

Nome: Luís Felipe de Melo Costa Silva

Número USP: 9297961

Lista de Exercícios 12 - AGA0215

Parte I

- | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|
| 1. V | 5. F | 9. V | 13. V | 17. V |
| 2. V | 6. F | 10. V | 14. V | 18. F |
| 3. F | 7. F | 11. F | 15. F | 19. F |
| 4. F | 8. F | 12. F | 16. F | 20. F |

Parte II

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1. Hubble | 13. São confundidas com estrelas |
| 2. Maiores | 14. Radiação Synchrotron |
| 3. Menos | 15. Um disco de acreção |
| 4. Elípticas | 16. Homogeneidade |
| 5. Teorema do Viral | 17. Isotropia |
| 6. Rádio/Infravermelho, Raios-X | 18. $\frac{1}{5}$ |
| 7. Não-estelar | 19. Gravidade |
| 8. Magnitude Absoluta | 20. Energia escura |
| 9. Distância | 21. 20% a 30% |
| 10. Elípticas Anãs | 22. Perpétua |
| 11. Aglomerado de Virgem | 23. Com Blueshift, Com Redshift |
| 12. Perpendiculares | 24. $14 \cdot 10^9$ anos |

Parte III

1. O alargamento é dado por $A = 2 \cdot \Delta\lambda$ com $\Delta\lambda = \frac{V_{rot}}{c} \cdot \lambda$, portanto:

$$\begin{aligned} A &= 2 \cdot \lambda \cdot \frac{V_{rot}}{c} \\ A &= 2 \cdot 656,3 \cdot \frac{350}{3 \cdot 10^5} \\ A &= 1,531 \text{ nm} \end{aligned}$$

2. Com $Z = 5$, temos que a distância (R_{atual}) é $7950 \cdot 10^6 \text{ pc} = 7,95 \cdot 10^9 \text{ pc}$. Pela fórmula da cosmologia relativística, temos que $R = \frac{R_{atual}}{6}$. Com isso, $R = 1,325 \cdot 10^9 \text{ pc}$. Usando $m - M = 5 \cdot \log D - 5$, temos que:

$$\begin{aligned} 22 - M &= 5 \cdot \log(1,32 \cdot 10^9) - 5 \\ 22 - M &= 40,60 \\ M &= -40,60 + 22 = -18,60 \end{aligned}$$

3. A lei de Hubble é dada por $v = H_0 \cdot d$, onde v é a velocidade de recessão e d é a distância. Portanto, $d = \frac{v}{H_0}$. Com isso:

- Para $H_0 = 60 \text{ km/s/Mpc}$:
 $d = \frac{4000}{60} = 66,67 \text{ Mpc}$

- Para $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$:
 $d = \frac{4000}{70} = 57,14 \text{ Mpc}$

- Para $H_0 = 80 \text{ km/s/Mpc}$:
 $d = \frac{4000}{80} = 50 \text{ Mpc}$

4. O tempo de Hubble é dado por $t_0 = \frac{1}{H_0}$. No entanto, H_0 está relacionado com Mpc. Por isso, teremos que dividi-lo por $3.1 \cdot 10^{19}$, que é 1 Mpc em km.

- Para $H_0 = 60 \text{ hkm/s/Mpc}$:
 $t_0 = \frac{1}{\frac{60}{3.1 \cdot 10^{19}}} \approx 5,167 \cdot 10^{17} \text{ s} \approx 16 \cdot 10^9 \text{ anos.}$

- Para $H_0 = 80 \text{ hkm/s/Mpc}$:
 $t_0 = \frac{1}{\frac{80}{3.1 \cdot 10^{19}}} = 3.875 \cdot 10^{17} \approx 12 \cdot 10^9 \text{ anos.}$

5. Nesse modelo, distância e tempo se relacionam assim: $R \propto t^{\frac{2}{3}}$, logo $t \propto R^{\frac{3}{2}}$. Portanto, para $t = 9 \cdot 10^9 \text{ anos}$, a distância é $4,326 \cdot 10^6 \cdot A$, onde A é uma constante. Dobrando a distância, ela será $2 \cdot 4,326 \cdot 10^6 \cdot A = 8,652 \cdot 10^6 \cdot A$. Nessa condição, o tempo será $t \approx 25 \cdot 10^9 \text{ anos}$.

6. Temos a fórmula

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r}$$

como ponto de partida. Sabemos, pela lei de Hubble, que $v = H_0 \cdot r$, então:

$$E = \frac{mH_0^2 r^2}{2} - \frac{GMm}{r}$$

Assumindo a massa de uma região esférica como $M = \frac{4\pi r^3}{3} \cdot \rho_0$, teremos:

$$E = \frac{mH_0^2 r^2}{2} - \frac{4\pi Gmr^2 \rho_0}{3}$$

Com ρ_c definida como $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$, então $H_0^2 = \frac{8\pi G\rho_c}{3}$. Logo:

$$E = \frac{4\pi Gmr^2 \rho_c}{3} - \frac{4\pi Gmr^2 \rho_0}{3} = \frac{4\pi Gmr^2}{3} \rho_c - \rho_0$$

Então, se $\rho_c > \rho_0$, $E > 0$ e $\rho_c < \rho_0$, $E < 0$