Lycée *Scientifique*	Année scolaire 2019-2020	Durée :	Date :	Classe: 1ère$C4$
Lomé	TRAVAIL DE MAISON 01			Cœf :

EXERCICE 01

On considère dans le plan orienté,un triangle équilatéral ABC de sens direct. Soit I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$. M est un point qui varie sur le segment $[BC]$. La parallèle à (AC) passant par M coupe (AB) en P puis (IJ) en S.Celle à (AB) passant par M coupe (AC) en Q et (IJ) en T. On désigne par O le milieu de $[PQ]$.

1. Faire une figure bien soignée.
2. Quels sont les lieux géométriques des points P,Q et O lorsque M décrit $[BC]$?
3. Démontrer que o est le milieu des segments $[IT]$ et $[SJ]$.
   On suppose dans la suite que M est distinct de du milieu K de $[BC]$.
4. Démontrer que les triangles QMC et QTJ sont équilatéraux.
5. Soit S_O la symétrie centrale de centre O,r la rotation de centre Q et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et f=roS_O.
   5.1. Déterminer les images par f des points P,A et I.
   5.2. Justifier que f est une rotation d'angle $-\frac{2\pi}{3}$.
   5.3. Déterminer le centre Ω de f.

EXERCICE 02

Le plan $\mathscr{P}$ est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

On considère la transformation f qui au point $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ associe le point $M'\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ tel que : $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 - 2\sqrt{3} \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 1 - \sqrt{3} \end{cases}$

1. Démontrer que f admet un seul invariant Ω dont on précisera les coordonnées.
2. 2.1. Montrer que ΩM=$\Omega M'$ pour tout point M du plan.
   2.2. Calculer $\cos\left(\widehat{\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}}\right)$ et $\sin\left(\widehat{\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}}\right)$ pour tout point $M \neq \Omega$
   2.3. En déduire que f est une rotation dont on précisera le centre et l'angle.
3. Donner l'expression analytique de f^{-1}, la bijection réciproque de f.
4. Soit $\mathscr{D}_m$ la droite d'équation : $mx + (m+1)y - 1$=0 où m est un paramètre réel.
   4.1. Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}'_m$image de la droite $\mathscr{D}_m$ par f.
   4.2. Montrer que les droites $\mathscr{D}_m$ passent par un point fixe lorsque m varie.
   4.3. Déterminer l'équation normale de $\mathscr{D}_m$.
   4.4. Pour quelles valeurs de m, les droites $\mathscr{D}_m$ sont-elles tangentes au cercle trigonométrique.

EXERCICE 03

Le plan $\mathscr{P}$ est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

On considère la transformation s qui au point $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ associe le point $M'\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ tel que : $\begin{cases} x' = x \\ y' = 2x - y \end{cases}$

1. Faire une figure sur laquelle on placera les points O,$I\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$, M point quelconque hors de (Δ),O',I',A' et M'
2. s est elle une isométrie? justifier.
3. Déterminer l'ensemble (Δ) de ses points invariants.
4. Soit M n'appartenant pas (Δ) et M' =$s(M)$. Montrer que le milieu H de $[MM']$ appartient à Δ.
5. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{MM'}$. En déduire que la droite (MM') garde une direction fixe.
6. Donner la nature et les éléments caractéristiques de s.