

## PARTIE I

• GENERALITES, DEFINITIONS

- 1.1.1 Notion d'image numérique
- 1.1.2 Notion de causalité, de voisinage
- 1.1.3 Notion de stationnarité
- 1.1.4 Notion d'ergodicité

1.1.1 Notion d'image numérique

Signal continu bidimensionnel:

$$f(x,y)$$
 avec  $(x,y)$   $R^2$  et  $f(x,y) \in [0, max[.$ 

- Echantillonnage de f(x,y) selon  $\Delta x \Delta y$  conduit à une série S:  $s(i,j)=f(i.\Delta x, j.\Delta y)$  (i,j entiers). Attention à Shannon!
- Quantification de S => image numérique  $X: x_{ij} \in \Gamma = \{0,1,...M\}$ ;  $i \in \{0,1,...M\}$  et  $j \in \{0,1,...M\}$

1.1.1 Notion d'image numérique

Principales particularités des images vs un signal temporel (classique) :

- L'image est un signal bi-dimensionnel.
- La notion de temps n'a pas de sens, le passé et le futur sont remplacés par des notions de voisinage.
- L'information élémentaire : le pixel
   Valeur : intensité lumineuse, couleur, autre...

1.1.2 Notion de causalité, de voisinage

- Signaux temporels => causaux
  - chaque échantillon a un passé et un futur.
     Souvent les algo s'appuient sur le passé pour prédire l'avenir.

#### Images :

- temps remplacé par l'espace.
- Pixel pas de passé et ni de futur.
- Algo généralement non causaux.

1.1.2 Notion de causalité, de voisinage

- De la Causalité au Voisinage
  - L'algo exploite une zone entourant chaque pixel.
  - Le voisinage d'un pixel est l'ensemble des pixels qui sont ces voisins
  - Notion très large: n'importe quelle <u>relation symétrique et</u> <u>anti-réflexive</u>.

Exemples : le 4-Voisinage et le 8-Voisinage.

	1	
2	X	4
	3	

1	2	3
8	X	4
7	6	5

4-voisinage

8-voisinage

Support du cours de segmentation

#### 1.1.3 Notion de stationnarité

#### signal stationnaire:

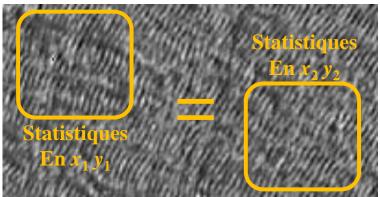
- conserve ses propriétés statistiques après une translation quelconque de la zone considérée.
- propriétés statistiques du signal à l'instant t et à l'instant  $t+\Delta t$  doivent être identiques quel que soit  $\Delta t$ .
- peut être limitée aux statistiques d'ordre 1, 2 ou plus.

#### Image stationnaire:

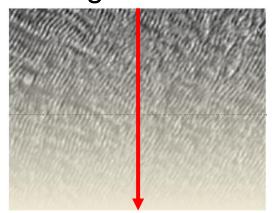
- propriétés statistiques conservées par translation
- => identiques pour n'importe quelle sous-fenêtre de l'image.

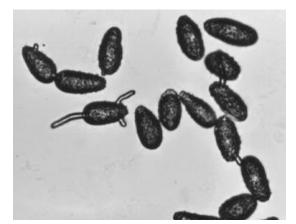
#### 1.1.3 Notion de stationnarité

Image stationnaire



Images non stationnaires





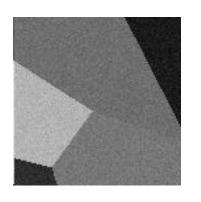
Support du cours de segmentation

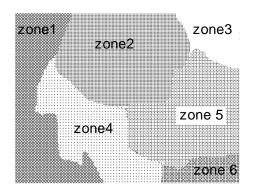
#### 1.1.4 Notion d'ergodicité

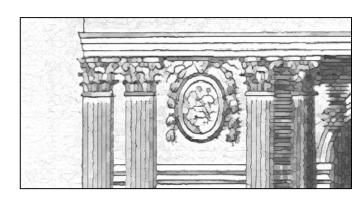
 Un signal aléatoire est dit ergodique lorsque les statistiques temporelles du signal sont égales à ses statistiques d'ensemble.

 L'ergodicité d'un signal bidimensionnel (image) s'exprime en termes de moyenne spatiale versus moyenne d'ensemble.

## 1.2 Généralités: Segmentation ou traitement des non stationnarités







#### Approches "contours"

Trouver les pixels de frontières

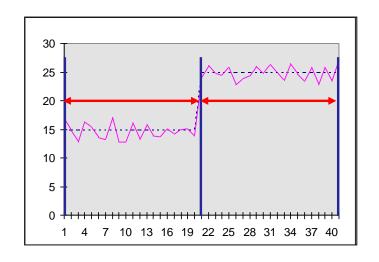
#### Approches "régions "

Partitionner l'image en ensembles connexes de pixels Ri

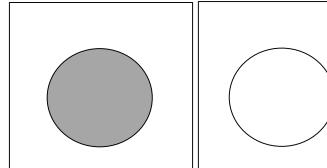
$$\bigcup_{i} R_{i} = X \quad \text{et} \quad R_{i} \cap R_{j} = \phi, \quad \forall i, j, \qquad i \neq j$$

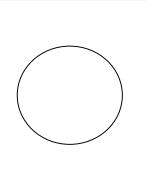
## 1.2 Généralités: Segmentation ou traitement des non stationnarités

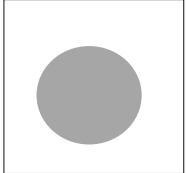
Approches "contours" vs approches "régions"

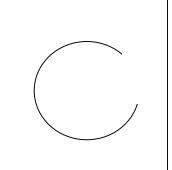


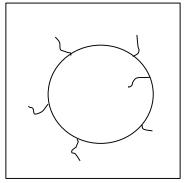






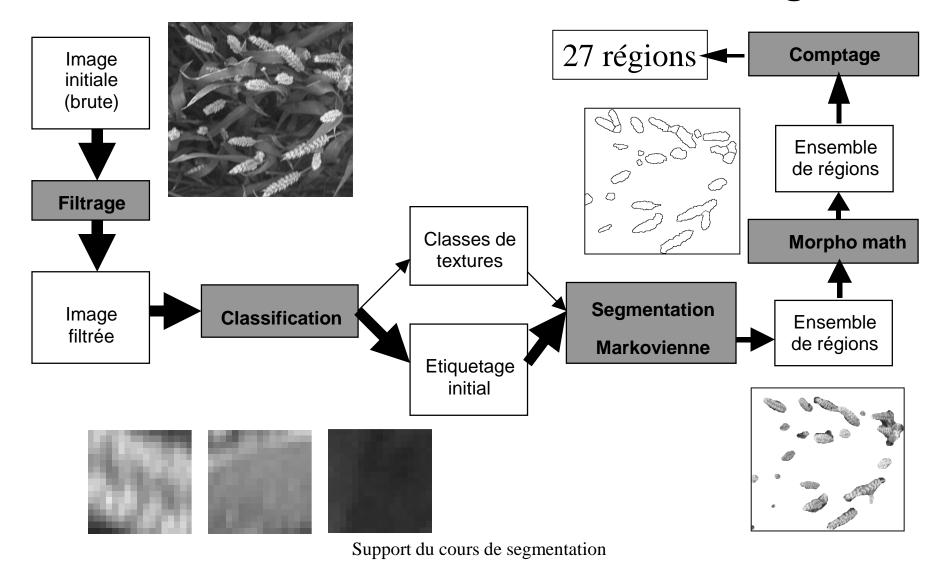






Support du cours de segmentation

# 1.3 GENERALITES: Segmentation dans la chaîne de traitement d'une image



## PARTIE II

SEGMENTATION DE REGIONS

## Region Segmentation

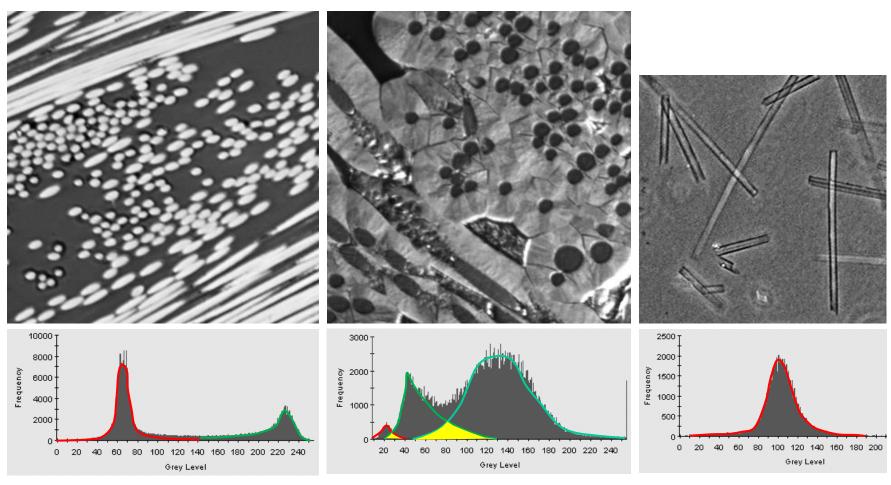
#### Various Methods

- Threshold /Connected component labelling
- Statistics oriented (MRF)
- Computer oriented (Split & Merge)
- Practical (Region growing)
- Topological (Watershed, geodesic contours)

## 2.0 Segmentation de régions Thresholding / Labelling

- Manual thresholding:
  - Mode, inter-mode
- Automatic thresholding:
  - Fisher, Entropic, ...
- Connected component labelling.
- Pros/Cons:
  - Simple and fast: if it works, do not hesitate!!!
  - But:
    - no region model, irregular shapes
    - class overlapping => labelling errors.
- Improvements: Adaptive thresholding.

## 2.0 Segmentation de régions Limites du seuillage



2 pics+ peu de recouvrement: Seuillage facile

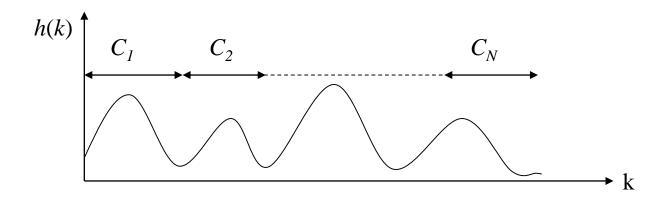
3 pics + fort recouvrement: Seuillage très difficile

1 seul pic: Seuillage impossible

Images de matériaux fibreux

## 2.0 Segmentation de régions Seuillage de Fisher

• Trouver la meilleure partition  $P=\{C_1, C_2, ..., C_N\}$ 



• Minimiser l'inertie de l'histogramme

$$W(P) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k \in C_i} h(k) \cdot (k - G(C_i))^2$$

avec 
$$G(C_i) = \frac{\sum_{k \in C_i} k.h(k)}{\sum_{k \in C_i} h(k)}$$

# 2.1 Segmentation par modèles Markoviens (Markov Random Fields)

**Problem description:** 

Number of classes: 5

Class standard deviation of the grey levels: 8

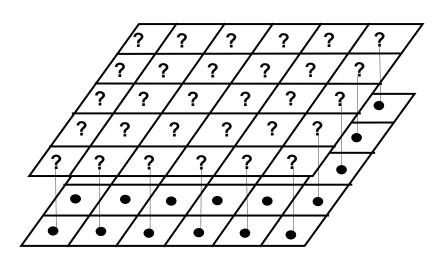
Class average of the grey levels:

27 46 111 120 179

The image to be segmented

Hidden field (labels)

Measured field (pixels)



**Hiden Markov field** 

N number of pixels.  $S = \{s_1, s_2, ..., s_N\}$  the site grid.

K number of possible labels (number of classes).

 $L=\{1,2,...,K\}$  the labels.

V a neighborhood system (4-connexity).

- If s and t are neighbor sites  $s \in V(t)$  et  $t \in V(s)$ 

Clique: a set of sites which are mutually neighbors:

- $\{s_1, s_2, ... s_p\}$  are in a clique if  $\forall i$  and j,  $i \neq j$ ,  $s_i \in V(s_i)$
- $A=\{a_s, s \in S\}$  the known field (pixels);
  - $-a_s$  the grey level of site s.
- $\Lambda = {\lambda_s, s \in S}$  the hidden field (the segmentation):
  - $-\lambda_s$  the label of site s.

 $\Omega$  the set of all the possible labelling  $\Lambda$ .

- Card  $\Omega = ? K^N$ 

#### Labeling likelihood.

We know A, we want  $\Lambda$ . The problem is to maximize  $P(\Lambda|A)$ 

From Bayes: 
$$P(\Lambda|A) = \frac{P(A|\Lambda).P(\Lambda)}{P(A)}$$

Since A is known, we can maximize  $P(A|\Lambda).P(\Lambda)$ 

- Calculation of  $P(A|\Lambda).P(\Lambda)$
- Grey levels are independent. Therefore:  $P(A|\Lambda) = \prod_{s \in S} P(a_s | \lambda_s)$ 
  - The grey level in each class being Gaussian:

$$P(a_s|\lambda_s) = \frac{1}{\sigma_{\lambda s} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(a_s - \mu_{\lambda s})^2}{2\sigma_{\lambda s}^2}\right)$$

 $\mu_{\lambda s}$  and  $\sigma_{\lambda s}$  being the mean and standard deviation of the grey level of then class  $\lambda_s$ 

- Calculation of  $P(A|\Lambda).P(\Lambda)$
- Labels are NOT independent. Therefore:  $P(\Lambda) = \prod_{s \in S} P(\lambda_s | \lambda_{t,t \neq s})$
- But  $\Lambda$  is markovian. So:  $P(\Lambda) = \prod_{s \in S} P(\lambda_s | \lambda_{V(s)})$

• Besides, Hammersley-Clifford says that a Markov Random Field (under some easy restrictions) can be expressed as a Gibbs Field for which the probability is well known in Physics:

$$P(\Lambda) = \exp(-U(\Lambda)) = \exp\left(-\sum_{c \in C} W_c(\lambda_c)\right)$$

U is the energy of the labeling.

The lower the energy, the more likely he labeling.

W<sub>c</sub> is the clique c potential.

C being the whole set of cliques in the field.

Autologistic potential:

s<sub>1</sub> et s<sub>2</sub> being sites of clique c.

If 
$$\lambda_{s1} = \lambda_{s2}$$
 then  $W_c = -\beta$  else  $W_c = +\beta$ .

 $\beta$  parameter expresses the expected regularity of the labeling.

We will minimize a pseudo energy E as:

$$E(A, \Lambda) = -\log(P(A|\Lambda).P(\Lambda))$$

Combining the previous relations we have:

$$E(A, \Lambda) = \sum_{s \in S} \left( \log \left( \sigma_{\lambda s} \sqrt{2\pi} \right) + \frac{\left( a_s - \mu_{\lambda s} \right)^2}{2\sigma_{\lambda s}^2} \right) + \sum_{c \in C} W_c \left( \lambda_c \right)$$

And locally:

$$e_{s} = \log\left(\sigma_{\lambda s}\sqrt{2\pi}\right) + \frac{\left(a_{s} - \mu_{\lambda s}\right)^{2}}{2\sigma_{\lambda s}^{2}} + \sum_{Cs} W_{Cs}\left(\lambda_{Cs}\right)$$

## Minimization: I.C.M.

(Iterated Conditional Mode)

• Deterministic method. Fast (several loop) but stops to the 1<sup>st</sup> local minimum of E.

```
Begin
Starting from a "good" initial labeling
Repeat
For each site s
Set the label which minimize the local energy e to s
End
Until convergence
End
```

• This algorithm is effective only when the initial labeling is close to the global minimum of E

# Minimization: Metropolis

```
Begin
Starting from random initial labeling and choose temperature T
   Repeat
      For each site s
         Draw a candidate label \mathbf{x} and compute the local energy \mathbf{e}(\mathbf{s}) & \mathbf{e}(\mathbf{x})
         If e(x) < e(s) Then Set x to s
                        Else Set x to s with a probability = exp(-\Delta e/T)
        End
      End
   Until convergence
```

• Algorithm optimal in theory... but unreasonably long!

End

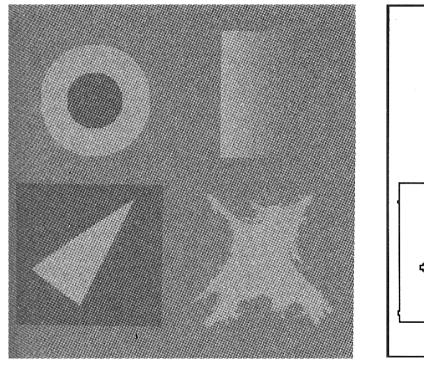
## Minimization: Simulated annealing

```
Begin
Starting from random initial labeling and choose initial temperature T
   Repeat
      For each site s
         Draw a candidate label \mathbf{x} and compute the local energy \mathbf{e}(\mathbf{s}) & \mathbf{e}(\mathbf{x})
         If e(x) < e(s) Then Set x to s
                        Else Set x to s with a probability = exp(-\Delta e/T)
        End
      End
      Decrease T (i.e T\leftarrowk*T with k\in[0.8,0.999])
  Until convergence
End
```

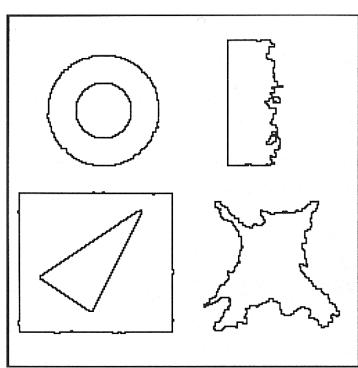
Algorithm usually suboptimal. Takes hundreds of iterations (k>0.9)

## 2.1 Segmentation par *Modèles markoviens*

Exemple de résultat pour une relaxation markovienne



L'image à segmenter

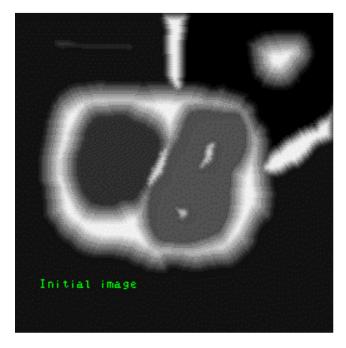


Résultat

## 2.2 Segmentation par Ligne de partage des eaux (Watershed)

### 2.2.1 Principe

• Une Image en niveaux de gris peut être considérée comme une surface topographique (un terrain pentu...)



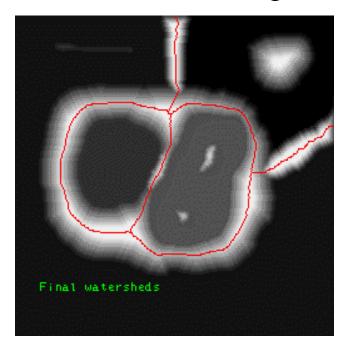


Support du cours de segmentation

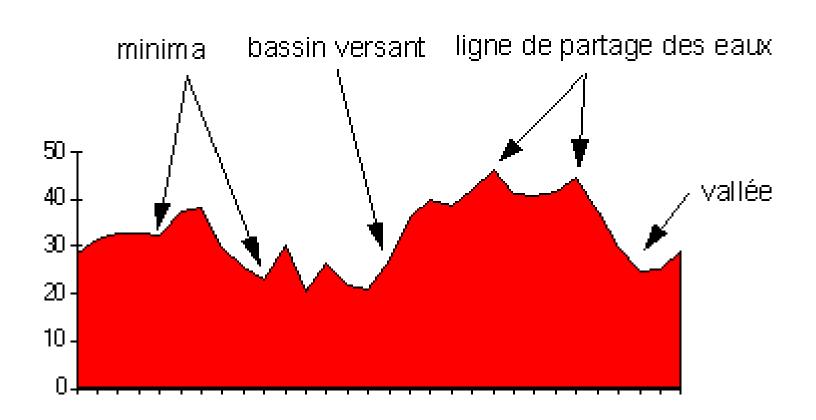
## 2.2 Segmentation par Ligne de partage des eaux (Watershed)

## 2.2.1 Principe

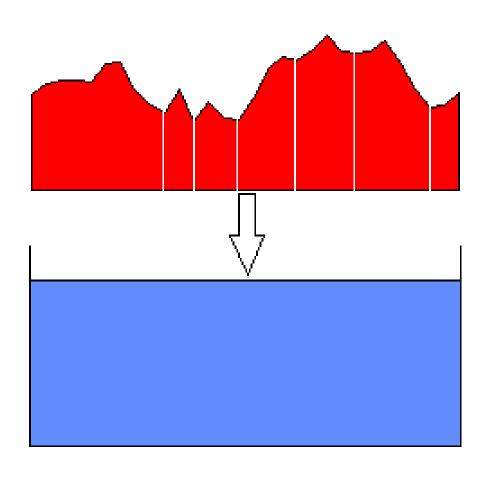
- Remplir de la surface à partir ses minima ET empêcher l'eau en provenance de différentes sources de se mélanger
- Résultat:
  - Des bassins versants
  - et des lignes de partage des eaux



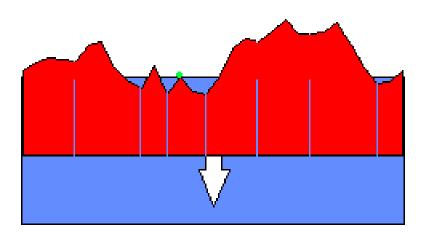
#### Segmentation par la ligne de partage des eaux Analogie topographique



#### Segmentation par la ligne de partage des eaux Simulation d'immersion

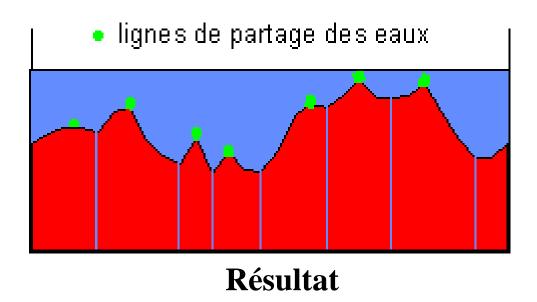


#### Segmentation par la ligne de partage des eaux Simulation d'immersion



Première LPE

Deuxième LPE

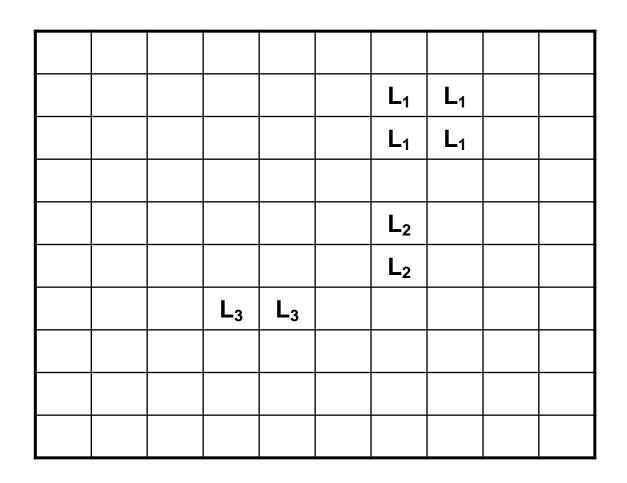


#### Segmentation par la ligne de partage des eaux Simulation d'immersion

```
Début
     Classer les sites par niveau de gris croissant.
     Pour ( tout h entre h_{min} et h_{max} ) faire
           Marquer tous les sites de niveau h avec le label M
           Mettre en attente les sites ayant des voisins déjà labellisés (≠M)
           Tant que ( file d'attente non vide ) faire
                 Défiler un site s
                 Examiner son voisinage V_s
                 Si, sur V_s, on ne trouve qu'un seul label L,
                 alors
                            s reçoit ce label.
                 Si, sur V_s, il existe des labels différents,
                alors
                            s reçoit le label LPE
                 Si \exists t \in V_s tel que t a le label M,
                 alors
                           mettre t en attente.
           Fin Tant que
           On repère tous les sites marqués (label M) mais non encore traités,
           et on leur affecte des nouveaux labels.
```

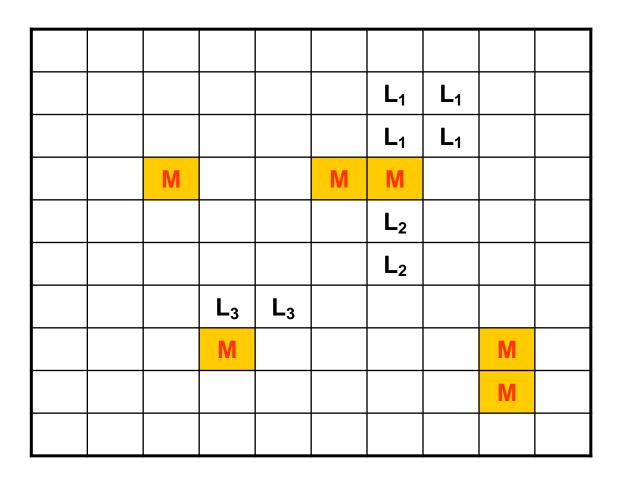
#### **Fin Pour**

#### Fin



#### Fin de l'étape h-1

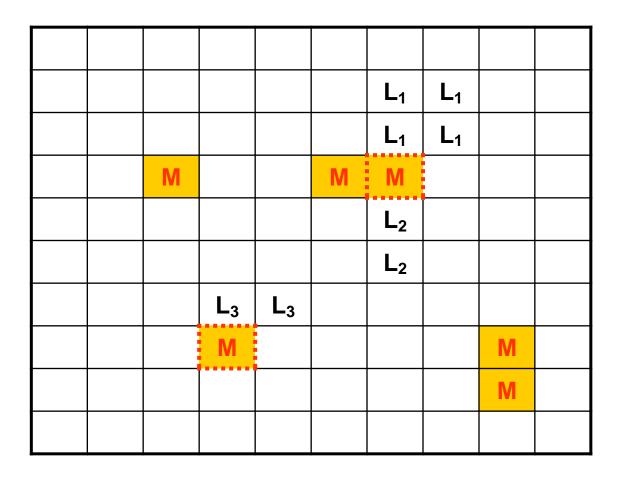
Tous les pixels de niveau inférieur à *h* ont été traités. 3 régions ont été identifiées.



Etape h

On marque tous les pixels de niveau h:

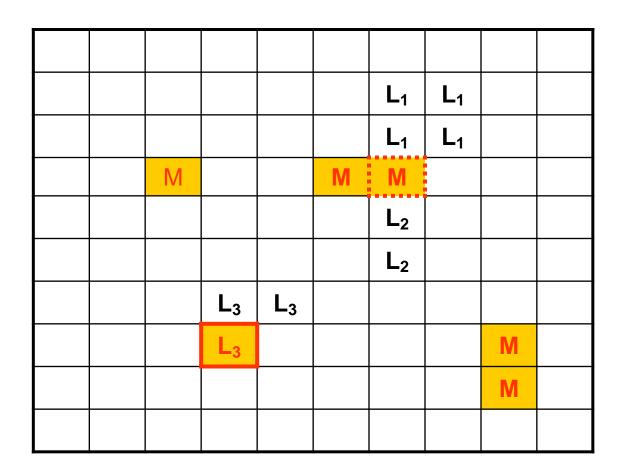




#### Etape h (suite)

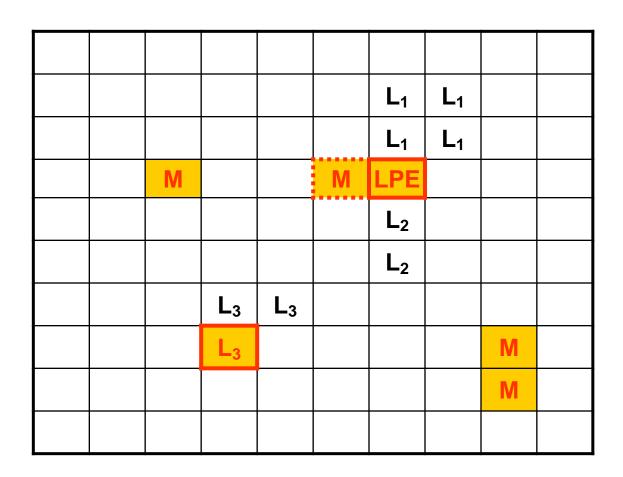
On met en file d'attente ceux ayant des voisins labellisés





#### Etape h (suite...)

Pour chaque site *s* en attente, on examine ses voisins... Si *s* n'est adjacent qu'à des sites de même label : on lui affecte ce label.



#### Etape h (suite)

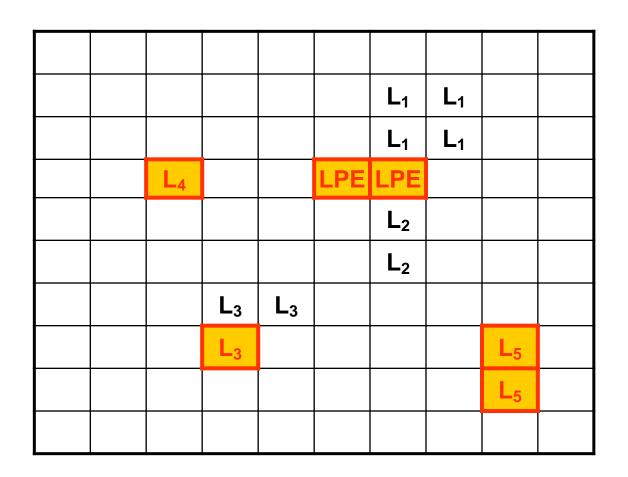
Si *s* est adjacent à 2 (ou plus) labels différents : on le marque comme LPE.

Si un voisin de s a le label masque M, on met ce pixel en attente...

					L <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>		
					L <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>		
	M			LPE	LPE			
					L <sub>2</sub>			
					L <sub>2</sub>			
		L <sub>3</sub>	L <sub>3</sub>					
		L <sub>3</sub>					M	
							M	

#### Etape h (suite)

... et on le traite.



#### Etape h (fin)

On repère tous les sites marqués mais non encore traités : on leur donne un nouveau label.

					L <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>	M	
				M	L <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>		
M	L <sub>4</sub>			LPE	LPE			
					L <sub>2</sub>			
					L <sub>2</sub>			
		L <sub>3</sub>	L <sub>3</sub>					
		L <sub>3</sub>				M	L <sub>5</sub>	
							L <sub>5</sub>	

Etape h+1

On recommence...