

Politechnika Białostocka Wydział Informatyki	Data: 24.03.2015r
Przedmiot: Modelowanie i analiza systemów informatycznych Sprawozdanie nr: 5 Temat: Model (M/M/c/N) Autor: Łukasz Świderski Studia: stacjonarne, II stopnia, semestr 1	Prowadzący: dr inż. Walenty Oniszczyk Ocena:

1. Treść zadania

Narysować graf stanów systemu. Obliczyć i przedstawić w formie wykresu:

- 1) prawdopodobieństwo stanów systemu dla $\lambda = 6$
- 2) średnią liczbę zadań w kolejce
- 3) średnią liczbę zadań na stanowisko obsługi
- 4) średni czas oczekiwania w kolejce
- 5) średnia intensywność napływu zadań do węzła obsługi

Dane:

$c = 3$
 $\mu = 10$
 $\lambda = 1, 2, \dots, 8$
 $N = 15$

2. Część teoretyczna

Prawdopodobieństwo stanów, jeżeli liczba zgłoszeń zawarta jest w przedziale $0 \leq i \leq c$:

$$Q_i = \frac{N!}{(N-i)! i!} \rho^i$$

Prawdopodobieństwo stanów, jeżeli liczba zgłoszeń zawarta jest w przedziale $c+1 \leq i \leq N$:

$$Q_i = \frac{c^c N!}{(N-i)! c!} \left(\frac{\rho}{c}\right)^i$$

Prawdopodobieństwo zerowe stanów systemu:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^N Q_k}$$

1) prawdopodobieństwo stanów systemu

$$p_i = p_0 Q_i$$

dla $i = 1, 2, \dots, N$

2) średnia liczba zadań w węźle obsługi (kolejka + stanowisko obsługi)

$$n = 1 * p_1 + 2 * p_2 + \dots + N * 1 * p_N = \sum_{i=1}^c i p_i + \sum_{i=c+1}^N i p_i$$

3) średnia intensywność napływu zadań do węzła obsługi

$$\lambda' = \lambda(N - n)$$

4) średni czas oczekiwania w kolejce

$$v = 1 * p_{c+1} + 2 * p_{c+2} + \dots + (N - C) * p_N = \sum_{i=c+1}^N (i - c) p_i$$

$$w = \frac{v}{\lambda'}$$

3. Rozwiązanie

Graf stanów ze skończonym wymiarowo źródłem zgłoszeń:

$$H_0 \xrightleftharpoons[\mu_1]{\lambda_0} H_1 \xrightleftharpoons[\mu_2]{\lambda_1} \dots \xrightleftharpoons[\mu_c]{\lambda_{c-1}} H_c \xrightleftharpoons[\mu_{c+1}]{\lambda_c} \dots \xrightleftharpoons[\mu_N]{\lambda_{N-1}} H_N$$

H_0 – brak zgłoszeń w systemie

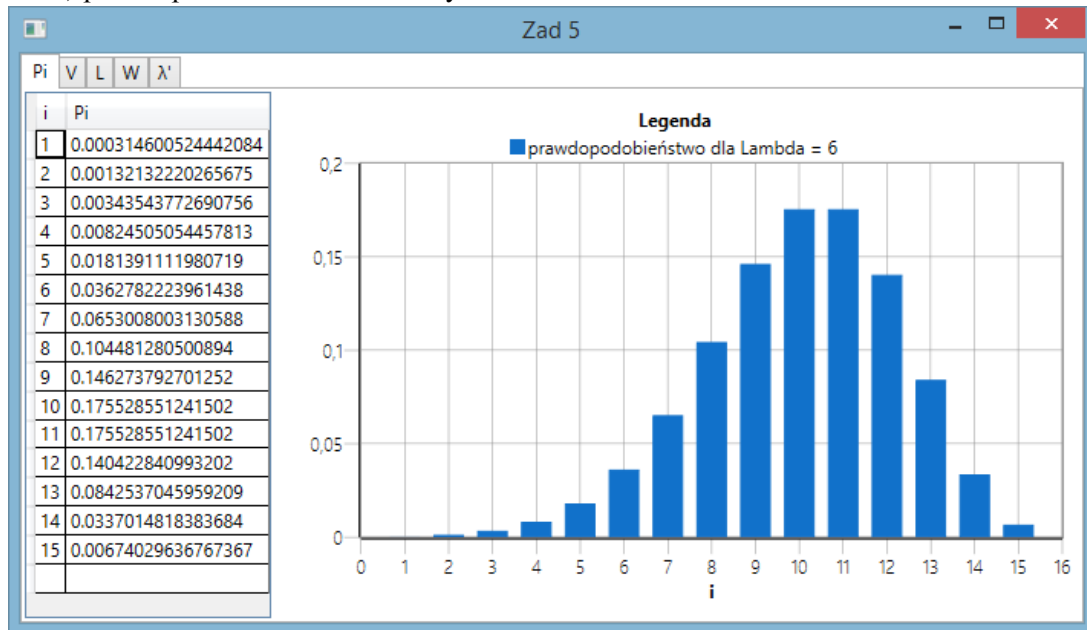
H_1 – jedno zgłoszenie na dowolnym stanowisku obsługi, kolejka pusta

H_c – c zgłoszeń na stanowiskach obsługi, kolejka pusta

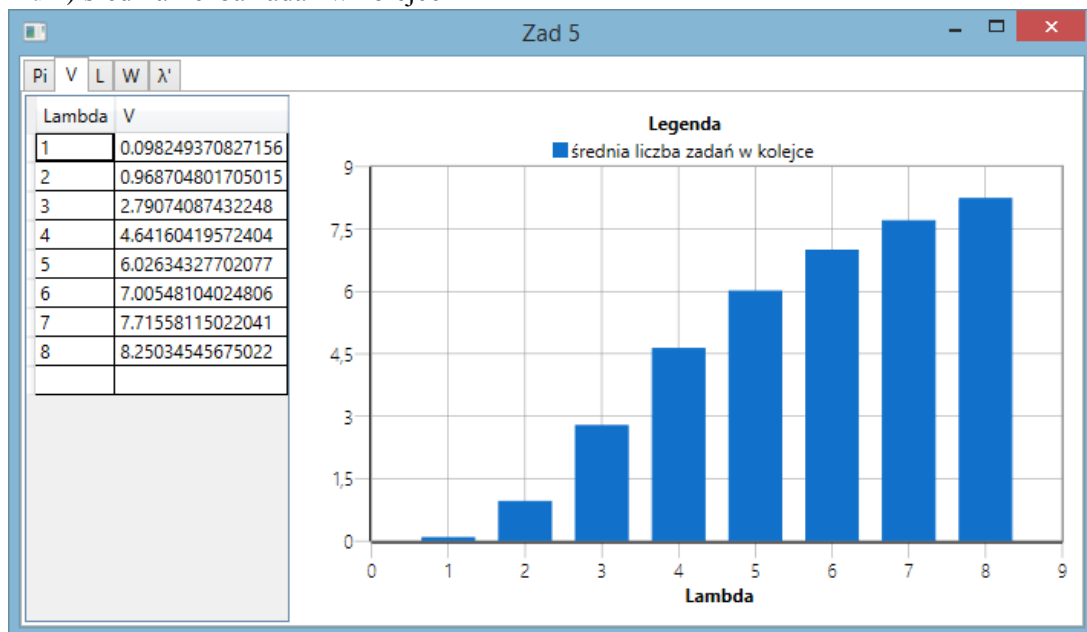
H_N – c zgłoszeń na stanowiskach obsługi, N-c zgłoszeń w kolejce

W celu rozwiązania zadania została utworzona aplikacja w technologii Windows Presentation Foundation, której celem jest przedstawienie wyników w formie tabeli oraz wykresów.

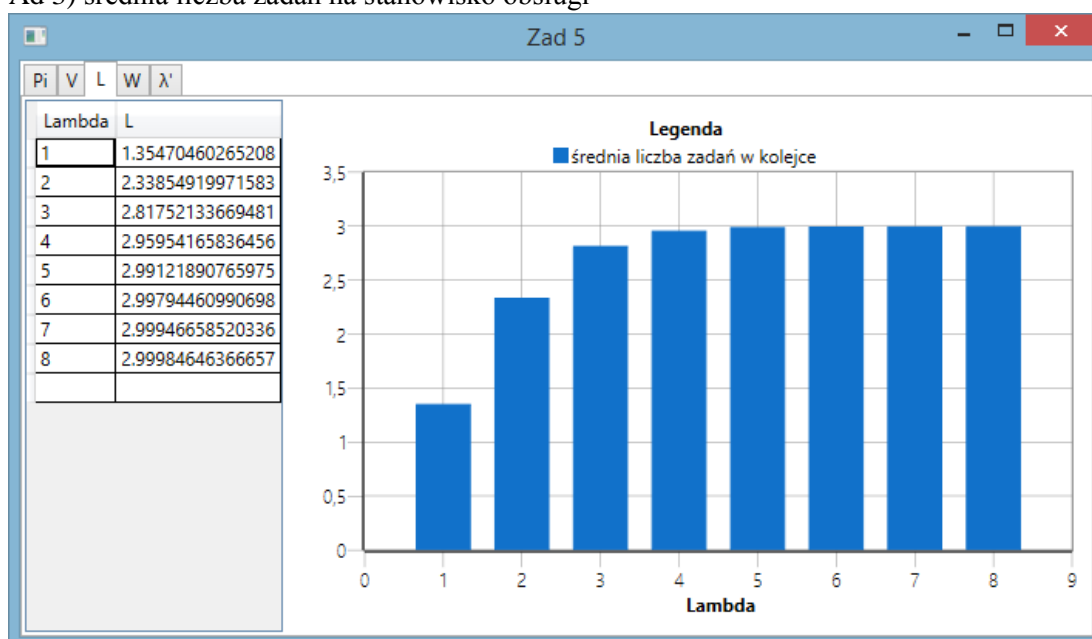
Ad 1) prawdopodobieństwo stanów systemu dla $\lambda = 6$



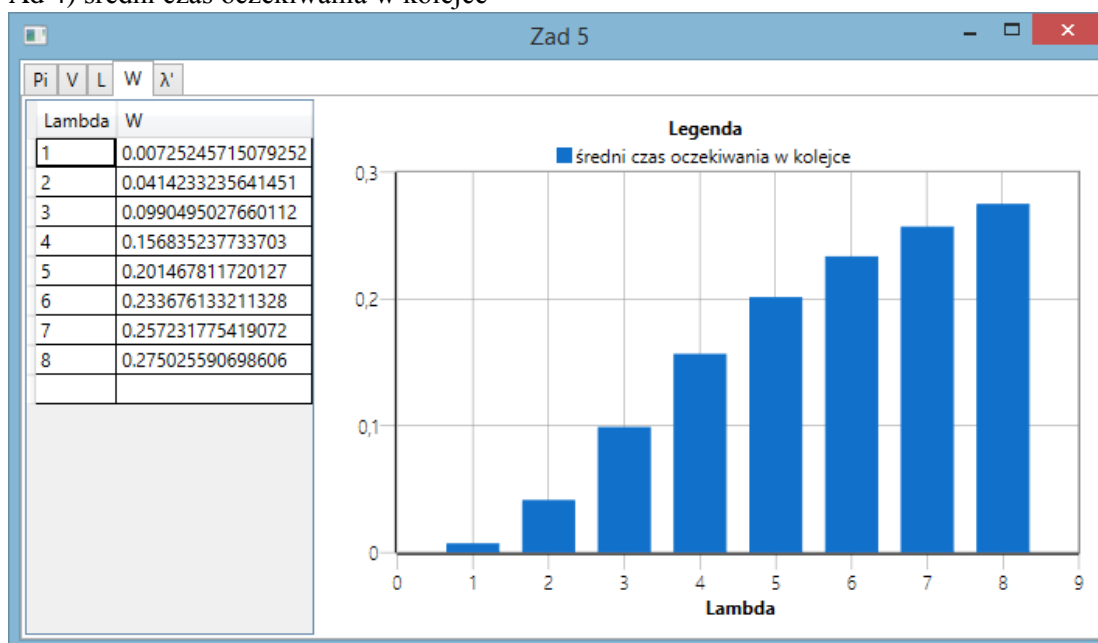
Ad 2) średnia liczba zadań w kolejce



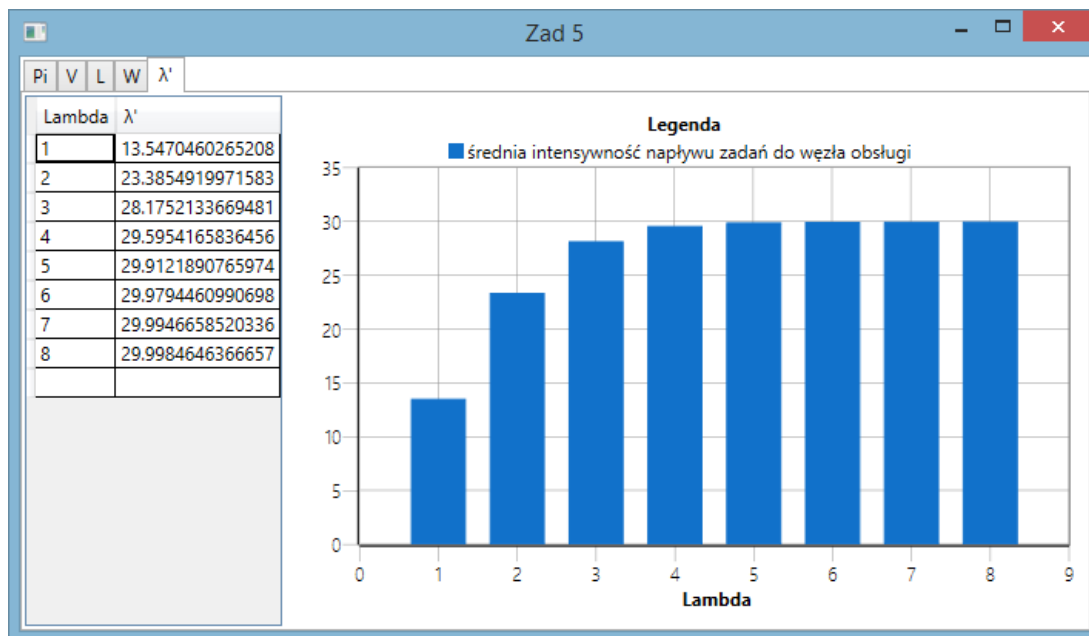
Ad 3) średnia liczba zadań na stanowisko obsługi



Ad 4) średni czas oczekiwania w kolejce



Ad 5) średnia intensywność napływu zadań do węzła obsługi



4. Wnioski

Wraz ze wzrostem parametru λ rośnie średnia liczba zadań w węźle obsługi, średnia intensywność napływu zadań do węzła obsługi oraz średni czas oczekiwania w kolejce. Prawdopodobieństwo stanów systemu początkowo rośnie wraz ze wzrostem parametru i . W pewnym momencie jednak osiąga maksymalną wartość i zaczyna maleć.