算法基础

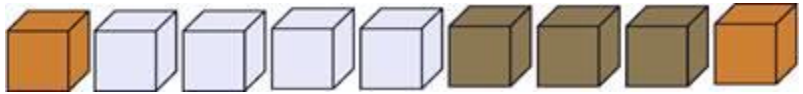
郭炜　微博 http://weibo.com/guoweiofpku
http://blog.sina.com.cn/u/3266490431
刘家瑛 微博 http://weibo.com/pkuliujiaying

动态规划

方盒游戏

例题：POJ1390 方盒游戏

- N个方盒(box)摆成一排，每个方盒有自己的颜色。连续摆放的同颜色方盒构成一个“大块”(Block)。下图中共有四个大块，每个大块分别有1、4、3、1个方盒



- 玩家每次点击一个方盒，则该方盒所在大块就会消失。若消失的大块中共有k个方盒，则玩家获得k*k个积分。

- 请问：给定游戏开始时的状态，玩家可获得的最高积分是多少？

3

- 输入：第一行是一个整数t(1<=t<=15)，表示共有多少组测试数据。每组测试数据包括两行
  - 第一行是一个整数n(1<=n<=200),，表示共有多少个方盒
  - 第二行包括n个整数，表示每个方盒的颜色。这些整数的取值范围是[1 n]
- 输出：对每组测试数据，分别输出该组测试数据的序号、以及玩家可以获得的最高积分

- 样例输入

```
2
9
1 2 2 2 2 3 3 3 1
1
1
```

- 样例输出

```
Case 1: 29
Case 2: 1
```

- 思路:

开始一共有 n个“大块”，编号从左到右依次为0到n-1
第i个大块的颜色是 color[i],包含的方块数目，即长度,是len[i]

用click_box(i)表示从大块0到大块i这一段消除后所能得到的最高分

整个问题就是求 click_box(n-1)

无法形成递推关系

- 将问题的描述形式细化（复杂化)：

用click_box(i,j)表示从大块i到大块j这一段消除后所能得到的最高分

则整个问题就是： click_box(0,n-1)

- 往前做一步：

要求click_box(i,j)时，考虑最右边的大块j，对它有两种处理方式，要取其优者：

1) 直接消除它，此时能得到最高分就是：
   click_box(i,j-1) + len[j]*len[j]
2) 期待以后它能和左边的某个同色大块合并

- 考虑和左边的某个同色大块合并:

  左边的同色大块可能有很多个，到底和哪个合并最好，不知道，只能枚举。假设大块j和左边的大块k(i<=k<j-1) 合并，此时能得到的最高分是多少呢?

  是不是:

  click_box(i,k-1) + click_box(k+1,j-1) + $(len[k]+len[j])^2$

- 不对!

click_box(i,k-1) + click_box(k+1,j-1) + (len[k]+len[j])^2

将大块 k和大块j合并后，形成的新大块会在最右边。将该新大块直接将其消去的做法，才符合上述式子，但直接将其消去，未必是最好的，也许它还应该和左边的同色大块合并，才更好

递推关系无法形成，怎么办?

- 将问题描述进一步细化(复杂化)

考虑新的形式:

click_box(i,j,ex_len)

表示:

大块j的右边已经有一个长度为ex_len的大块(该大块可能是在合并过程中形成的，不妨就称其为ex_len)，且j的颜色和ex_len相同，在此情况下将 i 到j以及ex_len都消除所能得到的最高分。

于是整个问题就是求：click_box(0,n-1,0)

- 可以形成递推关系

求click_box(i,j,ex_len)时，有两种处理方法，取最优者

假设j和ex_len合并后的大块称作 Q

- 可以形成递推关系

求click_box(i,j,ex_len)时，有两种处理方法，取最优者

假设j和ex_len合并后的大块称作 Q

1) 将Q直接消除，这种做法能得到的最高分就是:

click_box(i,j-1,0) + $(len[j]+ex\_len)^2$

- 可以形成递推关系

求click_box(i,j,ex_len)时，有两种处理方法，取最优者

假设j和ex_len合并后的大块称作 Q

1) 将Q直接消除，这种做法能得到的最高分就是:

click_box(i,j-1,0) + $(len[j]+ex\_len)^2$

2) 期待Q以后能和左边的某个同色大块合并。需要枚举可能和Q合并的大块。

假设让大块k和Q合并，则此时能得到的最大分数是:

click_box(i,k,len[j]+ex_len) + click_box(k+1,j-1,0)

- 可以形成递推关系

求click_box(i,j,ex_len)时，有两种处理方法，取最优者

假设j和ex_len合并后的大块称作 Q

1) 将Q直接消除，这种做法能得到的最高分就是:

click_box(i,j-1,0) + $(len[j]+ex\_len)^2$

2) 期待Q以后能和左边的某个同色大块合并。需要枚举可能和Q合并的大块。

假设让大块k和Q合并，则此时能得到的最大分数是:

click_box(i,k,len[j]+ex_len) + click_box(k+1,j-1,0)

递归的终止条件是什么?

- 可以形成递推关系

求click_box(i,j,ex_len)时，有两种处理方法，取最优者

假设j和ex_len合并后的大块称作 Q

1) 将Q直接消除，这种做法能得到的最高分就是:

click_box(i,j-1,0) + (len[j]+ex_len)^2

2) 期待Q以后能和左边的某个同色大块合并。需要枚举可能和Q合并的大块。

假设让大块k和Q合并，则此时能得到的最大分数是:

click_box(i,k,len[j]+ex_len) + click_box(k+1,j-1,0)

递归的终止条件是什么？ **i == j**

```
#include<cstring>
#include<iostream>
using namespace std;
struct Block {
        int color;
        int len;
};
struct Block segment[200];
int score[200][200][200];//存放计算结果，避免重复计算
int click_box(int start, int end, int extra_len) {
    int i, result, temp;
    if ( score[start][end][extra_len]>0 )
                return score[start][end][extra_len];
    result = segment[end].len + extra_len;
    result = result*result; //end和extra_len一起消去的得分
    if (start==end) {
                score[start][end][extra_len]= result;
                return score[start][end][extra_len];
    }
```

```
    result += click_box(start, end-1, 0);
    i = end - 1;
    for ( i = end - 1; i >= start; i-- ) {
        if (segment[i].color!=segment[end].color)
                        continue;
        temp = click_box(start,i,segment[end].len + extra_len) +
                            click_box(i+1, end-1, 0);
        if ( temp<=result ) continue;
        result = temp;
    }
    score[start][end][extra_len] = result;
    return score[start][end][extra_len];
}
```

```
int main(){
    int t, n, i, j, end, color;
    cin >> t;
    for (i=0;i<t;i++) {
        cin >> n;  end = 0; //大块总数
       cin >> segment[end].color;
       segment[end].len = 1;
        for (j=1;j<n;j++) {
            cin >> color;
            if ( color==segment[end].color )  segment[end].len++;
            else {
                end++;
                segment[end].color = color;  segment[end].len = 1;
            }
        }
        memset(score,0,sizeof(score));
        cout << "Case " << i+1 << ": " << click_box(0,end,0) << endl;
    }
        return 0;
}
```