Nome: Luís Felipe de Melo Costa Silva
Número USP: 9297961

Lista de Exercícios 1 - MAC0444

Exercício 1

a) Para esta sentença, usaremos o conjunto $S = \{\text{pedra, papel, tesoura}\}$, e o predicado que usaremos será $P(x, y) = x$ não perde de y, (para $x \in S$ e $y \in S$) nas regras do Jokenpô. Aqui, não perder significa ganhar ou empatar. Com isso, teremos que:

1. $\forall x \forall y \forall z((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z))$ será falsa, com x = pedra, y = tesoura e z = papel.

2. $\forall x \forall y((P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow x = y)$ será verdadeira, pois se x não perde de y e y não perde de x, nas regras do Jokenpô, isso significa que $x = y$.

3. $\forall x \forall y(P(a, y) \rightarrow P(x, b))$ será verdadeira, desde fixemos $a = b$.

b) O predicado usado aqui será P(x,y) = x e y são pares, e o conjunto de números usados será o dos naturais. Com isso:

1. $\forall x \forall y \forall z((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z))$ será verdadeira, pois se x e y são pares, e y e z são pares, então x e z são pares.

2. $\forall x \forall y((P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow x = y)$ será falsa, pois mesmo que x e y sejam pares, eles não precisam ser necessariamente iguais.

3. $\forall x \forall y(P(a, y) \rightarrow P(x, b))$ será verdadeira, desde fixemos a como um número ímpar.

c) Nessa sentença, o predicado usado será $P(x, y) = x \leq y$, no conjunto dos Racionais.

1. $\forall x \forall y \forall z((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z))$ será verdadeira, e isso sai da definição de Racionais.

2. $\forall x \forall y((P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow x = y)$ será verdadeira, de maneira análoga ao item anterior.

3. $\forall x \forall y(P(a, y) \rightarrow P(x, b))$ será falsa, desde fixemos a e b como o menor

número racional existente.

Exercício 2

a) A nossa base de conhecimento será composta por:

- $\forall x(\neg E(x) \to A(x))$
- $\forall x(A(x) \to \neg G(c, x))$
- $\forall x(\neg G(x, n) \to \neg E(x))$
- $\forall x(G(T, x) \to \neg G(M, x))$
- $\forall x(\neg G(T, x) \to G(M, x))$
- $G(T, c) \land G(T, n)$

Onde:

- $E(x)$ significa que x é um esquiador.
- $A(x)$ significa que x é um alpinista.
- $G(x, y)$ significa que x gosta de y.
- T é Tony, M é Mike e J é John.
- c é chuva e n é neve.
- Os predicados se aplicam apenas aos membros do Clube Alpino

Também sabemos que Tony, Mike, John $\in ClubeAlpino$.

b) Queremos provar que KB $\vdash \exists x(A(x) \land \neg E(x)$.

1. Sabemos que $\forall x(G(T, x) \to \neg G(M, x))$.
2. Seja $x = n$. Temos que $G(T, n)$, portanto, $\neg G(M, n)$.
3. Como $\forall x(\neg G(x, n) \to \neg E(x))$, podemos inferir que $\neg E(M)$.
4. Já que $\forall x(\neg E(x) \to A(x))$, então $A(M)$. $\square$

c) Sem a informação que $\forall x(G(\text{Tony}, x) \to \neg G(\text{Mike}, x))$, é impossível fazer a prova acima, já que ela se inicia com esse conhecimento. Sabemos que Tony gosta de neve, e não conseguiremos mostrar que Mike não gosta de Neve.

d) Para usar a resolução, teremos que transformar nossa KB na Forma Normal Conjuntiva:

- $\forall x(E(x) \lor A(x))$
- $\forall x(\neg A(x) \lor \neg G(c, x))$
- $\forall x(G(x, n) \lor \neg E(x))$
- $\forall x(\neg G(T, x) \lor \neg G(M, x))$
- $\forall x(G(T, x) \lor G(M, x))$
- $G(T, c)$
- $G(T, n)$

Iremos mostrar que $\exists x(A(x) \land \neg E(x)$, no caso, Mike, portanto, adicionaremos $\neg A(M)$ e $E(M)$ à nossa KB. Teremos, então:

$$\dfrac{\neg A(M) \qquad \dfrac{E(M) \lor A(M) \qquad \dfrac{G(M, n) \lor \neg E(M) \qquad \dfrac{\neg G(T, n) \lor \neg G(M, n) \qquad G(T, n)}{\neg G(M, n)}}{\neg E(M)}}{A(M)}}{\perp}$$

$\square$

Note que, na terceira linha, já poderíamos ter uma cláusula vazia, eliminando $\neg E(M)$ com $E(M)$. Portanto, a prova é válida. Além disso, não usei todas as proposições da KB.

Observe que fiz as seguintes instanciações:

- $\forall x(\neg G(T, x) \lor \neg G(M, x))$ virou $\neg G(T, n) \lor \neg G(M, n)$;
- $\forall x(G(x, n) \lor \neg E(x))$ virou $G(M, n) \lor \neg E(M)$;
- $\forall x(E(x) \lor A(x))$ virou $E(M) \lor A(M)$.