

datalab实验报告

——罗思佳2021201679

1.bitXor

先用 `a1 = x & y` 将x和y同为1的位置标记为1，再用 `a2 = ~x&~y` 将x和y同为0的位置标记为1，这两种位置都是要置为0的，所以再将a1和a2取反，然后使用&操作即可得到 $x \oplus y$ 的结果。

```
int a1 = x & y;
int a2 = ~x & ~y;
int res = ~a1 & ~a2;
return res;
```

2.thirdBits

题目是要得到一个二进制数，这个数最低位为1，且从最低位开始每3位为1，因此可以设一个初始数 0x49，即01001001，然后向左移9位，与原来的数进行或操作，再左移18位，与上一个数进行或操作，即可得到。

```
int res = 0x49;
res |= (res << 9);
res |= (res << 18);
return res;
```

3.fitsShort

只需将x左移16位，再右移16位，看前后两个数是否相等。

```
int y = x << 16;
y = y >> 16;
return !(x ^ y);
```

4.isTmax

1.优化前 (6个运算符)

利用 $T_{max}+1$ 和 $\sim T_{max}$ 相等的特点，同时还需要排除-1的干扰。

```
int a = x + 1;
int b = ~x;
int c = a^b;
return !(c + !a);
```

2.优化后 (5个运算符)

将 $x+1$ ，转换为判断 T_{min} ，因为 $T_{min}+T_{min}$ 等于0，再利用 `! min` 排除0的干扰。

```
int min = x + 1;
int b = min + min;
return !(b + !min);
```

5.fitsBits

即将fitsShort的16改为n位

方法1 (6个运算符) :

沿用fitsShort的方法, 将16改为 $(\sim n + 33)$

方法2 (6个运算符) :

如果一个数能用n位表示, 那么这个数向右移n-1位后得到的数应该是全1或者全0, 全1和全0的特点都是 $!x + !(\sim x) == 1$ 。

tips: 右移n-1可以用右移n+31表示, 节省一个运算符。

```
x = x >> (n+31); //右移n-1
return !x + !(\sim x);
```

优化后 (5个运算符)

将右移后的数和符号位掩码sign进行异或操作

```
x = x >> (n+31);
int sign = x >> 31;
return !(x ^ sign);
```

6.upperBits

因为n为0时返回0, 所以最开始可以定义 $x = !!n$, 当n为0时x也为0, 然后左移31位到最高位, 然后右移n-1位即可得到。

```
int x = !!n; //排除0的干扰
x = x << 31;
n = n + 31;
x = x >> n;
return x;
```

7.anyOddBits

由例子可以看出, 位数是从0开始的, 可以构造一个mask, 为0xaa, 即最低八位为10101010, 先将x的前16位与后16位进行或操作, 再将后16位的前8位与后8位进行或操作, 最后将x与mask进行与操作, 只要x的奇数位出现1, 最后的结果就不为0。

```
x = x | (x >> 16);
x = x | (x >> 8);
int mask = 0xaa;
int res = x & mask;
return !!res;
```

8.byteSwap

1.优化前（15个运算符）

先将n和m转换成移动的位数n1, m1, 再分别将x向右移动n1、m1位得到要移动的字节段, 记为y1, y2, 再将y1, y2向左移m1、n1, 这样两字节的位置就交换了, 然后把它们加在一起, 并记为y, 再将原来数的交换字节的位置置为0, 然后与y进行或操作, 即可得到结果。

2.优化后（10个运算符）

将要交换的字节分别右移到最右边进行异或操作, 然后再移到原来的位置和x进行异或, 即可实现交换的目的。

```
int n1 = n << 3;
int m1 = m << 3;
int y = ((x >> n1)^(x >> m1)) & 0xff;
int res = (y << n1) ^ (y << m1);
res = res ^ x;
return res;
```

9.absVal

1.优化前（4个运算符）

如果是正数, 返回原值, 如果是负数, 取反加一。

```
int z = x >> 31;
int y = x ^ z;
y = y + (z & 1);
return y;
```

2.优化后（3个运算符）

发现用减一取反可以节省一个操作符。

```
int z = x >> 31;
x = x + z;
x = x ^ z;
return x;
```

10.divpwr2

因为是向0取整, 所以正数除以 2^n 可以直接向右移位, 负数如果直接右移是向负无穷取整, 所以需要先加一个偏移量再右移, 经数值计算得到偏移量是 2^n-1 。

11.float_neg

先将uf的符号位取反, 然后判断uf的阶码是不是NaN, 即判断uf的阶码是否全为1, frac是否不为0, 如果是的话返回原值, 否则返回符号位相反的数。

```
int res = uf ^ 0x80000000; //取反
int t = uf & 0x7fffffff; //取绝对值
if(t > 0x7f800000) return uf;
return res;
```

12.logicalNeg

除了0以外的任何数，和它的相反数进行或操作的结果都是负数。

```
int y = (~x) + 1;
x = x | y;
x = x >> 31;
return(x+1);
```

13.bitMask

先构造全1的掩码b，然后将b左移highbit位，再左移1位（要分开移），然后取反得到x；然后将b左移lowbit位得到y，x&y得到结果。

```
int b = ~0;
int x = b << highbit;
x = x << 1; x = ~x;
int y = b << lowbit;
return x & y;
```

这里附上之前的错误做法：

1.错误做法一

使用^操作符,不能兼顾highbit < lowbit 的情况

```
int b = ~0;
int x = b << (highbit+1);
int y = b << lowbit;
return x ^ y;
```

2.错误做法二

直接左移highbit+1位，当highbit为31时，效果是没有移动。

```
int b = ~0;
int x = b << (highbit+1);
x = ~x;
int y = b << lowbit;
return x & y;
```

14.isGreater

优化前（12个运算符）

先将y右移31位得到y1，再用 $x \wedge y$ 来判断x与y的符号是否相同，设 $z = \sim x + y + 1$ ，即y-x，然后将z右移31位，return的判断条件是，如果x与y符号相同，就看y-x的符号，如果x与y的符号不同，就直接看y的符号。

优化后（10个运算符）

最后进行右移31位的操作，可以节省2个运算符。

```
int m = x^y;
int z = ~x + y + 1;
int res = (m & y) | ((~m) & z);
return (res >> 31) & 1;
```

优化后2.0（9个运算符）

定义变量 $z = \sim y + x$; 即 $x-y-1$, 当 $x > y$ 时, $x-y-1$ 的符号位为0, 当 $x \leq y$ 时, $x-y-1$ 的符号位为1。

```
int m = x^y;
int z = ~y + x ;
int res = (m & y) | (~m & z);
return (res >> 31) & 1;
```

15.logicalShift

需要考虑 $n==0$ 的情况

法一（9个运算符）

先将 x 右移 n 位，然后根据 x 的符号以及 n 的值确定掩码，最后进行异或操作，去掉左边可能的1。

```
x = x >> n;
int y = (x >> 31) & !!n;
int c = (y << 31) >> (n+31);
return x ^ c;
```

法二（7个运算符）

思路与法一相似，不同的是构造掩码的方式不同，这里是先将 x 右移31位得到 $sign$ ，然后将 $sign$ 左移 $31-n$ 位，再左移1位（分开移位同样是考虑了 $n==0$ 的特殊情况）。

法三（6个运算符）

构造掩码的方式不同

```
x = x >> n;
int sign = x & (1 << 31);
sign = sign >> n;
return x ^ (sign << 1);
```

16.satMul2

关键是 x 的最高两位，如果是00或11就直接移位，如果是01或10就需要saturate to TMax or TMin.

优化前 (19个运算符)

分别构造了min和max,判断条件不够简洁。

```
int w1 = (x >> 31) ; int w2 = (x >> 30) ;
int min = 1 << 31; int max = ~min;
int y = x << 1;
int w = (w1 ^ w2) + (~0);
w1 = (w1 << 31) >> 31;
w2 = (w2 << 31) >> 31;
return (w & y) | (~w & ((w2 & max) | (w1 & min))) ;
```

优化1.0 (12个运算符)

只构造TMin, 根据左数第二位确定是TMax还是TMin, 并根据左边第一位和第二位是否相同来决定是否左移1位。

```
int min = 1 << 31;
int z1;
int y = x << 1;
z1 = y >> 31;
int z2 = (x ^ y) >> 31;
x = ((min ^ z1) & z2) | (x & ~z2);
x = x << (z2 + 1);
return x;
```

优化2.0 (10个运算符)

将x左移的结果直接写在最后判断的语句中, 如果满足就直接返回左移的结果。

```
int min = 1 << 31;
int z1;
int y = x << 1;
z1 = y >> 31;
int z2 = (x ^ y) >> 31;
int res = ((min ^ z1) & z2) | (y & ~z2);

return res;
```

17.subOK

关键是比较x和y符号, y和z的符号。

优化前 (10个运算符)

```
int z = ~y + x + 1; //z = x - y
int z1 = (x^y) >> 31; //取符号位
//z1 = z1 & 1;
int c = (y^z) >> 31;
return (z1+1) | (c & 1);
```

优化后 (8个运算符)

设 $z = \sim y + x + 1$ 计算 $x-y$ 的值, $m = x \wedge y$, 如果 x 和 y 同号则 m 的最高位为 0, 异号则为 1, $n = x \wedge z$, 返回值是 $((m \& n) \gg 31) + 1$, 如果 x 和 y 同号, 相减一定不会溢出, m 最高位为 0, 和 n 进行 $\&$ 后最高位还是 0, 右移 31 位加 1 后返回 1; 如果 x 和 y 异号, m 最高位为 1, 这时候要看 x 和 z 的最高位, 如果 x 和 z 异号, 则溢出, n 最高位为 1, $(m \& n) \gg 31$ 结果是 -1, 加 1 后结果为 0, 如果 x 和 z 同号, 则不溢出, n 最高位为 0, $(m \& n) \gg 31$ 结果是 0, 加 1 后结果为 1。

```
int z = ~y + x + 1; // x-y
int m = x ^ y; int n = x ^ z;
return ((m & n) >> 31) + 1;
```

18.tureThreeFourths

优化前 (14个运算符)

先将 x 的最低两位保存, 记为 $low2$, x 右移 2 位 (除以 4) 得到 y , 余数是 $low2$, 通过找规律发现, 当 x 为正数且不整除 4 时, $y \times 3$ 后要加上 $low2-1$, 当 x 是负数或 0 或整除 4 时, 要加上 $low2$ 。

```
int low2 = x & 0x3;
int sign = (x >> 31) & 1;
sign = (sign | !x) | !low2;
sign = sign + ~0;
int y = x >> 2;
int z = y << 1;
z = z + y;
int res = z + (low2 + sign);
return res;
```

优化后 (11个运算符)

将 x 分为整除 4 的部分和不整除 4 的余数部分, 整除部分进行先除以 4 再乘 3 的操作, 余数部分因为比较小, 进行先乘 3 再除以 4 的操作 (有利用到 `divpwr2` 的技巧), 最后加在一起。

```
int low2 = x & 0x3;
int y = x >> 2;
y = (y << 1) + y;
low2 = low2 + low2 + low2;
int sign = x >> 31;
int z = low2 + (sign & 3);
z = z >> 2;
return y + z;
```

19.isPower2

优化前 (11个运算符)

如果一个数是 2 的幂次, 那么它和它的相反数进行 $\&$ 操作的结果等于它本身, 同时要排除 $0x80000000$ 和 0 的特殊情况。

优化后1.0 (8个运算符)

如果x是2的幂次，x和x-1的与是0，同时要排除负数和0的情况。

```
int y = x + ~0; //x-1
int z = x & y; //如果是2的幂次，x 和 x-1 的并是0
int sign = x >> 31;
return !(z + sign + !x); //排除负数和0的情况
```

优化后2.0 (7个运算符)

定义变量m = x << 1, 这样TMin和0左移一位后都是0，而2的次幂不为0。

```
int y = x + ~0;
int z = x & y;
int m = x << 1;
return !(z + !m);
```

20.float_i2f

首先判断是否是负数，负数的话需要取绝对值。然后用while循环找到第一个1出现的位置index，如果没找到就返回0。然后根据index计算exp的值；将x左移到第二位，记下后八位的值，用low8表示，同时记下尾数最后一位的值（0或1），将low8与最大值的一半halfMax（值为128）相比较，如果大于halfMax要进位，如果等于halfMax，尾数最后一位的1的话就进位，如果小于halfMax则舍弃。得到尾数后右移8位到自己的位置上，再加上符号位和exp。

注意的点：当尾数为全1，进位后阶码要加1。

```
int index = 32;
unsigned sign = x & 0x80000000;
if(sign) //如果是负数（之前没有考虑负数要取反加一）
    x = -x;
unsigned tmp = x;
while(index)
{
    int s = (tmp >> (index-1)) ;
    if(s) break;
    index = index - 1;;
}

if(!index) return 0;

int exp = index + 126;
//index - 1 + 127
tmp = tmp << (33 - index);
tmp = tmp >> 1;
int low8 = tmp & 0xff;
int tail = (tmp >> 8) & 1;
int halfMax = 128;
int t = 0x100;
if(low8 > halfMax)
{
    tmp = tmp + t; //进位
}
if(low8 == halfMax)
```



```

{
    tmp = tmp + tail;
}
tmp = tmp >> 8;
int high9 = sign + (exp << 23);
unsigned res = tmp + high9;
return res;
//当尾数位最高位有进位时，阶码要加一

```

21.howManyBits

思路：二分查找，先分为左16位和右16位，如果左16位出现要找的位置就向右移16位，sum加16，如果右16位出现要找的位置就不移位，sum加0，然后8位，4位，2位，1位同理。

优化前 (37个运算符)

```

int sum = 1;
int sign = x >> 31;
int x1 = x >> 16;
int step1 = !(sign ^ x1);
step1 = step1 << 4; //step等于0或16
x = x >> step1;
//sum = sum + step1;

int x2 = x >> 8;
int step2 = !(sign ^ x2);
step2 = step2 << 3;
x = x >> step2;
//sum = sum + step2;

int x3 = x >> 4;
int step3 = !(sign ^ x3);
step3 = step3 << 2;
x = x >> step3;
//sum = sum + step3;

int x4 = x >> 2;
int step4 = !(sign ^ x4);
step4 = step4 << 1;
x = x >> step4;
//sum = sum + step4;

int x5 = x >> 1;
int step5 = !(sign ^ x5);
x = x >> step5;
//sum = sum + step5;

sum = sum + step1 + step2 + step3 + step4 + step5 + (x^sign) ;
return sum;

```

优化后 (29个运算符)

最高有效位和它的右边一位一定是相反的，根据这一特点，设 $y = (x \ll 1) \wedge x$ ，这样y的最高的1就是x的最高有效位（0除外）

```

int y = (x << 1) ^ x;

```

```

int step1 = !(y >> 16);
step1 <<= 4;
y >>= step1;

int step2 = !(y >> 8);
step2 <<= 3;
y >>= step2;

int step3 = !(y >> 4);
step3 <<= 2;
y >>= step3;

int step4 = !(y >> 2);
step4 <<= 1;
y >>= step4;

int step5 = (y >> 1) & 1 ;
return step1 + step2 + step3 + step4 + step5 + 1;

```

22.float_half

优化前 (19个运算符)

先判断是不是NaN或者无穷大，然后判断如果 $\times 0.5$ 前后都是规格化数，就返回阶码位减一的值；然后计算尾数是否需要进位，如果前后都是非规格化数，返回尾数加符号位；如果阶码为1， $\times 0.5$ 后可能会变为非规格化数，也可能还是规格化数（尾数为全1），统一采用尾数加 $0x400000$ （不必分类讨论），然后加上符号位。

优化1.0 (17个运算符)

省掉了判断前后都是非规格化数的if分支，将这种情况和阶码为1的情况合并。

优化2.0 (13个运算符)

思路和1.0一样，省掉了一些不必要的语句，比如截取尾数和符号位的语句。

```

unsigned tmp = uf & 0x7fffffff;
//如果是NaN
if(tmp >= 0x7f800000) return uf;
int exp = uf & 0x7f800000;
int low2 = uf & 0x3; //末尾2位

if(exp > 0x800000) //如果前后都是规格化数
{
    return uf - 0x800000;
}

int temp = uf;
temp = temp >> 1; //右移1位后的尾数
if(low2 == 3) temp += 1; //是否需要进位
temp = temp & 0xbfffffff;
return temp;

```

