

<b>Politechnika Białostocka</b> <b>Wydział Informatyki</b>	Data: 24.03.2015r
<b>Przedmiot:</b> Modelowanie i analiza systemów informatycznych <b>Sprawozdanie nr: 5</b> <b>Temat:</b> Model (M/M/c/N) <b>Autor:</b> Łukasz Świderski <b>Studia:</b> stacjonarne, II stopnia, semestr 1	<b>Prowadzący:</b> dr inż. Walenty Oniszczyk  <b>Ocena:</b>

## 1. Treść zadania

Narysować graf stanów systemu. Obliczyć i przedstawić w formie wykresu:

- 1) prawdopodobieństwo stanów systemu dla  $\lambda = 6$
- 2) średnią liczbę zadań w kolejce
- 3) średnią liczbę zadań na stanowisko obsługi
- 4) średni czas oczekiwania w kolejce
- 5) średnia intensywność napływu zadań do węzła obsługi

Dane:

$c = 3$   
 $\mu = 10$   
 $\lambda = 1, 2, \dots, 8$   
 $N = 15$

## 2. Część teoretyczna

Prawdopodobieństwo stanów, jeżeli liczba zgłoszeń zawarta jest w przedziale  $0 \leq i \leq c$  :

$$Q_i = \frac{N!}{(N-i)! i!} \rho^i$$

Prawdopodobieństwo stanów, jeżeli liczba zgłoszeń zawarta jest w przedziale  $c+1 \leq i \leq N$  :

$$Q_i = \frac{c^c N!}{(N-i)! c!} \left(\frac{\rho}{c}\right)^i$$

Prawdopodobieństwo zerowe stanów systemu:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^N Q_k}$$

1) prawdopodobieństwo stanów systemu

$$p_i = p_0 Q_i$$

dla  $i = 1, 2, \dots, N$

2) średnia liczba zadań w węźle obsługi (kolejka + stanowisko obsługi)

$$n = 1 * p_1 + 2 * p_2 + \dots + N * 1 * p_N = \sum_{i=1}^c i p_i + \sum_{i=c+1}^N i p_i$$

3) średnia intensywność napływu zadań do węzła obsługi

$$\lambda' = \lambda(N - n)$$

4) średni czas oczekiwania w kolejce

$$v = 1 * p_{c+1} + 2 * p_{c+2} + \dots + (N - c) * p_N = \sum_{i=c+1}^N (i - c) p_i$$

$$w = \frac{v}{\lambda'}$$

### 3. Rozwiązanie

**Graf stanów ze skończonym wymiarowo źródłem zgłoszeń:**

$$H_0 \xrightleftharpoons[\lambda_0]{\mu_1} H_1 \xrightleftharpoons[\lambda_1]{\mu_2} \dots \xrightleftharpoons[\lambda_{c-1}]{\mu_c} H_c \xrightleftharpoons[\lambda_c]{\mu_{c+1}} \dots \xrightleftharpoons[\lambda_{N-1}]{\mu_N} H_N$$

$H_0$  – brak zgłoszeń w systemie

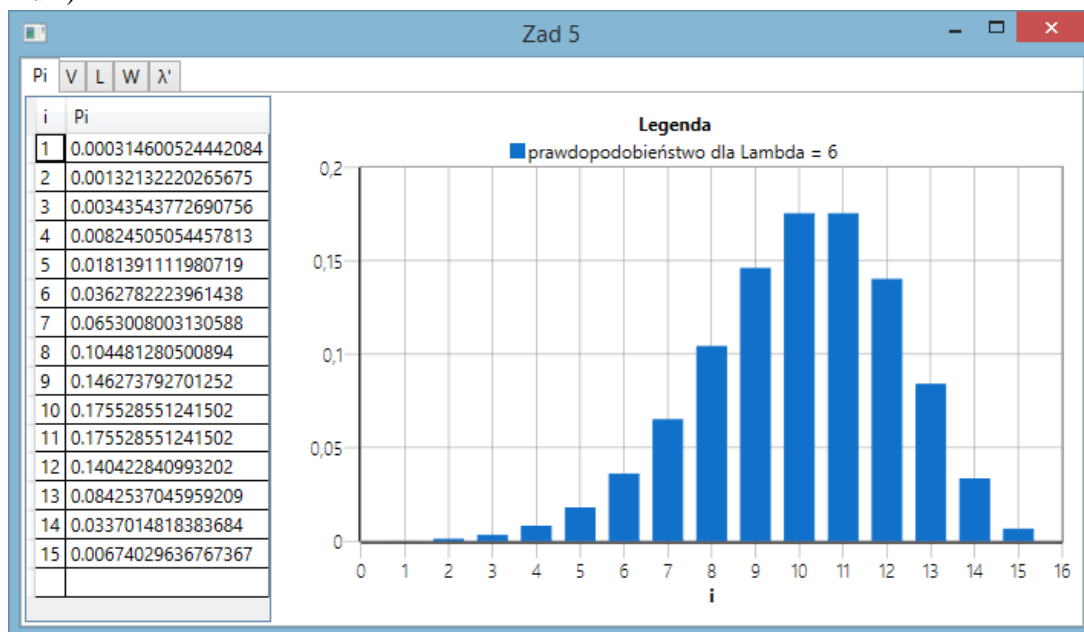
$H_1$  – jedno zgłoszenie na dowolnym stanowisku obsługi, kolejka pusta

$H_c$  – c zgłoszeń na stanowiskach obsługi, kolejka pusta

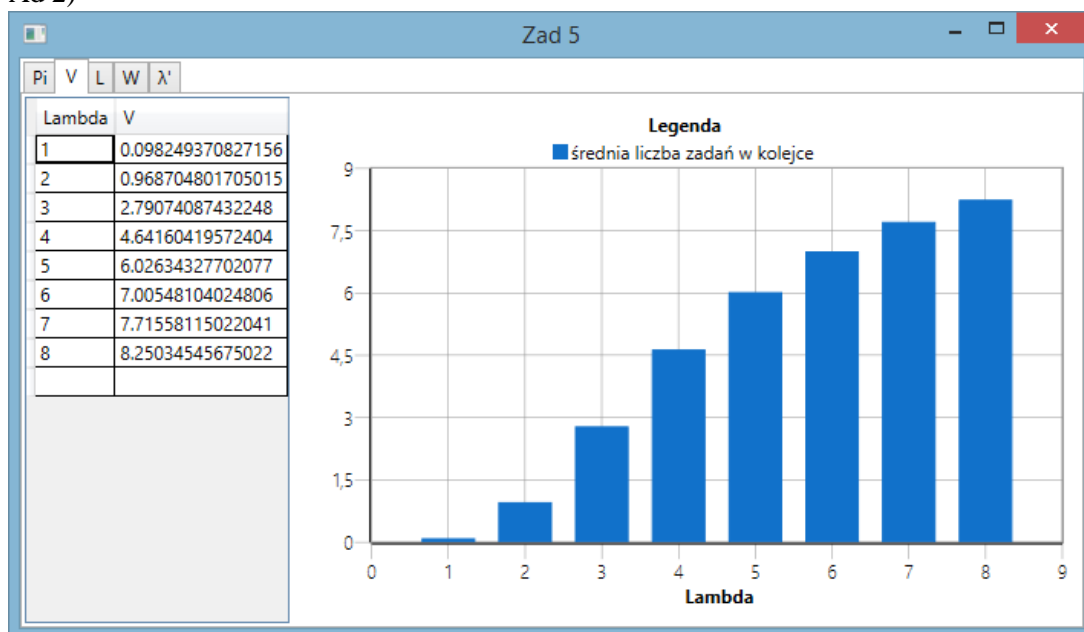
$H_N$  – c zgłoszeń na stanowiskach obsługi, N-c zgłoszeń w kolejce

W celu rozwiązania zadania została utworzona aplikacja w technologii Windows Presentation Foundation, której celem jest przedstawienie wyników w formie tabeli oraz wykresów.

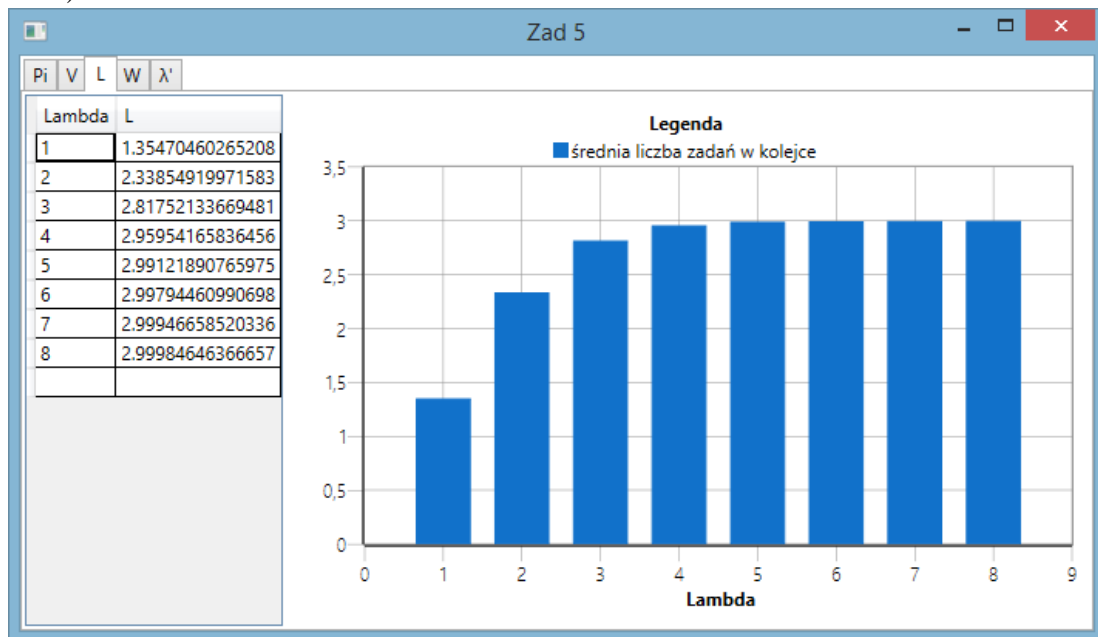
Ad 1)



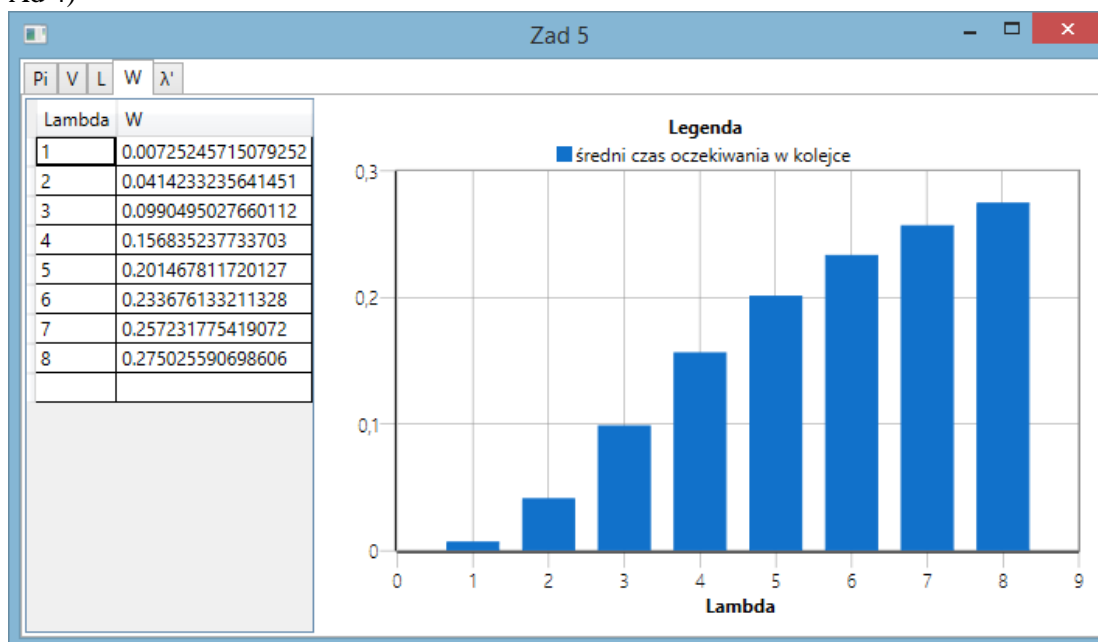
Ad 2)



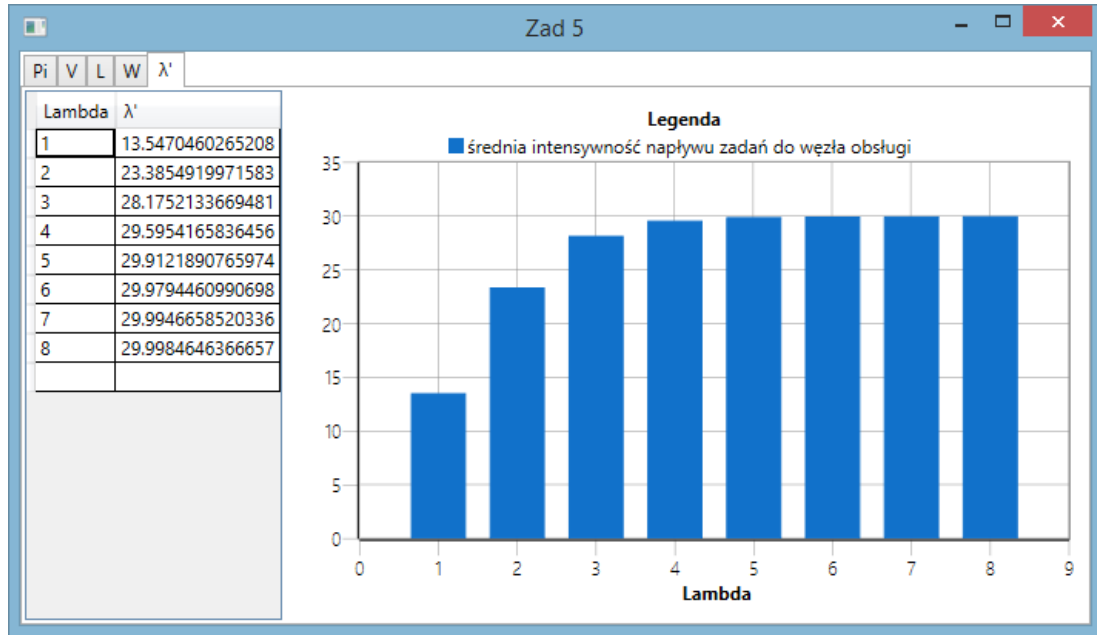
Ad 3)



Ad 4)



Ad 5)



## 4. Wnioski

Wraz ze wzrostem parametru  $\lambda$  rośnie średnia liczba zadań w węźle obsługi, średnia intensywność napływu zadań do węzła obsługi oraz średni czas oczekiwania w kolejce. Prawdopodobieństwo stanów systemu Początkowo rośnie wraz ze wzrostem parametru  $i$ , w pewnym momencie jednak osiąga maksymalną wartość i zaczyna maleć.