

Laboratorio di Calcolo per Fisici, Terza esercitazione

Canale D-K, Docente: Livia Soffi, Esercitori: Prof. S. Rahatlou e Prof. R. Faccini

Lo scopo della terza esercitazione di laboratorio è di scrivere da zero un programma che utilizzi, a seconda delle necessità i tre costrutti principali: **operazioni-scelte** **decisionali**-**iterazioni**.

► **Prima parte (obbligatoria)** Lo scopo di questa prima parte è quello di realizzare da zero un programma che sia in grado di studiare figure geometriche standard, i **poligoni regolari**. Tali poligoni hanno la caratteristica di avere n lati e n angoli uguali tra loro. Possono essere inscritti e circoscritti in circonferenze i cui raggi possono essere ricavati tramite semplici relazioni matematiche a partire da n e dal valore del lato l del poligono [vedi formulario ultima pagina]. Ci concentriamo qui sui poligoni regolari con **n compreso tra 3 e 10**.

1. Fare login sul computer e aprire una finestra di *terminale*.
2. Creare nella vostra *home* una cartella **EX3** in cui lavorare per l'intera esercitazione.
3. Nella cartella EX3 aprire con l'editor di testo *emacs* il file **poligoni.c** in cui dovreste implementare il programma.
4. Come prima cosa il programma deve chiedere all'utente di inserire il giorno, il numero, il mese e l'anno della data odierna e dovrà poi stamparlo nel seguente formato "Oggi è [giorno] [XX] [mese] [YYYY]". Per farlo utilizzare le funzioni *scanf* e *printf* e gli opportuni descrittori.
5. Il programma dovrà poi chiedere all'utente di inserire il numero n di lati del poligono regolare che si vuole studiare e il valore l del lato. Inserire un controllo in modo tale che se il numero inserito non è compreso tra 3 e 10 l'utente sia invitato a inserire di nuovo il numero. Per farlo utilizzare il costrutto ***do.. while***
6. Calcolare e stampare, accompagnati da opportune stringhe di testo esplicative:
 - il valore del numero fisso N
 - il valore dell'apotema, o raggio della circonferenza inscritta, r
 - il valore del perimetro P
 - il valore dell'area S del poligono
 - il valore del raggio R della circonferenza circoscritta al poligono
7. Ripetere il punto precedente modificando il programma in modo tale che venga chiesto all'utente quale delle cinque grandezze calcolare. Per farlo utilizzare il costrutto ***if.. else***
8. Modificare ulteriormente il programma in modo che questo, una volta chiesto il valore del lato, calcoli automaticamente: il numero fisso, l'apotema, il perimetro e l'area per per ciascun valore n di lati da 3 a 10. Per farlo utilizzare il costrutto ***for(..)***
9. Scrivere su un file *output.dat* i valori di n , N , a , P , S e R su cinque colonne.

NB. Si ricorda che per compilare ed eseguire il programma in C si deve digitare sul terminale:

```
gcc poligoni.c -o poligoni.x
./poligoni.x
```

► **Seconda parte (obbligatoria)** Graficare, tramite uno script in python analogo a quelli utilizzati nelle EX1 e EX2, il numero fisso, l'apotema, il perimetro e l'area in funzione del numero di lati. Salvare le immagini così ottenute. Si riporta per completezza un template dello script da utilizzare.

```
1 #!/usr/bin/env python3
2
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import numpy as np
5
6 plt.title('Un primo plot con Python')
7 plt.xlabel('numero di lati')
8 plt.ylabel('N')
9 x, y = np.loadtxt('output.dat', comments='#', usecols=(1,2), unpack=True)
10 plt.plot(x, y, 'x', label='Numero fisso vs numero di lati')
11 plt.xlim(0, 12)
12 plt.ylim(0, 3)
13 plt.savefig('N_vs_n.png')
14 plt.show()
15 # facciamo un reset della figura
16 plt.clf()
17 #ora possiamo crearne una nuova
```

Listing 1: Python example

► **Terza parte (facoltativa)** Utilizzare le formule del raggio per la circonferenza iscritta e circoscritta ad un poligono per ricavare numericamente **una stima del π** scrivendo un programma chiamato **stima_pi.c**. Si consideri un poligono regolare di 2^n lati avente un perimetro di lunghezza fissata uguale a 2. Chiamati con r_n e R_n i raggi rispettivamente del cerchio inscritto nel poligono e del cerchio che lo circoscrive è evidente che il perimetro del poligono risulta maggiore di $2\pi r_n$ e minore di $2\pi R_n$. Si ha pertanto $2\pi r_n < 2 < 2\pi R_n$ da cui isolando π si ottiene :

$$\frac{1}{R_n} < \pi < \frac{1}{r_n}$$

Scopo del programma deve essere di calcolare r_n e R_n per valori di n crescenti in modo da ottenere una stima inferiore e una superiore al valore di π man mano più precisa.

Suggerimento: Utilizzare il seguente algoritmo iterativo [Metodo di Cusano]:

1. Partire da $n = 2$ si ha $2^n = 4$ ossia il poligono considerato è un quadrato. Per avere $P = 2$ il lato l del quadrato deve essere 0.5.
2. Calcolare r_2 e R_2 sfruttando il programma **poligoni.c**. Dovreste ottenere $r_2 = \frac{1}{4}$ e $R_2 = \frac{\sqrt{2}}{4}$
3. Si può dimostrare che i raggi interni e esterni delle circonferenze relative a poligoni di 2^n lati con $n > 2$ e perimetro fissato pari a 2 possono esprimersi come:

$$r_{n+1} = \frac{r_n + R_n}{2}$$

$$R_{n+1} = \sqrt{r_{n+1} \cdot R_n}$$

dove n è l'esponente del numero 2^n dei lati dei poligoni regolari che approssimano sempre di più il loro perimetro alle circonferenze dei due cerchi concentrici inscritto e circoscritto al suddetto poligono.

4. Iterare sul numero dei lati 2^n con $n = 2, 3, 4, \dots$. A ciascun iterazione calcolare r_n , R_n, r_{n+1} , R_{n+1} e la stima superiore e inferiore al π .
5. Inserire un opportuno controllo in modo che ad ogni iterazione venga calcolata la differenza tra le stime ottenute e il valore noto del π . Iterare il calcolo fino a che il valore di π ottenuto in entrambi gli estremi è compatibile con il valore 3.1415926 entro un'errore inferiore a 0.0000001. Quanti lati ha il poligono così ottenuto?
6. Scrivere, ad ogni iterazione il valore di n , estremo superiore, estremo inferiore e relativi errori su un file **stime.dat**.
7. Graficare utilizzando un'opportuno script in python l'andamento dei due estremi in funzione del numero di lati n .
8. Verificare graficamente che la condizione richiesta al punto precedente sugli errori finali sia effettivamente verificata.

► Relazioni Geometriche utili

- $N = \frac{1}{2 \cdot \tan(\frac{\pi}{n})}$
- $r = l \cdot N$
- $P = n \cdot l$
- $S = \frac{P \cdot r}{2} = \frac{n \cdot l \cdot r}{2}$
- $R = \sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$
- l = lato del poligono,
 n = numero di lati,
 $2p$ = perimetro,
 S = area,
 r = apotema = raggio del cerchio inscritto,
 N = numero fisso,
 R = raggio del cerchio circoscritto.

Poligono regolare

