概率论与数理统计 作业二

李思全

22307130049

> 第一章12，17，24，29

1.12

12. 袋中装有 $1,2,\cdots,N$ 号的球各一只，采用(1) 有放回；(2) 不放回方式摸球，试求在第 k 次摸球时首次摸到 1 号球的概率.

（1）有放回：

前k-1次均摸到其他球

$P=(\frac{N-1}{N})^{k-1}\frac{1}{N}$

（2）无放回：

由概率的对称性知，在第i次摸到该球之间是等概率的（由于不放回，"首次摸到"没有意义）

$P=\frac{1}{N}$

1.17

17. 从 52 张扑克牌中任意取出 13 张，求：(1) 有 5 张黑桃，3 张红心，3 张方块，2 张草花的概率；(2) 牌型分布为 7-3-2-1(最长花色有 7 张，最短花色有 1 张，其余二花色分别有 3 张及 2 张)的概率.

（1）

$P=\frac{C_{13}^5C_{13}^3C_{13}^3C_{13}^2}{C_{52}^{13}}$

（2）

$P = \frac{C_{13}^{7}C_{13}^{3}C_{13}^{2}C_{13}^{1}}{C_{52}^{13}}A_4^4$

1.24

24. 从(0,1)中随机地取两个数,求下列概率:(1) 两数之和小于1.2;(2) 两数之积小于$\frac{1}{4}$;(3) 以上两个要求同时满足.

（1）

第一个数落在k上的概率为$P_0(k) = \frac{(k+\frac{\varepsilon}{2})-(k-\frac{\varepsilon}{2})}{1-0} = \varepsilon$，而$\varepsilon = \Delta k$

第一个数落在k(1>k>0.2)上，两数之和小于1.2的概率为$P(k) = \Delta k\frac{1.2-k}{1}$

第一个数落在k(0.2>k>0)上，两数之和小于1.2的概率为$P(k) = \Delta k$

故两数之和小于1.2的概率为
$P(k) = \int_0^{0.2}\Delta k + \int_{0.2}^{1}(1.2-k)\Delta k = k|_0^{0.2} + (1.2k - \frac{1}{2}k^2)|_{0.2}^{1} = 0.68$

（2）

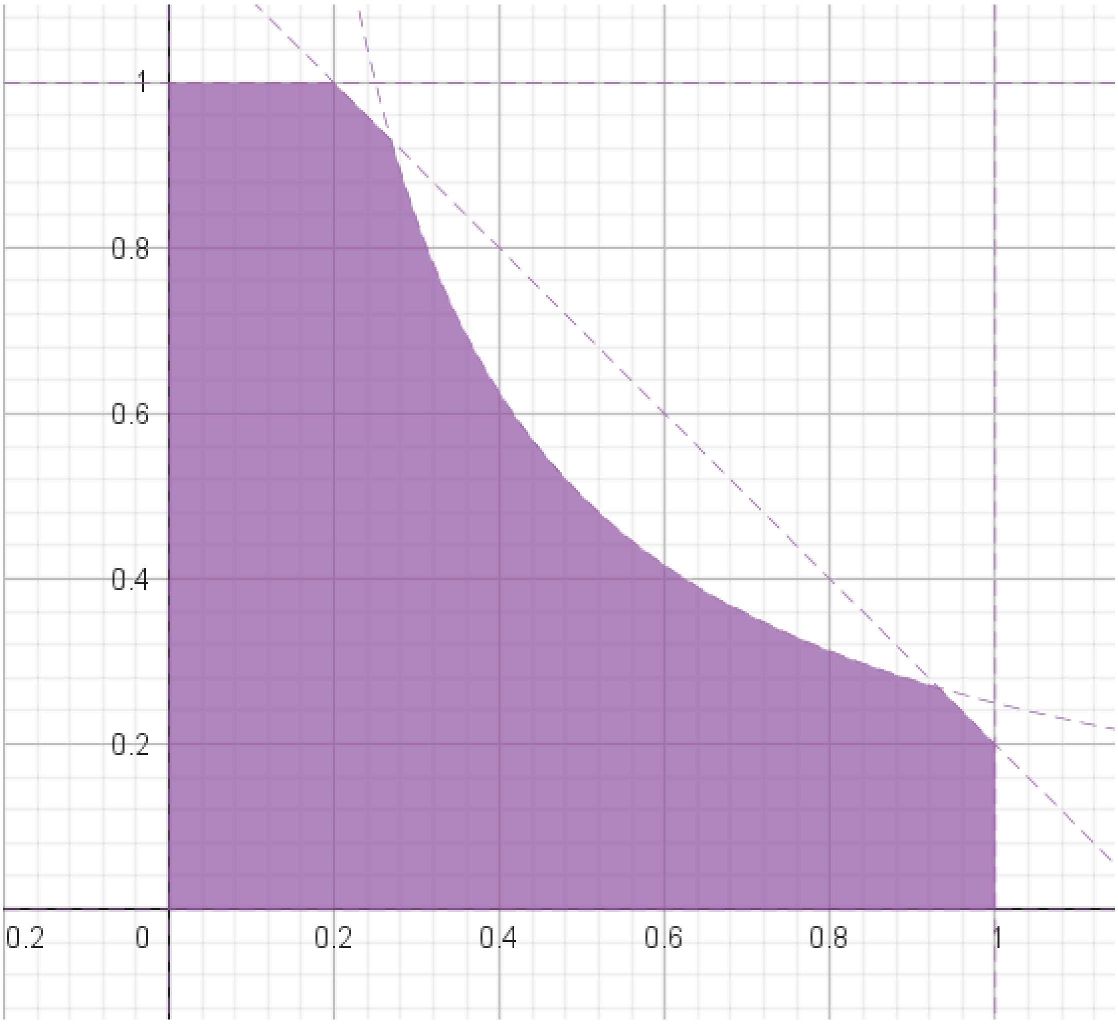
第一个数落在k(1>k>0.25)上，两数之积小于$\frac{1}{4}$的概率为$P(k) = \Delta k\frac{\frac{1}{4k}-0}{1} = \Delta k\frac{1}{4k}$

第一个数落在k(0.25>k>0)上，两数之积小于$\frac{1}{4}$的概率为$P(k) = \Delta k$

故两数之积小于$\frac{1}{4}$的概率为
$P(k) = \int_0^{0.25}\Delta k + \int_{0.25}^{1}\frac{1}{4k}\Delta k = k|_0^{0.25} + (\frac{1}{4}In(k))|_{0.25}^{1} = 0.25 + 0.25In(4)$

（3）

如下图着色部分即为所求：



第一个数落在k(0.2>k>0)上，概率为$P(k) = \Delta k$

第一个数落在k(0.42>k>0.25，1>k>0.78)上，概率为$P(k) = \Delta k \frac{1.2-k}{1}$

第一个数落在k(0.78>k>0.42)上，概率为$P(k) = \Delta k \frac{\frac{1}{4k}-0}{1} = \Delta k \frac{1}{4k}$

概率为
$P = 0.2 + (1.2k - \frac{1}{2}k^2)|_{0.25}^{0.42} + (1.2k - \frac{1}{2}k^2)|_{0.78}^{1} + 0.25In(k)|_{0.42}^{0.78} = 0.61105 + 0.25In(\frac{13}{7})$

1.29

29. 在一线段 AB 中随机地取两个点把线段截为三段，求这三段可以构成一个三角形的概率(三线段能构成三角形的充要条件是任意二边之和大于第三边).

要求可以构成三角形的概率，即要求最大边长小于总长一半的概率。不妨令总长为1

若其边长为k(k<0.5)，则其为最大边概率为$P(k) = \frac{3k-1}{1}\Delta k$

当$k<\frac{1}{3}$时不可能为最大边

故概率为$P=\int_{\frac{1}{3}}^{0.5}\frac{3k-1}{1}\Delta k=\frac{1}{24}$