

# 概率论与数理统计 作业四

---

李思全

22307130049

第二章13, 15, 16, 其中13, 15已于上次作业完成

## 2.16

16. (费勒)抽查一个家庭,考察两个事件, $A$ :至多有一个女孩; $B$ :男女孩子都有. 假设男女的出生率都是  $1/2$ . 试证:对 3 个孩子之家, $A$  与  $B$  独立;而对 4 个孩子之家, $A$  与  $B$  不独立.

对3孩之家:

$$P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_3^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 2 = \frac{3}{4}$$

$$P(AB) = C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$$

$$\text{满足 } P(AB) = P(A)P(B)$$

故独立

对4孩之家:

$$P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + C_4^3 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{16}$$

$$P(B) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 2 = \frac{7}{8}$$

$$P(AB) = C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4}$$

$$\text{不满足 } P(AB) = P(A)P(B)$$

故不独立