳试验,以及在不同温度、不同容压下的摆动性能。

相对冷球窝喷管,热球窝喷管阴阳球体采用碳/碳复合材料,能够大幅度减轻喷管的惰性质量,大大提高发动机的质量比,国内对热球窝喷管的研究刚刚起步。

5.6 喷管热防护设计

发动机工作过程中,不断产生的高温高压燃气,由收敛段经喉部到扩张段,不断加速。在喉部流速达到当地音速,在喉部,热流密度最大。高温高压燃气,在喷管流动过程中,冲刷、烧蚀着内型面,并向外传递热量。与火焰相接触的喷管内壁面必须选用耐高温、抗冲刷、抗烧蚀的材料,而且还应具有一定的强度和冲击韧性。

对喷管外壁金属件,采取隔热措施,保证在发动机工作时间内,喷管外壁金属件保持的温度范围之内。一般情况下,铝件温升不超过 100°C ,钢件、钛件温升不超过 200°C 。

5.6.1 喉衬组件

喉衬组件由内层的多维编织碳/碳复合材料喉衬和外层的 5-II 石棉纤维酚醛树脂模压材料(或高硅氧/酚醛)的背壁绝热层所构成。

喉衬可以选石墨、钨渗铜、内表面镶嵌金属钨层的石墨、石墨渗铜、碳/碳复合材料(包括多维编织碳/碳复合材料、整体碳毡碳/碳复合材料)等材料。

钨喉衬几乎不存在烧蚀,但工艺复杂,成品率低,价格高。石墨、石墨渗铜和钨渗铜材料受热膨胀易被挤压破裂,选它们作为喉衬材料时,间隙设计尤为重要。钨渗铜喉衬密度大,不宜用于较大喉径的喷管上。目前综合性能较好的是碳/碳复合材料喉衬,但它的工艺流程长,价格高。喉衬内表面喷涂或内部植入耐高温金属的氧化物或碳化物可提高抗烧蚀能力。

四维以上的编织碳/碳复合材料喉衬,其整体性能、力学性能良好,加工过程中不易出现分层、裂纹等缺陷。其线烧蚀率与材料的编织结构及致密过程相关。

喉部的碳/碳复合材料厚度,设计厚度应使其试车后,喉衬余留厚度约为初始厚度的 $2/3$ 被认为是安全的。

背壁绝热层要具有良好的隔热性能，设计厚度估算试车完毕时，碳化厚度不应超过 90%。

对喉衬的应力、温度场进行计算，喉衬在发动机工作期间不应由于应力过大而破碎。

5.6.2 扩张段绝热层

工作时间短的小喷管扩张段绝热层材料可选用高硅氧布/酚醛缠绕，工作时间长的较大喷管的扩张段绝热层材料可选用碳布/酚醛-高硅氧布/酚醛复合缠绕。总厚度由入口处至出口连续减薄，出口处厚度为入口处的 35% 左右（不考虑出口加强环的厚度）。

内层的碳带/酚醛缠绕具有良好的抗烧蚀性且耐冲刷，其设计厚度约占扩张段绝热层的一半。估算试车完毕时，1/3 左右的碳带材料将被烧蚀。

外层的高硅氧带/酚醛缠绕材料价格低，具有较好的绝热作用，其设计厚度也约占扩张段绝热层的一半。估算试车完毕时，1/2 左右的材料将被碳化。

新型的 C/C 扩张段材料和高性能陶瓷绝热材料已开始应用，它将使扩张段绝热层重量减少一半左右。其技术难点除了材料的加工质量有待提高外，还有联接结构的设计和外部隔热结构的设计。

5.6.3 固定体绝热层

固定体绝热层粘在钛合金或高强度合金钢制成的固定体壳体的内表面以阻隔燃气。它一般采用高硅氧/酚醛缠绕材料。

5.6.4 柔性接头的热防护设计

非金属增强件柔性接头的热防护是依靠比弹性件加长的碳布/环氧模压材料所组成的隔热栅结构，柔性接头的外部有接头隔热环，用以保护柔性接头并对燃气进行导流。

非金属增强件柔性接头由于有碳隔热栅，自身热防护能力远较金属增强件柔性接头良好，不再使用金属增强件柔性接头所必需的橡胶隔热套和腻子作为附加的隔热结构，因而这种方案不但结构紧凑，结构质量也会相应减小。试车完毕，接头隔热环和碳隔热栅长度应有足够的安全裕量。

金属增强件柔性接头，采用波纹管式厚橡胶类的绝热套，并在内外腔中填充了苯醚撑硅不硫化腻子以进行柔性接头的热防护，该腻子是一种以硅油和橡胶为主的混合物。这种热防护结构有两个明显的缺陷：一是在例行冷摆中腻子会被挤出落在推进剂表面上

形成多余物，二是经长期贮存后硅油和填充物会发生分离和老化等物理、化学性能的变化，不但会增加喷管附加的摆动力矩，还可能明显影响结构的防热能力。如果取消填充的腻子，必须大幅增加绝热套的厚度来抵抗严重的烧蚀，以使防热套背燃气的一侧温度不致过高，这必然导致防热套的体积太大，不得不大幅度扩大结构空间，结果不但会增加消极质量，还会造成喷管摆动性能下降和推进剂质量的减少。

5.7 喷管内流场计算

发动机的热力计算对喷管流场按平衡流和冻结流进行计算，可提供如温度、产物比热比、产物气体常数、燃气密度、产物定熵膨胀系数、特征速度、喷管内平均定熵指数等燃气参数。燃气流在 0.001~0.002s 时间内流过喷管，向壁面的热量传导与气流的热量相比，所占比例很小，含铝燃烧剂产生的铝氧化物粒子速度落后于气相流速，燃气不能进行完全膨胀，带来损失，假设为绝热定熵过程有一定偏差。进一步需要进行两相流计算，但一维流场特性是最基本的喷管气动设计计算。

5.7.1 一维流动

$$\text{温 度 :} \quad 1 + \frac{(k-1)Ma^2}{2} = \frac{T_0}{T} \quad (5-29)$$

$$\text{压 强 :} \quad \left(1 + \frac{k-1}{2}Ma^2\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{P_0}{P} \quad (5-30)$$

$$\text{密 度 :} \quad \left(1 + \frac{k-1}{2}Ma^2\right)^{\frac{1}{k-1}} = \frac{\rho_0}{\rho} \quad (5-31)$$

$$\text{面 积 比 :} \quad \frac{A}{A_t} = \frac{1}{Ma} \left[\frac{2 \left(1 + \frac{k-1}{2}Ma^2\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}}{k+1} \right] \quad (5-32)$$

流 速 :

$$v = Ma \sqrt{\frac{kP_0}{1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \rho_0}}$$

(5-33)

比 热 比 函 数 :

$$\Gamma = \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$$

(5-34)

式中:

k —喷管扩张段气流平均比热比;

A_t —喷管平均喉面积;

P_0 —发动机滞止压强;

Ma —马赫数。

下标 0 表示滞止参数, Ma 由喷管入口处计算到出口, 喷管初始扩张比 ε_n 是已知的。

P_0 、 ρ_0 和 T_0 都是滞止状态下的参数, 计算过程中, 可以认为固体火箭发动机燃烧室为滞止条件。按照公式 (5-32), 由面积比 A/A_t 计算出喷管型面各处的 Ma 数, 代入 (5-29)~(5-31)、(5-33), 计算出温度、压强、密度、流速在喷管内的分布。

5.7.2 二维两相流场

在推进剂中加入金属粉末能提高复合固体推进剂的能量并抑制不稳定燃烧; 燃烧产物与燃气混合形成的气固两相流, 又会引起推力损失; 颗粒在喷管中运动会碰撞在喷管壁上, 加速了壁面的磨损和腐蚀。所以研究喷管中的两相流动对于喷管设计和热防护都有重要意义。气固两相流可以分为稠密和稀疏两相流。稠密两相流的特征是颗粒之间有相互作用, 其运动主要决定于颗粒之间的碰撞(如流化床); 稀疏两相流则不计颗粒之间的相互作用, 颗粒的运动主要受外界力和颗粒惯性力的作用, 固体火箭发动机喷管内流场和尾流场大多属这种类型。在两相流模型中, 应用得较广泛的是颗粒轨道模型(欧拉-拉格朗日模型)和双流体模型, 对于稀疏两相流来说常用颗粒轨道模型。

国内外对火箭发动机喷管中两相流的研究已经开展了多年, 如 C. F. Hwang 和 G. C.

Chang采用时间推进、显式MacCormack格式求解气相方程，采用拉格朗日方法追踪颗粒的速度、轨道和温度，计算了喷管中的气固两相流动；I. ShihChang采用多流体模型和时间推进法求解了Titan发动机的斜置喷管的两相流场，类似有很多研究者都用欧拉—拉格朗日方法、欧拉—欧拉方法计算了喷管、羽流等超声速两相流场。国内的研究者中，候晓用近似因子分解法和颗粒轨迹法结合对喷管跨声速两相湍流流动进行了数值模拟；淡林鹏等用欧拉—拉格朗日法对长尾喷管两相流动进行了数值模拟；李江等不仅对固体火箭发动机凝相颗粒的运动规律进行了数值模拟，还进行了一定的实验研究；李东霞等对火箭发动机内的两相流动的双流体模型进行了研究；曾卓雄等对可压缩稀相流场进行了研究。

本文将重点介绍无滑移单流体模型、双流体模型及颗粒轨道模型。

5.7.2.1 无滑移单流体模型

无滑移单流体模型构建于欧拉框架。在气固两相流动系统中，如果假定颗粒速度与当地气体速度相同，颗粒的湍流扩散系数与当地气体的湍流扩散系数也相同，且颗粒温度与流体温度相同或等于常量，则可将气固两相合并为一特殊的单相流体，其控制方程可大大简化。

这种模型优于形式简单，计算方便，在早期的两相流研究中使用较广。由于在大多数情况下悬浮液体中的流体与颗粒之间总会存在速度差和温度差，特别是在起始段差别可以很大。因此应用这种方法算出的结构与实际差别较大。只有当颗粒尺寸很小时，才能得到满意的结果。

主要数学模型如下：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}_f) &= 0 \\ \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_p \vec{u}_p) &= \nabla \cdot (D_p \nabla \rho_p)\end{aligned}\tag{5-35}$$

或

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \vec{u}_f \cdot \nabla \rho_p = \nabla \cdot (D_p \nabla \rho_p) - \nabla \cdot \frac{\vec{f}_p \rho_p}{F}\tag{5-36}$$

以及

$$\frac{\partial \rho_p \overline{u_f}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \overline{u_f} \overline{u_f}) = -\nabla p + \nabla \cdot \overline{\tau_f} + \rho_f \overline{f_f} \quad (5-37)$$

$$\frac{\partial \rho_p E_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \overline{u_f} E_f) = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot \mathbf{u_f} p + \nabla \cdot \overline{u_f \tau_f} + \rho_f \mathbf{u_f} \cdot \overline{f_f} + Q_f \quad (5-38)$$

无滑移单流体模型目前已比较成熟，当采用该模型进行数值计算时，可以自行编程或借用商业计算流体力学软件，如 FLUENT、CFX 等。

5.7.2.2 双流体模型

5.7.2.2.1 模型的应用背景及特点

双流体模型是基于欧拉框架进行构建的，是一种相对较为复杂的多相流模型，它将各相看成相互渗透、耦合但又具有不同运动特征连续介质，建立了一套包含有两相动量方程和连续性方程的方程组来求解每一相。压力项和各界面交换系数是耦合在一起的，耦合的方式则依赖于所含相的情况，颗粒流（流—固）的处理与非颗粒流（流—流）的处理是不同的。对于颗粒流，可应用分子运动理论来求得流动特性，不同相之间的动量交换也依赖于混合物的类别，该模型的应用包括气泡柱、上浮、颗粒悬浮以及硫化床。比之单流体模型，双流体模型考虑了固相的湍流输运以及气固两相间相互滑移引起的阻力，其计算结果在大多数情况下更解决于实际。该模型可以对各相进行单独的计算，每相都有单独的守恒方程，具有很大的适应性。但由于方程数增加使计算趋于复杂，特别是当颗粒结构尺寸存在差别时，各相都有进行独自计算迭代，计算量巨大。

5.7.2.2.2 主要数学模型

1) 守恒方程

双流体模型的守恒方程也是由质量守恒方程（连续性方程）、动量守恒方程、能量守恒方程组成。

① 连续性方程

q 相的连续性方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} (a_q \rho_q) + \nabla \cdot (a_q \rho_q \overline{\mathbf{v}_q}) = \sum_{p=1}^n \dot{m}_{pq} \quad (5-39)$$

这里 a_q 为 q 相的体积分数， ρ_q 为 q 相的物理密度， $\overline{\mathbf{v}_q}$ 是 q 相的速度， \dot{m}_{pq} 表示从 p

相到 q 相的质量传递，从质量守恒方程可得

$$\dot{m}_{pp} = -\dot{m}_{qp} \quad (5-40)$$

②动量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(a_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (a_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = -\nabla P + \nabla \cdot \overline{\overline{\tau}}_q + \sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq} + a_q \rho_q (\vec{F}_q + \vec{F}_{\text{lift},q} + \vec{F}_{\text{vm},q}) \quad (5-41)$$

其中， $\overline{\overline{\tau}}_q$ 是第 q 相的压力应变张量，其表达式为：

$$\overline{\overline{\tau}}_q = a_q \mu_q (\nabla \vec{v}_q + \nabla \vec{v}_q^T) + a_q (\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q) \nabla \cdot \vec{v}_q \vec{I} \quad (5-42)$$

式中， μ_q 、 λ_q 是 q 相的剪切和体积粘度， \vec{F}_q 是外部体积力， $\vec{F}_{\text{lift},q}$ 是升力， $\vec{F}_{\text{vm},q}$ 虚拟质量力， \vec{R}_{pq} 是相互间的相互作用力，p 是所有相共享的压力， \vec{v}_{pq} 是相间速度。定义如下：如果 $\dot{m}_{pq} < 0$ ，（也就是，相 q 的质量传递到相 p）， $\vec{v}_{qp} = \vec{v}_q$ 和 $\vec{v}_{pq} = \vec{v}_{qp}$ 。

方程（5-41）必须有合适的表达使相间作用力 \vec{R}_{pq} 封闭，这个力依赖于摩擦力、压力、内聚力和其它影响，并服从条件 $\vec{R}_{pq} = -\vec{R}_{qp}$ 和 $\vec{R}_{pp} = 0$

可使用下面的形式的相互作用力：

$$\sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} = \sum_{p=1}^n K_{pq} (\vec{v}_p - \vec{v}_q) \quad (5-43)$$

2) 相间交换系数

①液-液交换系数

$$K_{ll} = \frac{a_p \rho_p f}{\tau_p} \quad (5-44)$$

这里，颗粒松弛时间 τ_p 定义为

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_q} \quad (5-45)$$

d_p 是 p 相液滴的直径。

曳力函数 f 对不同的交换系数模型而言定义不同，但几乎都包含一个基于相对雷诺数 (Re) 的曳力系数 (C_D)。

②液-固交换系数

液-固交换系数 K_{sl} 以下面的通用形式写出：

$$K_{sl} = \frac{a_s \rho_s f}{\tau_s} \quad (5-46)$$

这里，颗粒松弛时间 τ_s 定义为

$$\tau_s = \frac{\rho_s d_s^2}{18\mu_l} \quad (5-47)$$

式中， d_s 是 s 相颗粒的直径。

曳力函数 f 在不同的交换系数模型中其定义不同。

③固-固交换系数

固-固交换系数 K_{ss} 有如下的形式：

$$K_{ss} = \frac{3(1+e_{ss}) \left(\frac{\pi}{2} + C_{fr,ss} \frac{\pi^2}{8} \right) a_p \rho_p a_q \rho_q (d_p + d_q)^2 g_{0,ss}}{2\pi(\rho_p d_q^3 + \rho_q d_p^3)} \left| \vec{v}_p - \vec{v}_q \right|$$

(5-48)

式中： e_{ss} 为恢复系数， $C_{fr,ss}$ 为第 p 相和第 q 相之间的摩擦系数， d_p 为固体 p 颗粒的直径， $g_{0,ss}$ 为径向分布函数。

5.7.2.2.3 固体压力

对于可压缩机制下的颗粒流动，固体压力应独立计算并且用作颗粒相动量方程中的压力梯度项 ∇p_s ，因为麦克斯韦 (Maxwellian) 速度分布用于颗粒，将颗粒拟温度引入了模型并出现在固体压力和黏度的表达式中，由于颗粒的碰撞，固体压力由动能项和第二

相组成

$$p_s = a_s \rho_s \Theta_s + 2 \rho_s (1 + e_{ss}) a_s^2 g_{0,ss} \Theta_s \quad (5-49)$$

式中： Θ_s 为颗粒拟温度，改值与颗粒运动的波动动能是成比例的。 $g_{0,ss}$ 控制了从 $a < a_{s,max}$ 的可压缩条件到 $a = a_{s,max}$ 的不可压缩条件。

径向分布函数 g_0 是一个当固体颗粒相变密时用于修改颗粒之间碰撞概率的修正因子。这个函数也可解释为小球之间的无量纲距离

$$g_0 = \frac{s + d_p}{s} \quad (5-50)$$

式中， s 是颗粒之间的距离，由 g_0 表达式 (5-50) 可看出：对于稀疏固体相， $s \rightarrow \infty$ ，所以， $g_0 \rightarrow 1$ 。当固体相紧凑到一定限度内， $s \rightarrow 0$ ， $g_0 \rightarrow \infty$ 。径向分布函数与关于非均匀气体有 Chapman 和 Cowling 理论的 χ 因子紧密联系。对于稀有气体， $\chi = 1$ ，当分子靠的非常近以致运动不可能发生时，它会逐渐增加并趋向无穷大。

径向分布函数为

$$g_0 = \left[1 - \left(\frac{a_s}{a_{s,max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} \quad (5-51)$$

当固体相数大于 1 是，式 (5-51) 可扩展为

$$g_{0,u} = \left[1 - \left(\frac{a_l}{a_{l,max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1}$$

(5-52)

这里， $a_{l,max}$ 是由计算者在问题的设置过程中指定的，且

$$g_{0,lm} = \frac{d_m g_{0,u} + d_l g_{0,mm}}{d_m + d_l} \quad (5-53)$$

5.7.2.2.4 固体剪切应力

固体应力张量包含由于平移和碰撞而从颗粒的动量交换中产生的剪切和体积粘度。粘度的摩擦分量也可以包含在当固体颗粒相达到最大固体颗粒分数是出现的粘塑行变迁中。固体剪切粘度包括碰撞部分、动力部分和摩擦部分。

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} + \mu_{s,fr} \quad (5-54)$$

碰撞粘度

$$\mu_{s,col} = \frac{4}{5} a_s \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \left(\frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5-55)$$

动力粘度

$$\mu_{s,kin} = \frac{a_s d_s \rho_s \sqrt{\Theta_s \pi}}{6(3 - e_{ss})} \left[1 + \frac{2}{5} (1 + e_{ss}) (3e_{ss} - 1) a_s g_{0,ss} \right] \quad (5-56)$$

体积粘度

体积粘度解释为颗粒压缩和扩张的抵抗力，根据 Lun 等人的研究，有以下形式：

$$\lambda_s = \frac{4}{3} a_s \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \left(\frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5-57)$$

摩擦粘度

在低剪切密集流动中，固体的第二相体积分分数接近于压缩极限，应力的产生主要是由于颗粒之间的摩擦。如果计算中包含摩擦粘度，可使用 Schaeffer 公式

$$\mu_{s,fr} = \frac{p_s \sin \Phi}{2\sqrt{I_{2D}}} \quad (5-58)$$

式中， p_s 是固体压力， Φ 是内部摩擦角， I_{2D} 是偏应力张量的第二不变式。它也可以被指

定为常

数或用户定义的摩擦粘度。

5.7.2.2.5 颗粒拟温度

第 s 固体相的颗粒拟温度是与颗粒的随机运动的动能成比例的。从动能理论得到的输运方程采用如下形式：

$$\frac{3}{2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (a_s \rho_s \Theta_s) + \nabla \cdot (a_s \rho_s \vec{v}_s \Theta_s) \right] = \left(-\bar{p}_s \bar{\mathbf{I}} + \bar{\tau}_s \right) : \nabla \cdot \vec{v}_s + \nabla \cdot (\mathbf{k}_{\Theta_s} \nabla \Theta_s) - \gamma \Theta_s + \phi_s \quad (5-59)$$

式中: $\left(-\bar{p}_s \bar{\mathbf{I}} + \bar{\tau}_s \right) : \nabla \cdot \vec{v}_s$ 为固体应力张量产生的能量; $(\mathbf{k}_{\Theta_s} \nabla \Theta_s)$ 为颗粒能量扩散通量; $\gamma \Theta_s$ 为能量的碰撞耗散; ϕ_s 为第 1 液体相或固体相和第 s 固体相之间的能量交换。

能量的碰撞耗散 $\gamma \Theta_s$ 代表了由于颗粒之间的碰撞在第 s 固体相内的能量耗散率。从第 s 固体相到第 1 液体相或固体相粒子的速度随机波动动能的传递由 ϕ_s 描述。

$$\phi_s = -3K_{ls} \Theta_s \quad (5-60)$$

5.7.2.2.6 湍流模型

在 k- ϵ 模型内常用三种方法模拟多相流中的湍流: 混合湍流模型、分散湍流模型和每相湍流模型。

(1) 混合湍流模型

混合湍流模型是默认的多相湍流模型, 它代表了单相的 k- ϵ 模型的第一扩展, 应用于相分离、分层的多相流以及相之间的密度比接近于 1 的情况。这种情形下, 使用混合属性和混合速度捕获湍流的重要特征是足够的。

描述这个模型的 k- ϵ 的方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m k) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m k) &= \nabla \cdot \left(\frac{\mu_{t,m}}{\sigma_k} \nabla k \right) + G_{k,m} - \rho_m \epsilon \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \epsilon) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m \epsilon) &= \nabla \cdot \left(\frac{\mu_{t,m}}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon \right) + \frac{\epsilon}{k} (C_1 \epsilon G_{k,m} - C_{2\epsilon} \rho_m \epsilon) \\ \text{混合密度} \quad \rho_m &= \sum_{i=1}^N a_i \rho_i \\ \text{混合速度} \quad \vec{v}_m &= \frac{\sum_{i=1}^N a_i \rho_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^N a_i \rho_i} \\ \text{湍流粘度} \quad \mu_{t,m} &= \rho_m C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \\ \text{湍流动能产生项} \quad G_{k,m} &= \mu_{t,m} \left[\nabla \vec{v}_m + (\nabla \vec{v}_m)^T \right] : \nabla \vec{v}_m \end{aligned} \quad (5-61)$$

这些方程中的常数与单相的 k- ϵ 模型中的描述相同。

(2) 分散湍流模型

模拟湍流的分散方法涉及以下假设：

①采用修正的 k- ϵ 模型描述连续相：连续相湍流预测是通过使用标准的 k- ϵ 模型并补充包含相间湍流动量传递的附加项获得的。

②采用 Tchen-theory 关系式描述离散相：离散相湍流度的预测是采用 Tchen 的均匀湍流历史粒子分量理论来获得的。

③相间湍流动量传递：在湍流多相流动中，动量交换项包含了离散相瞬态分布和湍流流体运动之间的关系，需要考虑湍流流动所引起的离散相输送的分散问题。

④相加权平均方法：在模拟湍流多相流的分散时平均方法的选择是有影响的，两步平均法会导致出现相体积分数的波动。然而，当是由两步平均法加上对湍流的相加权平均时，体积分数的湍流波动不会出现。

1) 连续相中的湍流

涡粘性模型常用于计算平均波动量，连续相 q 的雷诺应力张量采用如下形式：

$$\overline{\tau_q} = -\frac{2}{3}(\rho_q k_q + \rho_q \mu_{t,q} \nabla \cdot \vec{U}_q) \bar{I} + \rho_q \mu_{t,q} (\nabla \vec{U}_q + \nabla \vec{U}_q^T) \quad (5-62)$$

这里， \vec{U}_q 是相加权速度。

根据 q 相的湍流动能，湍流粘度 $\mu_{t,q}$ 写成如下形式：

$$\mu_{t,q} = \rho_q C_\mu \frac{k_q^2}{\epsilon_q} \quad (5-63)$$

载能湍流涡的特征时间定义如下：

$$\tau_{t,q} = \frac{3}{2} C_\mu \frac{k_q}{\epsilon_q} \quad (5-64)$$

这里， ϵ_q 是耗散率， $C_\mu = 0.09$ 。

湍流涡的长度标尺为：

$$L_{t,q} = \sqrt{\frac{3}{2}} C_{\mu} \frac{k_q^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon_q} \quad (5-65)$$

湍流预测从修正的 $k-\varepsilon$ 模型获得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (a_q \rho_q k_q) + \nabla \cdot (a_q \rho_q \vec{U}_q k_q) = & \nabla \cdot (a_q \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_k} \nabla k_q) + a_q G_{k,q} \\ & - a_q \rho_q \varepsilon_q + a_q \rho_q \Pi k_q \end{aligned}$$

(5-66)

和

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (a_q \rho_q \varepsilon_q) + \nabla \cdot (a_q \rho_q \vec{U}_q \varepsilon_q) = & \nabla \cdot (a_q \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_{\varepsilon}} \nabla \varepsilon_q) \\ & + a_q \frac{\varepsilon_q}{k_q} (C_{1\varepsilon} G_{k,q} - C_{2\varepsilon} \rho_q \varepsilon_q) + a_q \rho_q \Pi \varepsilon_q \end{aligned}$$

(5-67)

这里， Πk_q 、 $\Pi \varepsilon_q$ 代表了分散相对连续相 q 的影响， $G_{k,q}$ 代表了湍流动能的产生，所有其它项与单相 $k-\varepsilon$ 模型中的项有相同的意义。

2) 离散相中的湍流

表征运动的时间和长度标尺用于估分数稀疏，相关函数和每一分散相的湍流动能，和作用于离散相 p 的惯性影响相连接的特征粒子的松弛时间定义为

$$\tau_{F,pq} = a_p \rho_p K_{pq}^{-1} \left(\frac{\rho_q}{\rho_q} + C_V \right) \quad (5-68)$$

沿着颗粒轨道计算的拉格朗日积分时间标尺主要受交叉轨道的影响，其定义为

$$\tau_{t,pq} = \frac{\tau_{t,q}}{\sqrt{(1 + C_{\beta} \xi_{\tau}^2)}} \quad (5-69)$$

式中：

$$\xi_{\tau} = \frac{\left| \vec{v}_{pq} \right| \tau_{t,q}}{L_{t,q}}$$

$$C_{\beta} = 1.8 - 1.35 \cos^2 \varphi$$

其中， φ 是平均颗粒速度和平均相对速度的夹角，这些方程中的两个特征时间比值写做：

$$\eta_{pq} = \frac{\tau_{t,pq}}{\tau_{F,pq}} \quad (5-70)$$

根据 Simonin 的研究，可将离散相 p 的湍流量度写为如下形式：

$$\begin{aligned} k_p &= k_q \left(\frac{b^2 + \eta_{pq}}{1 + \eta_{pq}} \right) \\ k_{pq} &= 2k_q \left(\frac{b + \eta_{pq}}{1 + \eta_{pq}} \right) \\ D_{t,pq} &= \frac{1}{3} k_{pq} \tau_{t,pq} \end{aligned} \quad (5-71)$$

$$\begin{aligned} D_p &= D_{t,pq} + \left(\frac{2}{3} k_p - b \frac{1}{3} k_{pq} \right) \tau_{F,pq} \\ b &= (1 + C_v) \left(\frac{\rho_q}{\rho_p} + C_v \right)^{-1} \end{aligned}$$

式中， C_v 是附加的质量系数。

3) 相间湍流动量传递

多相流的湍流曳力项表达式如式 (5-43)，对于离散相 p 和连续相 q：

$$K_{pq}(\vec{v}_p - \vec{v}_q) = K_{pq}(\vec{U}_p - \vec{U}_q) - K_{pq}\vec{v}_{dr} \quad (5-72)$$

方程 (5-72) 右边的第二项包含漂移速度

$$\vec{v}_{dr} = - \left(\frac{D_p}{\sigma_{pq} a_p} \nabla a_p - \frac{D_q}{\sigma_{pq} a_q} \nabla a_q \right) \quad (5-73)$$

式中： D_p 和 D_q 是扩散率， σ_{pq} 是湍流 Schmidt 数，当在多相流中是由 Tchen 的理论时，

可假设 $D_p = D_q = D_{t,pq}$ ，并默认 σ_{pq} 的值为 0.67。

在体积分中漂移速度起因于湍流波动，当乘以交换系数 K_{pq} 时，它用作湍流动量交换项的修正。

(3) 每相湍流模型

最普通的多相湍流模型为每一相求解一套 $k-\epsilon$ 输运方程，当湍流传递在相间起重要作用时，这个湍流模型是合适的选择。

1) 输运方程

雷诺应力张量和湍流粘度采用方程 (5-62) 和 (5-63) 计算，湍流预测从下式获得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(a_q \rho_q k_q) + \nabla \cdot (a_q \rho_q \vec{U}_q k_q) = \nabla \cdot (a_q \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_k} \nabla k_q) + (a_q G_{k,q} - a_q \rho_q \epsilon_q) \\ \sum_{i=1}^N K_{lq}(C_{lq} k_l - C_{ql} k_q) - \sum_{i=1}^N K_{lq}(\vec{U}_l - \vec{U}_q) \cdot \frac{\mu_{t,l}}{a_l \sigma_l} \nabla a_l + \sum_{i=1}^N K_{lq}(\vec{U}_l - \vec{U}_q) \cdot \frac{\mu_{t,l}}{a_l \sigma_l} \nabla a_q \end{aligned} \quad (5-74)$$

和

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(a_q \rho_q \epsilon_q) + \nabla \cdot (a_q \rho_q \vec{U}_q \epsilon_q) = \nabla \cdot (a_q \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_k} \nabla \epsilon_q) + \frac{\epsilon_q}{k_q} (C_{1\epsilon} a_q G_{k,q} \\ - C_{2\epsilon} a_q G_{k,q} a_q \rho_q \epsilon_q + C_{3\epsilon} (\sum_{l=1}^N K_{lq}(C_{lq} k_l - C_{ql} k_q) - \sum_{l=1}^N K_{lq}(\vec{U}_l - \vec{U}_q) \cdot \frac{\mu_{t,l}}{a_l \sigma_l} \nabla a_l \\ + \sum_{l=1}^N K_{lq}(\vec{U}_l - \vec{U}_q) \cdot \frac{\mu_{t,q}}{a_q \sigma_q} \nabla a_q) \end{aligned} \quad (5-75)$$

C_{lq} 和 C_{ql} 可近似为

$$\begin{aligned} C_{lq} &= 2 \\ C_{ql} &= 2 \left(\frac{\eta_{lq}}{1 + \eta_{lq}} \right) \end{aligned} \quad (5-76)$$

2) 相间湍流动量传递

湍流曳力项[方程(5-43)中的 $\mathbf{K}_{pq}(\vec{v}_p - \vec{v}_q)$]如下，其中 1 是分散相[代替方程(5-43)

中的 p]，q 是连续相：

$$\sum_{l=1}^N K_{lq}(\vec{v}_p - \vec{v}_q) = \sum_{l=1}^N K_{lq}(\vec{U}_l - \vec{U}_q) - \sum_{l=1}^N K_{lq} \vec{v}_{dr,lq} \quad (5-77)$$

这里， \vec{U}_l 、 \vec{U}_q 是相加权速度， $\vec{v}_{dr,lq}$ 是相 1 的漂移速度[使用方程 (5-73) 计算，用 1 取代 p]。

5.7.2.3 颗粒轨道模型

颗粒轨道模型基于欧拉—拉格朗日框架，该模型认为流体相是连续的，颗粒相是离散的。根据气固两相系统中颗粒运动的特点，该模型将两相流动中颗粒的运动过程分解为受冲力支配的瞬时冲撞运动和受流体曳力控制的悬浮运动，从而建立了颗粒运动分解模型。该模型中，流体的运动规律用连续介质的 N-S 方程进行描述，而颗粒的行为则通过拉格朗日坐标系中分析每一个单颗粒的运动轨道而进行描述。其中，在颗粒与颗粒相互作用的过程中，其运动规律服从碰撞力学中的动量守恒定律，在流体与颗粒相互作用的悬浮过程中，颗粒在曳力、重力等力的作用下，其运动规律服从牛顿动力学的平衡方程。这样，每个颗粒的速度及位移的更新由邻近颗粒对它的碰撞过程及流体对它的悬浮过程来确定。与此同时，颗粒对流体的瞬时作用则反映在离散的、两相耦合的 N-S 方程不断得以修正的数值求解过程中。

当采用拉格朗日方法对固相运动进行描述时，随着固相浓度的增加，颗粒间的碰撞对气固两相流动有非常重要的影响，因此，必须考虑颗粒与颗粒之间的作用。根据处理颗粒碰撞方式和计算方法的不同，现阶段计算机模拟主要采用两种模型：即软球模型和硬球模型。

5.7.2.3.1 软球模型

软球模型从最基本的物理定律出发来考虑颗粒间的受力，并通过运动轨迹跟踪流场内的每一个颗粒，能够比较准确细腻的描述颗粒碰撞过程的作用力，并模拟计算的固相浓度能达到的空间饱和状态，因而适用于密相流化床、密相气力输送和料仓中重力流动等稠密气固两相流动的建模与计算。该模型的一个很大的优点是可以处理多个颗粒同时碰撞，但该模型的计算量大。目前该模型的应用成果仅限于大尺寸颗粒、小规模装置以及短时间的模拟，尚不能用于工程意义上端稠密气固两相流问题，因此，不适用于计算固体火箭发动机喷管内流场和尾流场。

5.7.2.3.2 硬球模型

硬球模型基于冲量守恒定律，认为颗粒间碰撞是瞬时发生的，与软球模型相比，不考虑颗粒受力变形等细节，而是采用恢复系数和摩擦系数直接求解颗粒碰撞后的速度并假设颗粒的碰撞过程是在一个时间步长内完成的，因而有效的节省了计算时间以及计算机

内存。然而，该模型假设颗粒间的碰撞为两两碰撞，所有无法处理三体或三体以上同撞的情况。硬球模型适用与低浓度、快速颗粒流的模拟，因此，可对固体火箭发动机内气体流动进行计算。

下面对其数学模型进行说明。

设两个颗粒 a、b，半径分别为 r_a 、 r_b ，质量分别为 m_a 、 m_b ，碰撞前的线速度和角速度分别为 \mathbf{v}_a^0 、 $\boldsymbol{\omega}_a^0$ 、 \mathbf{v}_b^0 、 $\boldsymbol{\omega}_b^0$ ，碰撞后的线速度和角速度分别为 \mathbf{v}_a 、 $\boldsymbol{\omega}_a$ 、 \mathbf{v}_b 、 $\boldsymbol{\omega}_b$ ，而 e 、 e_{wall} 分别为颗粒与颗粒、颗粒与壁面碰撞时的恢复系数。

在两个颗粒碰撞时做以下假设：

- ①颗粒是球形的，且是准刚性的，碰撞后的颗粒不变形；
- ②假设颗粒碰撞是二体的瞬时碰撞；
- ③碰撞仅发生在两个颗粒的接触点上；
- ④颗粒间的相互作用是瞬时冲力，在碰撞过程中忽略其它力。

硬球模型中，颗粒间的碰撞是二体瞬时碰撞，颗粒间的碰撞满足动量定理

$$\begin{aligned} m_a(\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_a^0) &= \mathbf{J} \\ m_b(\mathbf{v}_b - \mathbf{v}_b^0) &= \mathbf{J} \\ I_a(\boldsymbol{\omega}_a - \boldsymbol{\omega}_a^0) &= \mathbf{r}_a \times \mathbf{J} \\ I_b(\boldsymbol{\omega}_b - \boldsymbol{\omega}_b^0) &= \mathbf{r}_b \times \mathbf{J} \end{aligned} \quad (5-78)$$

其中， \mathbf{n} 为碰撞时的颗粒 a 的质心指向颗粒 b 的质心的单位法向量， \mathbf{J} 是施加在颗粒上的冲量；

$I = 0.4mr^2$ ，是转动惯量， m_a 、 m_b 、 r_a 、 r_b 、 \mathbf{v}_a^0 、 $\boldsymbol{\omega}_a^0$ 、 \mathbf{v}_b^0 、 $\boldsymbol{\omega}_b^0$ 和碰撞前颗粒的位置是给定的，只有冲量 \mathbf{J} 和碰撞后的颗粒速度 \mathbf{v}_a 、 $\boldsymbol{\omega}_a$ 、 \mathbf{v}_b 、 $\boldsymbol{\omega}_b$ 未知的。

为求解上述方程的未知量，再做以下假设：

- ①在颗粒碰撞时，颗粒质心间的距离为两颗粒的半径和，且颗粒不发生变形；
- ②颗粒的滑动摩擦服从库仑定律；
- ③一旦一个颗粒停止了滑移，就不会有进一步的滑移。

设 $\mathbf{G}^{(0)}$ 、 \mathbf{G} 分别为颗粒碰撞前和碰撞后的相对速度， f 为摩擦系数， κ 为颗粒相对速度

的切向单位向量， $\mathbf{G}_{ct}^{(0)}$ 是颗粒碰撞前相对速度的切向分量。

当两个颗粒在碰撞时有滑移时，碰撞后的速度公式为

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a &= \mathbf{v}_a^0 - (\mathbf{n} + f\boldsymbol{\kappa})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)})(1+e) \left(\frac{\mathbf{m}_b}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} \right) \\ \mathbf{v}_b &= \mathbf{v}_b^0 - (\mathbf{n} + f\boldsymbol{\kappa})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)})(1+e) \left(\frac{\mathbf{m}_a}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} \right) \\ \boldsymbol{\omega}_a &= \boldsymbol{\omega}_a^0 + \left(\frac{5}{2r_a} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)})(\mathbf{n} \times \boldsymbol{\kappa})(1+e) \left(\frac{\mathbf{m}_b}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} \right) \\ \boldsymbol{\omega}_b &= \boldsymbol{\omega}_b^0 + \left(\frac{5}{2r_a} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)})(\mathbf{n} \times \boldsymbol{\kappa})(1+e) \left(\frac{\mathbf{m}_a}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} \right) \end{aligned} \quad (5-79)$$

当两个颗粒在碰撞时停止滑移，碰撞后的速度公式为：

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a &= \mathbf{v}_a^0 - \left\{ (1+e)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}) + \frac{2}{7} |\mathbf{G}_{ct}^{(0)}| \boldsymbol{\kappa} \right\} \frac{\mathbf{m}_b}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} \\ \mathbf{v}_b &= \mathbf{v}_b^0 - \left\{ (1+e)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{(0)}) + \frac{2}{7} |\mathbf{G}_{ct}^{(0)}| \boldsymbol{\kappa} \right\} \frac{\mathbf{m}_a}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} \\ \boldsymbol{\omega}_a &= \boldsymbol{\omega}_a^0 - \left(\frac{5}{7r_a} \right) |\mathbf{G}_{c\kappa}^{(0)}| (\mathbf{n} \times \mathbf{t}) \frac{\mathbf{m}_b}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} \\ \boldsymbol{\omega}_b &= \boldsymbol{\omega}_b^0 - \left(\frac{5}{7r_b} \right) |\mathbf{G}_{c\kappa}^{(0)}| (\mathbf{n} \times \mathbf{t}) \frac{\mathbf{m}_a}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} \end{aligned} \quad ((5-80))$$

其中， $\mathbf{G}_{ct} = \mathbf{G} - (\mathbf{G} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + r_i \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{n} + r_j \boldsymbol{\omega}_j \times \mathbf{n}$ 。

判断颗粒碰撞时是否滑移的条件是

$$J_t > -\frac{2}{7} \frac{\mathbf{m}_a \mathbf{m}_b}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} |\mathbf{G}_{ct}^{(0)}| \quad (5-81)$$

判断颗粒碰撞时停止滑移的条件是

$$J_t = -\frac{2}{7} \frac{\mathbf{m}_a \mathbf{m}_b}{\mathbf{m}_a + \mathbf{m}_b} |\mathbf{G}_{ct}^{(0)}| \quad (5-82)$$

5.7.3 采用 FLUENT 软件进行喷管流场计算需注意的问题

目前，一般采用 FLUENT 软件进行喷管流场数值模拟。在喷管流场计算过程中，离散相只考虑 Al_2O_3 粒子，忽略其它烧蚀产物的影响，采用颗粒轨道模型，并假设：

a. 气、固两相之间只有热量和动量交换而没有质量交换，忽略重力对颗粒运动的影响及体积力；

b. 颗粒为固体，设粒子为球形，选取平均直径为 $5\mu\text{m}$ 为代表半径，并且在流动过程中没有相变，颗粒之间无碰撞；

c. 颗粒与流体之间为两相平衡流动，无速度温度滑移；当考虑粒子受到湍流的作用影响时，采用随机轨道模型；

d. 颗粒内部温度均匀。

但标准的 FLUENT 界面并不能满足每个用户的需要，用户自定义函数 (UDF) 的使用可以定制 FLUENT 代码来满足用户的特殊需要。UDF 可以处理边界条件、修改源项、定义材料属性、变量初始化等问题，用户可以使用 C 语言编写扩展 FLUENT 的程序代码，然后动态加载到 FLUENT 环境中，与 FLUENT 模块的内部数据进行交流，从而可以解决一些标准的 FLUENT 模块不能解决的问题。在进行喷管流场分析时需通过 UDF 将 FLUENT 中的标准模块进行修改直至符合发动机的实际工作情况，以保证计算精度。

5.8 喷管热结构分析

固体火箭发动机常用的含铝复合推进剂燃烧稳定高达 3500K，高压下的燃气以高速流过喷管，且伴有粒子流的侵蚀。恶劣的条件使喷管必须采取有效的热防护措施。因此，喷管的不同部位需采用不同的热防护材料，使喷管具有复杂的复合结构形式，复合结构喷管内表面在高温燃气作用下的烧蚀和侵蚀是一个典型的传热传质问题。由于许多因素的相互交叉纠缠，使得固体火箭喷管中的烧蚀和传热问题更加复杂化。首先，不同的材料有不同的烧蚀机理和烧蚀率计算方法。其次，除了材料的因素外，烧蚀率还取决于燃气成分和壁面温度。第三，壁面温度又与含粒子流的二相气流加热条件、材料的化学反映已经喷管复合结构内的热传导密切相关。第四，喷管内层材料的烧蚀造成了喷管复合结构内的导热是移动边界下的瞬时导热问题。第五，壁面温度、热化学烧蚀、喷管结构内导热之间的相互制约，造成了烧蚀和传热的必须耦合。单就烧蚀而言，也是一个复杂的传质问题。烧蚀是燃气在高温下与喷管内层材料间的化学反应，同时伴有粒子浸蚀，在不同的燃气流动条件下，还需要考虑不同的烧蚀控制机制。

相对喷管其它部件，喉衬的工作环境更加恶劣，对发动机的性能影响明显，喉衬破坏将直接导致发动机解体。世界军事强国普遍认识到喉衬在固体发动机中的关键作用，主要从喉衬材料研制、喉衬材料本征性能表征、喉衬烧蚀机理和喉衬热结构算法等方面开

展系统研究，逐步形成了集材料制造、表征、结构设计和可靠性分析为一体的喉衬热结构设计技术体系。四院承担的研究项目《固体发动机多向编织炭/炭复合材料喉衬烧蚀与失效机理研究》针对喷管喉衬组件的特点，分析了炭/炭喉衬的失效机理，揭示了高温、高压、高速两相流作用下决定发动机热结构完整性的关键因素，建立了一套完整的炭/炭喉衬热结构完整性计算分析方法和实验评估方法。目前，在实际中对喉衬及扩张段进行的热结构分析工作主要计算温度场及热应力场。

5.8.1 传热分析

根据 Fourier 定律和能量守恒定律，可以建立弹性体内热传导问题的控制方程，即导热微分方程：

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (k_x \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (k_z \frac{\partial T}{\partial z}) + \rho Q \quad (5-83)$$

式中：\$T\$—温度场，\$T=T(x, y, z, t)\$ (K)；\$t\$—时间；\$k_x\$、\$k_y\$、\$k_z\$—弹性体材料分别沿 \$x\$、\$y\$、\$z\$ 方向的热传导系数 (\$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}\$)；\$\rho\$—弹性体材料密度 (\$kg/m^3\$)；\$c\$—弹性体材料热熔 (\$J \cdot kg^{-1} \cdot m^{-3}\$)；\$Q\$—弹性体内部热源强度 (\$W \cdot kg^{-1}\$)。

求解弹性体内热传导问题实质上归结为对上述导热微分方程的求解。理论上，上述方程式有通解。就解决实际工程问题而言，需要得到满足定解条件的特解，即唯一解。导热微分方程的定解条件包括：初始时刻温度分布条件，即初始条件；弹性体边界上的温度或换热条件，即边界条件。

热传导问题的初始条件为：

$$T(x, y, z, t=0) = T_0(x, y, z) \quad (5-84)$$

常见的边界条件可以归结为三类：

(1) 第一类边界条件，规定弹性体边界上的温度函数为已知，用公式表示为：

$$T(x, y, z, t) = T_w(t) \quad t > 0, \text{ 在边界 } S_1 \text{ 上} \quad (5-85)$$

(2) 第二类边界条件，规定了边界上的热流密度，用公式表示为：

$$-(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \cos \alpha + k_y \frac{\partial T}{\partial y} \cos \beta + k_z \frac{\partial T}{\partial z} \cos \gamma) = q_w(t) \quad t > 0, \text{ 在边界 } S_2 \text{ 上} \quad (5-86)$$

式中：\$\cos \alpha\$、\$\cos \beta\$、\$\cos \gamma\$ 表示界面外法线的方向余弦。

(3) 第三类边界条件，规定了弹性体边界与周围流体间的对流换热系数 \$h_{con}\$ 和周围气流的温度 \$T_f\$，用公式表示为：

$$-(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \cos \alpha + k_y \frac{\partial T}{\partial y} \cos \beta + k_z \frac{\partial T}{\partial z} \cos \gamma) = h_{con}(T_w - T_f) \quad t > 0, \text{ 在边界 } S_3 \text{ 上} \quad (5-87)$$

由傅立叶定律:

$$q_x = -k_x \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k_y \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -k_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (5-88)$$

则公式(5-83)表示为

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -(\frac{\partial}{\partial x} q_x + \frac{\partial}{\partial y} q_y + \frac{\partial}{\partial z} q_z) + \rho Q \quad (5-89)$$

5.8.2 热传导方程的有限元离散

有限元计算列式首先取近似温度场函数为:

$$\tilde{T} = T(x, y, z, T_1, T_2, \dots, T_n) \quad (5-90)$$

且满足 S_1 边界上的边界条件式(5-85), 其中 T_1, T_2, \dots, T_n 为待定常数。将 \tilde{T} 带入方程式(5-89)和边界条件(5-86)、(5-87), 因为 \tilde{T} 的近似性, 在计算域内及边界上产生余量为:

$$\left. \begin{aligned} R_\Omega &= \rho c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \tilde{q}_x + \frac{\partial}{\partial y} \tilde{q}_y + \frac{\partial}{\partial z} \tilde{q}_z + \rho Q \\ R_{S_1} &= -q_\alpha - (\tilde{q}_x \cos \alpha + \tilde{q}_y \cos \beta + \tilde{q}_z \cos \gamma) \\ R_{S_2} &= h_{con}(T - T_\alpha) - (\tilde{q}_x \cos \alpha + \tilde{q}_y \cos \beta + \tilde{q}_z \cos \gamma) \end{aligned} \right\} \quad (5-91)$$

为使余量的加权积分为零, 即:

$$\int_\Omega R_\Omega w_1 d\Omega + \int_{S_1} R_{S_1} w_2 dS + \int_{S_2} R_{S_2} w_3 dS = 0 \quad (5-92)$$

式中: w_1, w_2, w_3 分别为区域 Ω 和边界 S_1, S_2 上的权函数。

按照 Galerkin 方法选取权函数:

$$w_1 = w_2 = w_3 = \frac{\partial \tilde{T}}{\partial T_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5-93)$$

为方便并不至混淆, 在以后公式中出现的 \tilde{T} 用 T 代替, 于是有:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial T_i} \left[\frac{\partial}{\partial x} q_x + \frac{\partial}{\partial y} q_y + \frac{\partial}{\partial z} q_z \right] d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial T_i} \left[\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho Q \right] d\Omega + \\
& \int_{S_1} \frac{\partial}{\partial T_i} [h_{con}(T - T_{\alpha}) - (\tilde{q}_x \cos \alpha + \tilde{q}_y \cos \beta + \tilde{q}_z \cos \gamma)] dS + \\
& \int_{S_2} \frac{\partial}{\partial T_i} [-q_{\alpha} - (\tilde{q}_x \cos \alpha + \tilde{q}_y \cos \beta + \tilde{q}_z \cos \gamma)] dS = 0
\end{aligned} \tag{5-94}$$

由格林公式可知式 (5-94) 中的第一项为:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial T_i} \left[\frac{\partial}{\partial x} q_x + \frac{\partial}{\partial y} q_y + \frac{\partial}{\partial z} q_z \right] d\Omega = \\
& \int_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} q_x \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} q_y \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} q_z \right) \right] d\Omega - \\
& \int_{\Omega} \left[q_x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) + q_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) + q_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) \right] d\Omega = \\
& \iint_S \left[\left(\frac{\partial T}{\partial T_{il}} q_x \right) \cos \alpha + \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} q_y \right) \cos \beta + \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} q_z \right) \cos \gamma \right] dS - \\
& \int_{\Omega} \left[q_x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) + q_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) + q_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) \right] d\Omega
\end{aligned} \tag{5-95}$$

将式 (5-95) 代入 (5-94) 可简化为:

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Omega} \left[q_x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) + q_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) + q_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial T_i} \right) \right] d\Omega + \\
& \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial T_i} \left[\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho Q \right] d\Omega + \int_{S_1} h_{con} \frac{\partial}{\partial T_i} (T - T_{\alpha}) dS - \int_{S_2} \frac{\partial}{\partial T_i} q_{\alpha} dS = 0
\end{aligned} \tag{5-96}$$

式 (5-96) 即为 Galerkin 方法所获得的有限元计算方程。

将空间域 Ω 离散为有限个单元体, 典型单元内的温度 T 可以近似用单元的节点温度 T_l 插值得到:

$$T = \sum_{i=1}^{n_e} N_i(x, y, z) T_l = N \cdot T^e \tag{5-97}$$

式中: N —单元插值函数, $N^e = [N_1, N_2, \dots, N_n^e]$; T^e —单元节点温度, $T^e = [T_1 \ T_2 \ T_3 \ \dots \ T_n]^T$ 。

按照 Galerkin 方法选取权函数为:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial T_i} = N_l \quad (l=1, 2, \dots, n) \tag{5-98}$$

将式 (5-97) 和式 (5-98) 代入式 (5-96), 得:

$$\begin{aligned}
& -\int_{\Omega} [q_x \frac{\partial}{\partial x}(N_i) + q_y \frac{\partial}{\partial y}(N_i) + q_z \frac{\partial}{\partial z}(N_i)] d\Omega + \\
& \int_{\Omega} N_i [\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho Q] d\Omega + \int_{S_1} h_{con} N_i (T - T_{\alpha}) dS - \int_{S_2} N_i q_{\alpha} dS = 0
\end{aligned} \tag{5-99}$$

由式(5-97)和式(5-96)可得:

$$\begin{bmatrix} -q_x \\ -q_y \\ -q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x \frac{\partial T}{\partial x} \\ k_y \frac{\partial T}{\partial y} \\ k_z \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x \sum_{j=1}^{n^e} \frac{\partial N_j}{\partial x} T_j \\ k_y \sum_{j=1}^{n^e} \frac{\partial N_j}{\partial y} T_j \\ k_z \sum_{j=1}^{n^e} \frac{\partial N_j}{\partial z} T_j \end{bmatrix}$$

(5-100)

引入标记:

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial N_i}{\partial x}, \frac{\partial N_i}{\partial y}, \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \begin{bmatrix} k_x \frac{\partial N_j}{\partial x} \\ k_y \frac{\partial N_j}{\partial y} \\ k_z \frac{\partial N_j}{\partial z} \end{bmatrix} d\Omega \tag{5-101}$$

$$\begin{aligned}
H_{ij}^e &= \int_{S_3^e} h_{con} N_i N_j dS \\
P_{Q_i}^e &= \int_{\Omega^e} \rho Q N_i d\Omega \\
P_{H_i}^e &= \int_{S_3^e} h_{con} T_{\alpha} N_i dS \\
P_{q_i}^e &= \int_{S_2^e} q_{\alpha} N_i dS \\
C_{ij}^e &= \int_{\Omega^e} \rho c N_i N_j d\Omega
\end{aligned} \tag{5-102}$$

式中 H_{ij}^e , $P_{Q_i}^e$, $P_{H_i}^e$, $P_{q_i}^e$, C_{ij}^e 分别为单元对热传导矩阵、单元对热容矩阵、单元给定热流边界的温度载荷、单元热源产生的温度载荷和单元热交换边界对热传导矩阵的修正。

由于 N_i 的局部支撑性质, 当 i 寻遍各离散节点, 则方程式(5-90)可写成:

$$[\mathbf{C}]\{\dot{T}\} + [\mathbf{K}]\{T\} = \{P\} \tag{5-103}$$

式中 $[\mathbf{K}]$ 、 $\{P\}$ 、 $[\mathbf{C}]$ 分别称为热传导刚度矩阵, 温度荷载和热容矩阵。

$$\begin{aligned}
K_{ij} &= \sum_e K_{ij}^e + \sum_e H_{ij}^e \\
P_i &= \sum_e P_{Q_i}^e + \sum_e P_{H_i}^e + \sum_e P_{q_i}^e \\
C_{ij} &= \sum_e C_{ij}^e
\end{aligned} \tag{5-104}$$

至此，已将时间域和空间域的偏微分方程问题在空间域内离散为 n 个节点温度 $T(t)$ 的常微分方程的初值问题。对于给定温度值的边界 S_1 上的 m 个节点，方程式(5-103)中相应的式子应引入以下条件：

$$T_i = \bar{T}_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \tag{5-105}$$

5.8.3 热应力分析

当弹性体的温度有所改变时，其每个部分一般都将由于温度的升高或降低而趋于膨胀或收缩。但是，由于弹性体所受的外在约束，以及各个部分之间的相互约束，这种膨胀或收缩并不能自由地发生，于是将产生应力，即热应力。从热应力的产生来看，只要弹性体内存在一定的变温和非线性的温度梯度，必然存在热应力。

令弹性体内各点的变温为 T ，即后一个瞬时的温度减去前一个瞬时的温度，升温时为正，降温时为负。由于变温 T ，弹性体内各点的微小长度，如果不受约束，将发生应变 αT 。假设晶体各向同性，弹性体内各点的形变分量为：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varpi T \\ \gamma_{yz} &= \gamma_{zx} = \gamma_{xy} = 0 \end{aligned} \right\} \tag{5-106}$$

式中 ϖ — 晶体的线膨胀系数 ($\times 10^{-6} \cdot \text{K}^{-1}$)。

但是，由于喷管所受的外在约束以及体内各部分之间的相互约束，上述形变并不能自由发生，于是就产生了应力，即为热应力。热应力的出现又将引起晶体的附加形变。如虎克定律所示，因此，连同(5-106)式所示的形变，弹性体内总的形变分量为：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \varpi T \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] + \varpi T \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] + \varpi T \\ \gamma_{yz} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{zx} \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \tag{5-107}$$

假定弹性体内没有体力和面力的作用，只存在变温 T 的作用。由 (5-107) 式求解应力分量，得出用形变分量和变温分量表示的应力分量：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} e_{vol} + \varepsilon_x \right) - \frac{\varpi ET}{1-2\nu} \\ \sigma_y &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} e_{vol} + \varepsilon_y \right) - \frac{\varpi ET}{1-2\nu} \\ \sigma_z &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} e_{vol} + \varepsilon_z \right) - \frac{\varpi ET}{1-2\nu} \\ \tau_{yz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{yz} \\ \tau_{zx} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{zx} \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (5-108)$$

式中 e_{vol} — 体积应变， $e_{vol} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ 。

形变与位移之间是纯粹的几何关系，不会因为引起形变和位移的原因不同而有所改变。因此，弹性体内形变和位移间的几何方程依然为空间轴对称问题的几何方程，即：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (5-109)$$

将几何方程 (5-109) 代入物理方程 (5-108)，得出用位移分量和变温 T 表示的应力分量：

$$\left. \begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\alpha ET}{1-2\nu} \\
\sigma_y &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\alpha ET}{1-2\nu} \\
\sigma_z &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{\alpha ET}{1-2\nu} \\
\tau_{yz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
\tau_{zx} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
\tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)
\end{aligned} \right\} \quad (5-110)$$

弹性体单元满足的平衡方程：

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0
\end{aligned} \right\} \quad ((5-111))$$

求解应力时，一般都宜于按位移求解。为了得出按位移求解所需用的微分方程，将物理方程 (5-110) 式代入平衡微分方程 (5-111)，简化求得弹性体内位移分量：

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial e_{vol}}{\partial x} &= \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \\
\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial e_{vol}}{\partial y} &= \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \\
\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial e_{vol}}{\partial z} &= \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial z}
\end{aligned} \right\} \quad (5-112)$$

依据弹性体的边界约束条件，求解 (5-112) 式，既可确定位移与温度梯度之间的关系式，利用虎克应力-应变关系式可获得弹性体内部的热应力。

5.8.4 参数的计算

热结构分析时主要需要的参数是温度、压强及对流换热系数，温度、压强通过流场分析计算得出，对流换热系数计算采用半经验的 Bartz 公式，

$$h_{con} = \frac{b}{D_t^{0.2}} \left(\frac{\mu_0^{0.2} c_p}{Pr^{0.6}} \right) \left(\frac{P_c g}{C^*} \right)^{0.8} \left(\frac{D_t}{R_c} \right)^{0.1} \left(\frac{A_t}{A} \right)^{0.9} \sigma \quad (5-113)$$

式中, $Ma < 1$, $b = 0.026$; $Ma = 1$, $b = 0.0245$; $Ma > 1$, $b = 0.023$ 。

$$Pr = \frac{k}{1.77k - 0.45} \quad (5-114)$$

$$\mu_0 = 0.87 \times 10^{-6} M^{0.5} T_g^{0.65} \quad (5-115)$$

$$\sigma_p = \frac{1}{\left[\frac{1}{2} \frac{T_w}{T_c} \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right) + 0.5 \right]^{0.65} \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right)^{0.15}} \quad (5-116)$$

式中, $C^* = \left(\frac{1+k}{2} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \cdot \frac{\sqrt{RT_j}}{\sqrt{k}}$ 为特征速度, c_p 为定压比热, Ma 为马赫数, P_c 为燃烧室压强, Pr

为普朗特数, R_c 为喉部曲率半径, T_j 为绝热燃烧温度, T_g 为当地燃气温度, T_w 为壁温,

M 为燃气平均分子量, μ_0 为燃气动力粘性系数, σ_p 为压力损失系数, $R = \frac{R_0}{M}$ 为燃气气

体常数, R_0 为通用气体常数, $R_0 = 8.3144 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$ 。

喷管前端边界与燃气之间的换热系数, 可以由下式计算:

$$h_{con} = 1.213 a \dot{m}^{0.8} \mu_0 c_p Pr^{-\frac{2}{3}} D^{-1.8} \quad (5-117)$$

式中, \dot{m} 为发动机质量流率。

5.8.5 移动边界

对非线性热传导方程用数值解法, 必须考虑当材料发生烧蚀时, 喉衬壁面不断的向后退缩。因此, 有烧蚀的情况下的温度场、热力耦合应力场计算实际上是求解移动边界的温度场、热力耦合应力场温度。处理移动边界问题较方便的方法是采用固定坐标系、不改变节点总数, 边界移动是移动节点的坐标。

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (5-118)$$

与固定边界条件相比, 方程右边第二、三、四项表示由节点 i 的坐标移动所引起的温度变化。

依据 (5-118) 式的处理, 热传导矩阵方程 (5-103) 可修正为:

$$[C]\{\dot{T}\} + ([K_{TT}] + [K_{TT}^*])\{T\} = \{P\} \quad (5-119)$$

式中 $[K_{TT}]$ 为固定边界的热传导刚度矩阵, $[K_{TT}^*]$ 为边界移动引起的热传导刚度矩阵修正刚度矩阵。

5.8.6 热应力问题的有限元描述

热应力问题实际上是热和应力两个物理场之间的相互作用，故属于耦合场分析问题。耦合场分析是指在有限元分析的过程中考虑了两种或者多种工程物理场的交叉作用和相互影响(耦合)。耦合场的分析可归结为两种不同的方法：序贯耦合方法和直接耦合方法。

序贯耦合解法是按照顺序进行两次或更多次的相关场分析。它是通过把第一次场分析的结果作为第二次场分析的载荷来实现两种场的耦合的。直接耦合解法利用包含所有必须自由度的耦合单元类型，仅仅通过一次求解就能得出耦合场分析结果。在这种情形下，耦合是通过计算包含所有必须项的单元矩阵或单元载荷向量来实现的。何时运用直接耦合解法或序贯耦合解法，取决于场的耦合性质。对于不存在高度非线性相互作用的情形，序贯耦合解法更为有效和方便，因为我们可以独立的进行两种场的分析。对于序贯热-应力耦合分析，可以先进行热分析，而后我们可以用热分析中任意载荷步或时间点的节点温度作为载荷进行应力分析。

5.9 喷管单项试验

喷管单项试验包括堵盖打开试验、柔性接头反向拉伸泄漏试验、柔性接头加压密封试验、柔性接头摆动试验、喷管低压密封试验、喷管摆动试验、喷管模态试验、喷管刚度试验、固定体壳体水压试验、喷管振动试验、喷管冲击试验、运输试验、喷管贮存试验等，后 4 项试验可与发动机联合进行。

1) 堵盖打开试验

喷管密封堵盖的作用

- a. 喷管粘接及密封圈放置后，检验喷管潜入部分有无漏气通道；
- b. 检验发动机组装后有无漏气通道；
- c. 发动机在长期贮存时，需充入低压氮气以保护推进剂，防止氧化过快；
- d. 保护柔性接头，防止柔性接头受拉伸，在喷管摆动时发动机内充压是必需的；
- e. 热试前，发动机预充低压空气或氮气，有助于点火的正常、顺利实现。

堵盖打开要求在发动机点火后一定范围内的时间和压强下完成，因而要在静态下预先试验。

2) 柔性接头摆动试验

柔性接头在冷试装置中在规定的压强下按要求的波形和频率进行摆动试验，测出它的力矩特性；批抽的柔性接头还需通过长时间的摆动试验以检验该批柔性接头的工作可

靠性。在所有的摆动试验中，柔性接头的密封性能是必须保证的。

3) 喷管模态试验

对喷管扩张段不同部位加以力的激励，测出它的各阶振型和谐振频率。

4) 喷管刚度试验

包括喷管轴向刚度、扭转刚度、径向刚度、上下支耳相对刚度等试验。

如是珠承喷管或其它可动喷管也要进行密封和摆动试验；

如是延伸喷管要进行密封和摆动试验，并要进行延伸锥展开试验。

5) 喷管交付发动机总装厂前的试验

喷管在冷试容器上要进行加低气压强的密封试验和少次数的摆动试验。

6) 固定体壳体水压试验

固定体壳体交付使用前需进行水压试验，以检验其承载能量。

5.10 喷管可靠性评估

5.10.1 可靠性工程中的三项可靠性技术（三F）

a. 故障模式、影响及危害性分析（FMECA）

包括故障模式和影响分析（FMEA）以及在此基础上进行的危害性分析（CA）。FMEA应及早进行，发现缺陷，采取措施。

喷管灾难的、致命的故障模式是结构件失强、柔性接头穿火、热防护失效、密封失效等原因使得火焰将喷管烧穿、结构件烧断，它导致飞行失败。喉衬的异常过大烧蚀，使发动机总冲、推力达不到要求也可导致弹道导弹飞行失败。

根据喷管中各部、组件的功能、可能发生的故障模式、故障原因及对各级产品的性能影响，进行列表说明，并且划分其危害（严酷）度类别。针对各种故障原因，对各种故障模式提出故障检测方法和补偿措施。

b. 故障树分析（FTA）

根据喷管中各部、组件的可能发生的故障原因及对喷管失效的作用，绘制柔性喷管故障树图。

c. 故障报告、分析及纠正措施系统（FRACAS）

运用 FMECA、FTA 的分析方法和分析结果，及时、准确地查明真实存在的故障原因和

机理, 提出报告, 分析喷管系统中真实存在的缺陷, 提出纠正措施, 对故障实行闭环管理, 实现可靠性增长。

5.10.2 可靠性数据处理

1) 结构可靠性

在研制的一定阶段对喷管的一些实测、试验数据进行收集和处理。

由于资金、时间诸方面的限制, 很难实现足够多的热试车和飞行次数的要求, 成败型的满足评定要求的次数难以达到。以柔性喷管最薄弱、最严峻的环节: 摆动可靠性作为柔性喷管的结构可靠性考核项目是合理的。它也包括了对关键部件柔性接头的结构可靠性考核。按飞行可靠性增长试验方案规定, 分配在喷管摆动可靠性方面的可靠性置信度、任务喷管摆动次数及可靠性指标, 假定特征量分布类型为威布尔分布, 确定试验方案后, 计算出规定数量的成功热联试的每次试车前要有 60 次冷态摆动, 然后喷管试验成功, 以此作为对柔性喷管的可靠性考核指标。

2) 柔性接头的结构可靠性

在规定的置信度下, 按成败型可靠性评估柔性接头的结构可靠性下限。

3) 性能可靠性

在规定的置信度下, 分别对堵盖打开时间和压强、喉径尺寸、喷管的重量等数据用正态分布的双侧可靠性评定方法; 对喷管喉半径平均线烧蚀率数据用正态分布的单侧可靠性评定方法; 对固定体壳体检压应力数据用正态分布的结构可靠性评定方法进行处理。

5.10.3 可靠性增长试验

对柔性接头、冷试喷管的摆动性能、堵盖密封等性能进行加大考核力度的可靠性增长试验。对喷管进行振动、冲击、温度循环、运输等试验, 进一步考核它的工作可靠。

参考文献

- [1] 陈汝训主编. 固体火箭发动机设计与研究(下册) 北京: 宇航出版社, 1992.
- [2] 陈林泉等. 喷管扩张段型面对固体发动机性能的影响. 固体火箭技术, 2004, 27(1).
- [3] 杨思孝. 珠承全轴摆动喷管的设计和分析. 固体火箭技术, 1993. 9.
- [4] 尤军峰等. 球窝喷管接触应力及摆动力矩计算. 固体火箭技术, 2001, 24(3).
- [5] 袁竹林等主编. 气固两相流与数值模拟. 南京: 东南大学出版社, 2013.

- [6] 贾淑霞. 球窝喷管技术研究综述. 内部资料, 2012.
- [7] 陈妮. 喉衬可靠性报告. 内部资料, 2008.
- [8] A. C. 科罗捷耶夫, 戴祖明等译. 固体火箭发动机气体动力学与热物理过程.
- [9] 刘曙光. 固体火箭发动机固定喷管设计规范. 内部资料, 2012.
- [10] 徐芝纶. 弹性力学. 高等教育出版社. 2004. 4.
- [11] 王元有. 固体火箭发动机设计. 国防工业出版社. 1984. 11.
- [12] 杨世铭. 传热学. 高等教育出版社. 1998. 12.