

Algoritmi e Strutture Dati (Classe A)

Esercizio 1.[11 punti]

Risolvere in ordine di grandezza la seguente equazione ricorsiva.

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1, \\ 3 T(n/7) + 1 & \text{if } n > 1. \end{cases}$$

Risolvere la stessa equazione sostituendo 7 con 9.

Soluzione esercizio 1.

Albero di ricorsione. Otteniamo:

$$T(n) = \sum_{i=0}^{\log_7(n)} 3^i$$

Quindi $T(n) = \Theta(3^{\log_7(n)})$. Considerato che $\log_7(n) = \log_3(n) \log_7(3)$ otteniamo che $T(n) = \Theta(n^{\log_7(3)})$.

Sostituendo 9 a 7, utilizzando lo stesso procedimento otteniamo $T(n) = \Theta(n^{\log_9(3)}) = \Theta(\sqrt{n})$.

Esercizio 2.[10 punti]

Fornire una funzione ricorsiva in pseudocodice che, preso in input il puntatore ad una lista, elimini tutti gli elementi con key maggiore di 10 e restituisca il puntatore alla lista così ottenuta. Ogni nodo deve avere solo due campi: key e next.

Soluzione esercizio 2.

$F(p)$

```
1  if  $p = nil$ 
2      return  $p$ 
3   $x = F(p.next)$ 
4  if  $p.key > 10$ 
5      return  $x$ 
6  else
7       $p.next = x$ 
8      return  $p$ 
```

Esercizio 3.[11 punti]

La Segretaria di un dentista deve selezionare gli interventi da effettuare da una lista di richieste. Ogni elemento della lista consta di un orario di inizio e di un orario di fine e di un prezzo. Quale algoritmo potrebbe usare la segretaria per massimizzare l'incasso nel caso di prezzi tutti uguali? Discuterne la correttezza e il costo computazionale.

Dare un algoritmo Greedy per lo stesso problema nel caso di prezzi variabili. Discuterne la correttezza e il costo computazionale.

Traccia Soluzione.

Per il primo quesito si veda l'algoritmo dato a lezione riportato qui di seguito

S-GREEDY-ACTIVITY-SELECTOR(s, f)

```
1   $(s, f) = \text{SORT}(s, f)$  by  $s$ 
2   $n = s.length$ 
3   $A = \{a_1\}$ 
4   $k = 1$ 
5  for  $m = 2$  to  $n$ 
6      if  $s[m] \geq f[k]$ 
7           $A = A \cup \{a_m\}$ 
8           $k = m$ 
9  return  $A$ 
```

Per il secondo quesito una possibile idea di soluzione è la seguente. Si ordinano gli interventi in base al costo (in modo decrescente). Si scorrono gli interventi così ordinati a partire dal più costoso. Al generico passo si inserisce nella soluzione l'intervento più costoso compatibile con gli interventi già selezionati. L'algoritmo così trovato non è ottimo.