МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №6

з дисципліни «Дискретна математика»

Виконала:

студент групи КН-114

Серкіз Людмила

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

Тема: Генерація комбінаторних конфігурацій

Мета роботи: набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Головна задача комбінаторики – підрахунок та перелік елементів у скінчених множинах. Правило додавання: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, а y- іншими m способами, тоді вибір „ x або y‖ може бути здійснено (m+n) способами. Правило добутку: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, після чого y - m способами, тоді вибір упорядкованої пари (x, y) може бути здійснено (m*n) способами. Набір елементів xi1, xi2, ..., xim з множини X = {x1, x2, ..., xn} називається вибіркою об'єму m з n елементів – (n, m) – вибіркою. Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – розміщеням, кількість всіх можливих розміщень обчислюється за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n, m) – розміщеням з повторюваннями, кількість всіх можливих таких розміщень обчислюється за формулою:

$$\overline{A_n^m} = n^m.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – сполученням, кількість всіх можливих сполучень обчислюється за формулою:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n,m)- сполученням з повторюваннями, кількість всіх можливих таких сполучень обчислюється за формулою:

$$\overline{C_n^m} = C_{n+m-1}^m.$$

A_n^n – називається перестановкою, а кількість різних перестановок позначається та обчислюється за формулою:

$$P_n = n!.$$

Якщо в перестановках є однакові елементи, а саме перший елемент присутній n1 разів, другий елемент – n2 разів, ... , k-ий елемент – nk разів, причому n1+n2 +....+nk =n , то їх називають перестановками з повторенням та кількість їх можна знайти за формулою:

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}.$$

<u>Формула включень та виключень.</u> Нехай X_i – скінчені множини, де i=1,…,n, тоді:

$$|X_1 \cup \ldots \cup X_n| = (|X_1| + \ldots + |X_n|) - (|X_1 \cap X_2| + \ldots + |X_{n-1} \cap X_n|) +$$

$$+ (|X_1 \cap X_2 \cap X_3| + \ldots + |X_{n-2} \cap X_{n-1} \cap X_n|) - \ldots + (-1)^{n+1}|X_1 \cap \ldots \cap X_n|.$$ <u>Наслідок.</u>

$$|X \setminus (X_1 \cup \ldots \cup X_n)| = |X| - (|X_1| + \ldots + |X_n|) +$$

$$(|X_1 \cap X_2| + \ldots + |X_{n-1} \cap X_n|) - \ldots + (-1)^n |X_1 \cap \ldots \cap X_n|.$$

Біномом Ньютона називають формулу для обчислення виразу $(a+b)^n$ для натуральних n.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k}$$

<u>Варіант № 9</u>

1.Скількома способами можна розставити 4 однакових книжки з алгебри і 5 різних з геометрії так, щоб усі книги з геометрії стояли разом?

1)5 різних книг з геометрії можна розмістити : P_5=5!=120 способами

2)Розмістити ці 5 книг між 4 однаковими можна P_5 =5!=120 способами

3)120*120=144000 способів

2. У класі тридцять учнів. Скількома способами можна серед них вибрати старосту та його заступника?

Старосту можна обрати 30 способами, його заступника C_{29}^1 =29 способами.

30*29=870 способів

3.Скільки наборів з 10 цукерок можна скласти, якщо у продажу їх 6 сортів?

$C_6^{10} = C^{10}_{6+10-1} = C_{15}^{10} = \frac{15!}{5!10!} = \frac{11*12*13*14*15}{1*2*3*4*5}$=3003

4. На площині дано три точки: A, B, C. Проведемо через точку A 5 прямих, через B- 3 прямих, через C7 прямих. Причому у сукупності ці прямі є прямими загального положення, тобто жодні дві з них не паралельні і жодні три з них не перетинаються в одній точці (крім точок A, B, C), а також немає прямих, що проходять через дві з цих трьох точок. Знайти кількість трикутників, вершини яких є точками перетину цих прямих і не збігаються з точками A, B, C.

1)Через точку А можна провести 5 сторін трикутника. Через точку В можна провести 3 сторони трикутника,які перетнуться з 5-ма,що проходять через точку А. Через точку С можна провести 7 сторін трикутника,які перетнуться з сторонами ,що проходять через точки А та В.

2)5*3*7=105 трикутників

5. З цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 утворюють різні шестицифрові числа, що не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 та 8 одночасно, але вони не стоять поруч.

Кількість чисел в яких 6 та 8 стоять поруч:
2 * 5 * A_7^4 = 2100
Кількість всіх комбінацій: 181 440
Кількість комбінацій де нема 6 та 8: 5040
Кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 та 8 одночасно, але вони не стоять поруч.
181440 – 5040 – 2100 = 174300

6. У групі 20 чоловік. Їх необхідно поділити на п'ять коаліцій, в яких повинно бути 3, 3, 3, 4 та 7 чоловік. Скількома способами це можна зробити?

$C_{20}^{3,3,3,4,7} = \frac{20!}{3!3!3!4!7!} = 93117024000$ способів

7. У класі навчається 40 учнів. Із них мають трійки з англійської мови 16 учнів, з математики – 12, з фізики – 18. Мають трійки з фізики та англійської мови – 11 учнів, з математики та англійської мови – 8, з математики та фізики – 6. А 7 учнів мають трійки по всім цим предметам. Скільки учнів навчаються без трійок з цих предметів? Скільки мають лише по дві трійки з цих предметів?

N=40, S_1 =6+12+18=46 , S_2 =11+8+6=25, S_3 =7

За формулою включень та виключень маємо:
N = 40 – 46 + 25 – 7 = 12(учні без трійок)
2)N_2 =-46+(2!/1!(2-1)!)*25=-46+50=4(лише дві трійки)

Завдання 2

Використовуючи алгоритм побудови лексикографічно наступної перестановки, записати перші 12 перестановок елементів множини {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Побудувати розклад (x-y)^9.

```
#include<iostream>
#include<stdio.h>
using namespace std;

int factorial(int n){
    if(n<0)return -1;
    if (n==0)return 1;
    else return n*factorial(n-1);
    }
void swap(int *a,int *b){
    int tmp=*a;
    *a=*b;
    *b=tmp;
}
void reverse(int*first,int*second){
    while((first!=second)&&(first!=--second)){
        swap(*first++ ,*second);
    }
}
bool next(int* end){
    int* i=end;
    --i;
    while(true){
        int* j=i;
        --i;

    if(*i<*j){
        int*k=end;
        while(!(*i<*--k));
        swap(i,k);
        reverse(j,end);
        return true;
        }}}
void separation(int n){
        cout<<endl<<"(x-y)^9"<<endl;
        int c;
        for(int k=0;k<=n;k++){
     c=factorial(n)/(factorial(n-k)*factorial(k));
    cout<<c<<"*";
            if(k!=0){
                cout<<"y^"<<k;}
    if(n-k!=0){
        if(k!=0)cout<<"*";
        cout<<"x^"<<n-k; }
if(k!=n){
    if(k%2==0){
        cout<<"-";
    } else{cout<<"+";}
}}}
int main(){
    int e[]={1,2,3,4,5,6};
    for(int i=0;i<6;i++){
        cout <<e[i]<<" ";
    }
    cout<<endl;
    for(int i=0;i<12;i++){
        next(e+6);
        for(int i=0;i<6;i++){
            cout<<e[i]<<" ";
        } cout<<endl;
    } int n=9;
    separation(n);
    return 0;
}
```

```
input
1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 6 5
1 2 3 5 4 6
1 2 3 5 6 4
1 2 3 6 4 5
1 2 3 6 5 4
1 2 4 3 5 6
1 2 4 3 6 5
1 2 4 5 3 6
1 2 4 5 6 3
1 2 4 6 3 5
1 2 4 6 5 3
1 2 5 3 4 6

(x-y)^9
1*x^9-9*y^1*x^8+36*y^2*x^7-84*y^3*x^6+126*y^4*x^5-126*y^5*x^4+84*y^6*x^3-36*y^7*x^2+9*y^8*x^1-1*y^9

...Program finished with exit code 0
Press ENTER to exit console.
```

Висновок: Я набула практичних вмінь та навичок при комп’ютерній реалізації комбінаторних задач.